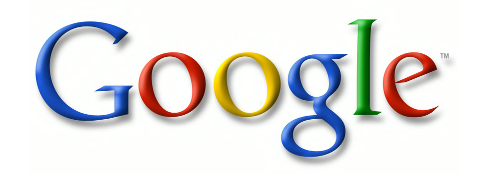




SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

SECHZEHNTER BAND.

JAHRGANG 1855. HEFT I UND II.

(Mit 30 Tafeln.)



WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI W. BRAUMÜLLER, BUCHHÄNDLER DES K. K. HOFES UND DER K. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1855.

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

SECHZEHNTER BAND.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI W. BRAUMÜLLER, BUCHHÄNDLER DES K. K. HOFES UND DER K. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1855.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XVI. BAND. I. HEFT.

JAHRGANG 1855. — APRIL.

SITZUNG VOM 12. APRIL 1855.

Eingesendete Abhandlungen.

Über das Trocknen der zu analysirenden Substanzen.

Von dem w. M. Dr. Friedrich Rochleder.

Ich habe vor einiger Zeit der kaiserl. Akademie eine Untersuchung über Saponin und Äsculin vorgelegt, die ich mit Herrn Dr. Schwarz in Gemeinschaft ausgeführt habe. Beide Substanzen wurden in der Zwischenzeit von anderen Chemikern untersucht, das Saponin von Overbeck und von Bolley, das Äsculin von Zwenger. Sowohl Overbeck als Bolley erhielten bei der Analyse des Saponin andere Zahlen als ich und Dr. Schwarz. Die Analyse des gelatinösen Körpers, der durch Einwirkung von Säuren in der Wärme aus Saponin neben Zucker entsteht, gab Bolley ebenfalls andere Resultate als wir erhalten hatten, dagegen fand Overbeck für diesen Körper dieselbe procentische Zusammensetzung wie wir. Ich setze der Übersicht halber die Zusammenstellung der verschiedenen Analysen neben einander, wie sie Bolley selbst gegeben hat.

Saponin aus Gypsophila Struthium.

					Aus Senega.				
	Overbeck.		Bolley.		Bussy.		F. Rochl. u. Schwarz.		Bolley.
C	46·81	—	48·58	—	51·0	—	52·54	—	52·96
H	7·51	—	6·74	—	7·4	—	7·27	—	6·10
O	45·68	—	44·68	—	41·6	—	40·19	—	40·94

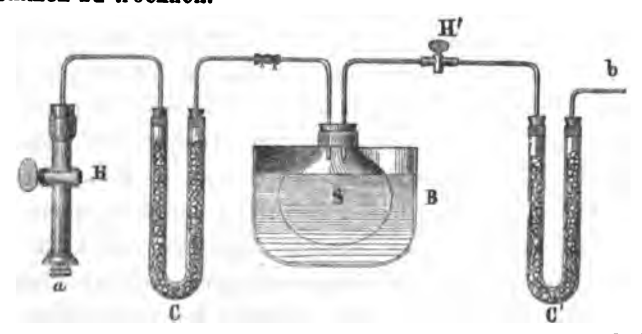
Spaltungsproduct des Saponin.

	Aus Rosskastanien.		Senega.		Gypsophila.				F. Rochl. u. Schwarz.
	Fremy.		Bolley.		Bolley.		Overbeck.		bei 120°.
C	57·26	—	59·20	—	60·02	—	63·30	—	63·35
H	8·35	—	7·70	—	7·60	—	8·76	—	8·57
O	34·39	—	33·10	—	32·38	—	27·94	—	28·08

Bolley macht in seiner Abhandlung darauf aufmerksam, dass die Differenzen nicht auf das Austreten von mehr oder weniger Wasser zurückführbar sind. Bei Gelegenheit einer Untersuchung über die Rosskastanien, die bald vollendet sein wird, hatte ich es abermals mit einem Stoff zu thun, der Saponin genannt wird. Ich suchte den Grund der Differenzen bei dieser Gelegenheit zu ermitteln, und glaube, dass es nicht überflüssig ist, darüber ein paar Worte zu sprechen.

Die Quelle der Differenzen ist das Trocknen der Substanzen. Nicht nur das Saponin, sondern viele andere Körper verändern bei dem Trocknen ihre Zusammensetzung, ohne dabei eine sichtbare Veränderung zu erleiden. Ich habe mehrere Stoffe, die früher analysirt wurden, in dieser Beziehung untersucht und bei denselben bei einem geänderten Verfahren des Trocknens, eine andere Zusammensetzung als früher gefunden.

Ich beschreibe hier kurz den Apparat, dessen ich mich gegenwärtig zum Trocknen bediene, weil er leicht zu construiren ist, wenig kostet und es möglich macht eine Substanz innerhalb einer Stunde vollkommen zu trocknen.



Der Hahn *H* wird bei *a* auf die Luftpumpe geschraubt, bei *b* ist der Apparat mit einem Gefässe, das mit Kohlensäure gefüllt ist, durch ein Rohr von vulcanisirtem Kautschuk verbunden. Als Gefäss dient am besten ein Sack von Kautschuk. Bei *B* ist ein Ölbad, dessen Temperatur durch ein Thermometer ersichtlich ist, in dem Bade befindet sich ein Gefäss von starkem Glas mit weiter Mündung *S* welches dazu dient die zu trocknende Substanz in einem Glasrohr hineinzubringen. Durch Pumpen, während der Hahn *H* geöffnet ist, wird in *S* die Luft verdünnt, durch Öffnen des Hahnes *H'* nachdem *H* geschlossen wurde, füllt sich der Apparat mit Kohlensäure. Durch wiederholtes Auspumpen in dieser Weise wird der Apparat gänzlich mit Kohlensäure gefüllt. Man schliesst darauf den Hahn *H'* und pumpt aus. Hierauf erhitzt man das Ölbad auf

den beliebigen Temperatursgrad, während von Zeit zu Zeit durch den Hahn *H'* Kohlensäure zugelassen wird, die in dem Chlorcalciumrohr *C'* getrocknet wird, worauf der Hahn *H'* geschlossen, der Hahn *H* geöffnet und die Kohlensäure ausgepumpt wird, die ihre aufgenommene Feuchtigkeit in dem Chlorcalciumrohr *C* abgibt.

Im luftleeren Raume erhitzt, geben die Substanzen schnell Wasser ab, das durch die trockene Kohlensäure weggeführt wird. Eine Oxydation ist dabei unmöglich, das Trocknen ist in kurzer Zeit vollendet.

Ich führe hier die Analyse des reinen Äsculin an, das auf diese Weise getrocknet, von Herrn Kawalier in meinem Laboratorium analysirt wurde.

0·2687 Äsculin geben 0·5135 Kohlensäure und 0·1209 Wasser, oder in 100 Theilen:

C	52·11
H	4·99
O	42·90
	100·00

Diese Zusammensetzung habe ich und Dr. Schwarz gefunden, die Analysen von Zwenger sind daher nicht weiter zu berücksichtigen. Die Formel, welche ich für das Äsculin und Äsculetin aufgestellt habe, werden durch die Zusammensetzung eines Körpers bestätigt, welcher entsteht, wenn Äsculin mit Barytwasser gekocht wird, so wie durch die Zusammensetzung der prachtvollen Farbestoffe, die aus dem Äsculetin erzeugt werden können und in einer bestimmten Beziehung zum Orcein stehen. Alle diese Producte lassen sich mit der Formel des Äsculin von Zwenger nicht in Einklang bringen.

Über Anoplotheca, eine neue Brachiopoden-Gattung.

Von Dr. Fridolin Sandberger,
Professor der Mineralogie und Geologie am grossh. Polytechnicum zu Karlsruhe etc.

(Mit 1 Tafel.)

Die genauere Untersuchung der paläozoischen Schichten und Versteinerungen des Herzogthums Nassau, welche von meinem Bruder, Dr. G. Sandberger in Wiesbaden und mir während einer Reihe von Jahren durchgeführt wurde, führte zu mancherlei neuen und unerwarteten Thatsachen, von denen ein Theil dem wissenschaftlichen Publicum in dem von uns veröffentlichten Werke: „Die Versteinerungen des rheinischen Schichtensystems", 1.—8. Lieferung mit XLI Tafeln, Wiesbaden 1850—55, bereits vorgelegt wurde. Während die Bearbeitung der Crustaceen, Annulaten, Cephalopoden,

Gasteropoden, Pteropoden und Pelekypoden bereits geschlossen und meist veröffentlicht ist, konnte die der Brachiopoden, Radiaten, Polyparien, Bryozoen, Amorphozoen und Pflanzen nicht gleichzeitig mit dem Erscheinen der sie enthaltenden Tafeln beendigt werden und wird erst in der Schlusslieferung mitgetheilt werden, die gegen Sommer erscheinen soll.

Indessen fand sich trotz der im Ganzen nicht sehr bedeutenden Zahl von Brachiopoden, welche nach den von uns befolgten Principien als gute Arten veröffentlicht werden konnten, manches Detail, welches die schönen Arbeiten, die in der neuesten Zeit von King, Davidson, E. Suess, Deslongchamps u. A. über diese Classe gemacht wurden, ergänzen konnte, und selbst eine neue Gattung, welche ich im Folgenden näher zu beschreiben gedenke. Sie gehört der tiefsten Abtheilung des rheinischen Systems an, dem Spiriferensandstein, und wurde von Schnur in der Eifel, von uns im nördlichen Nassau bei Haigerseelbach unweit Dillenburg, dann bei Lahnstein und an verschiedenen anderen Orten der Gegend von Coblenz aufgefunden. Ihre äussere Form, welche der *Terebratula lepida* Goldf. ungemein gleicht, liess eine Spiriferiden-Gattung vermuthen, indessen sind die inneren Charaktere, die allein entscheidenden, gänzlich von denen der Spiriferiden verschieden. Die wesentlichen Eigenschaften habe ich in der folgenden Definition zusammengefasst:

Testa ovata, convexo-concava, imperforata, area et deltidio carens. Margo cardinalis arcuatus, margines interni incrassati. In valva ventrali majore, convexa, dentibus satis crassis armata, septum parvulum medianum, inferne fissum, usque ad mediam partem lineae dimidiantis non productum, conspicuum. Impressiones musculorum cardinalium satis latae ad latera septi, impressio minor ovalis adductoris ad finem inferum ejusdem sitae. Rami duo impressionum vascularium primi ordinis in utroque fine supero musculorum cardinalium incipientes angulo obliquo ad marginem proficiscuntur, quem bifidi attingent, ramis trifidis lateralibus centrum versus emissis. Valva dorsalis paullo concava. Processus cardinalis bipartitus, parvulus inter laminas, foveis dentes excipientibus excavatas, intermedius. Sub his ad utrumque latus septi latioris mediani impressio ovalis ampla, bipartita musculorum adductorum obvia, e qua rami impressionum vascularium, quorum alter in fine supero, alter in fine infero impressionis utraeque adductoris oritur, angulo obliquo ad marginem pro-

ficiscuntur. Impressio parvula, rotundata, satis concava ignotae originis praeterea sub processu cardinali ad finem superum septi mediani exstat.

Schale von eiförmigem Umrisse, convex-concav, ohne Stielöffnung, Schlossfeld und Deltidium. Der Schlossrand ist gekrümmt, die inneren Ränder etwas aufgeworfen, von Eindrücken der Börstchen des Mantels radial gefurcht. Die Bauchklappe ist die grössere. In ihr liegen am Schlossrande zwei kräftige Zähne, auf der Mitte zieht sich vom Buckel bis zur Hälfte der Länge der Klappe eine schmale Wandplatte herab, welche am unteren Ende gespalten ist. Zu beiden Seiten derselben bemerkt man die Eindrücke der Schlossmuskeln, am unteren Ende den kleinen eiförmigen des Schliessmuskels. Am oberen Ende der Schlossmuskeln entspringt jederseits ein Hauptast der Gefäss-Eindrücke, welcher in schiefer Richtung nach dem Rande verläuft, ehe er diesen erreicht aber einen dreispaltigen seitlichen Ast nach der Mitte zu absendet und sich selbst spaltet. Die Rückenklappe ist nicht bedeutend vertieft. Ihr kleiner Schlossfortsatz ist gespalten; jederseits begrenzt ihn eine kräftige Lamelle, in welcher die tief ausgehöhlten Zahngruben liegen. Unter diesen sieht man auf jeder Seite einer dickeren auf der Mitte herabziehenden Wandplatte einen breiten ovalen, durch eine schwache, schief stehende Leiste getheilten Schliessmuskel-Eindruck, an dessen oberem und unterem Rande je ein in schiefer Richtung gegen den Rand laufender Hauptast von Gefäss-Eindrücken entspringt. Ein kleiner, runder, tiefer Eindruck unter dem Schlossfortsatz am oberen Ende der Wandplatte ist zur Zeit noch unerklärt.

Durch den Mangel einer Stielöffnung, der Area und des Deltidiums, ihr articulirtes Schloss und die Verästelung der Gefäss-Eindrücke erscheint Anoplotheca zunächst der Gattung *Koninckina* E. Suess (Davidson, Introduction Pl. VIII, Fig. 194—198; Woodward, Manual of the Mollusca, II, p. 231) aus den oberen Triasschichten von St. Cassian verwandt, über deren Musculatur zur Zeit nichts Näheres bekannt ist. Von Productus und den ihm zunächst verwandten Gattungen ist Anoplotheca schon durch das gänzliche Fehlen der Stacheln verschieden; auch die Lage und Gestalt der Muskel-Eindrücke, welche bei den Productiden mit Ausnahme von Chonetes verästelt erscheinen, ist bei Anoplotheca wesentlich anders. Vor der Hand wird die neue Gattung am besten mit Koninckina zusammengestellt werden, bis etwa neue Entdeckungen ihre Stellung definitiv entscheiden.

Die einzige Art ist *Anoplotheca lamellosa*, deren Beschreibung ich ebenfalls beifüge.

Anoplotheca lamellosa Sandb.

Terebratula venusta Schnur in Palaeontographica; Bd. III, S. 180, Taf. XXIV, Fig. 3. — Productus lamellosus Sandb. Atlas zum Rhein. Schichtensystem. Taf. XXXIV, Fig. 18 bis 18 *d*.

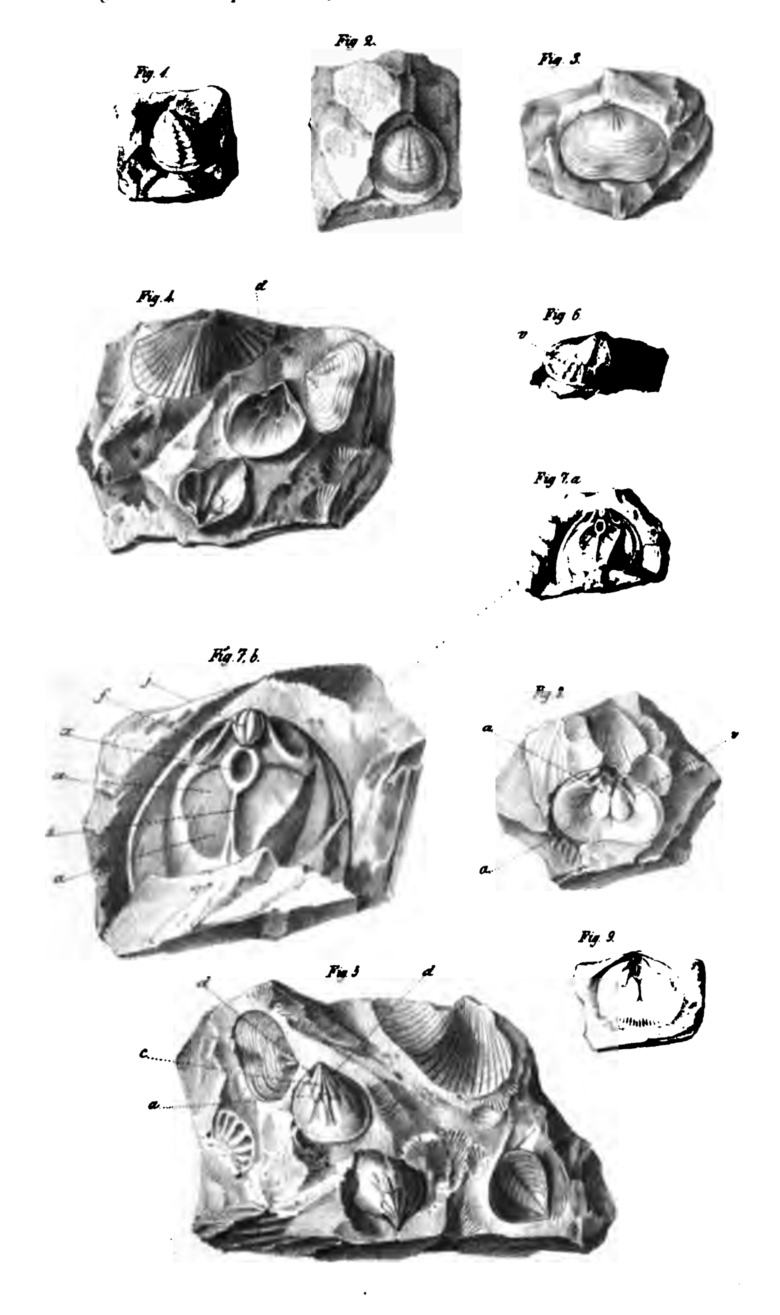
Schale von eiförmigem oder quereiförmigem Umrisse, mit breiten, blätterigen, concentrischen Anwachsrippen geziert. Die ziemlich convexe Bauchklappe zeigt einen nicht sehr tiefen Sinus, auf dessen Seiten sechs Längsfalten hervortreten, welche bei ausgewachsenen Exemplaren über der Mitte verschwinden. Die nicht sehr stark vertiefte Rückenklappe ist in derselben Weise längsgefaltet wie die Bauchklappe.

Anoplotheca lamellosa kommt an den oben angeführten Localitäten stets gesellig vor.

Bei der grossen Zahl paläozoischer Brachiopoden, deren innere Charaktere gegenwärtig noch ganz unbekannt sind, hat auch die gegenwärtige kleine Mittheilung vielleicht ein gewisses Interesse, indem sie für eine zur Zeit nur in der Triasgruppe bekannte Familie einen Repräsentanten in so alten Schichten nachweist.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Bauchklappe eines jüngeren Exemplars. Laubachthal bei Coblenz.
„ 2. Abdruck der Rückenklappe der schmaleren Form. Haigerhütte bei Dillenburg.
„ 3. Abdruck der Rückenklappe der breiteren Form. Laubachthal.
„ 4. Inneres der Bauchklappe mit den Zähnen *d*. „
„ 5. Kern derselben mit den Eindrücken der Zähne *d*, der Schlossmuskeln *c* und der Schliessmuskeln *a*. Laubachthal.
„ 6. Kern derselben Klappe mit den Eindrücken der Gefässe *v*.
„ 7. Inneres der Rückenklappe; *j* Schlossfortsatz, *f* Zahngruben, *s* Septum, *a* Schliessmuskel-Eindrücke, *x* Eindruck unbekannten Ursprungs. Haigerseelbach bei Dillenburg.
„ 8. Rückenklappe; *a* Schliessmuskel-Eindrücke, *v* Gefäss-Eindrücke. Laubachthal bei Coblenz.
„ 9. Rückenklappe mit den randlichen Eindrücken horniger in den Mantel eingesenkter Börstchen.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
d
Fig. 6.
v
Fig. 7. a.
Fig. 7. b.
f
x
a
a
Fig. 8
a
v
a
Fig. 9.
Fig. 5
d
d
c
a

Vorträge.

Construction des Kreises und der Ellipse.

Von Nicolaus Fialkowski,
Architecten und Lehrer der Geometrie und Baukunst an der Communal-Unterrealschule in Gumpendorf zu Wien.

(Mit XII Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 21. Juli 1853.)

Allgemeines Verfahren mittelst zweier Geraden jeden beliebigen Punkt einer Kreislinie zu bestimmen, welche einem gegebenen Quadrate eingeschrieben wird.

§. 1.

Construction.

Es sei (Fig. 1) *ABCD* das gegebene Quadrat, in welchem eine Kreislinie eingeschrieben werden soll. Man halbire jede der vier Seiten dieses Quadrates, ziehe in diesem die beiden Halbirungslinien *EF* und *GH*, so ist bekanntlich *M* als Mittelpunkt der einzuschreibenden Kreislinie; ferner sind $EM = FM = GM = HM$ als Halbmesser, und da $AG = BG = BF = CF \ldots$ gemacht wurde, die Punkte *E, F, G, H* als Punkte dieser Kreislinie, und zwar als gegeben zu betrachten.

Wird nun die Seite *BC* über ihren Endpunkt *B*, und der Durchmesser *EF* über *F* hinaus verlängert, auf den zwei so erhaltenen Linien vom Punkte *F* aus gleich lange Stücke abgeschnitten, also $FI = FK$ gemacht, ferner der Punkt *I* mit *H* und *G* mit *K* durch Gerade verbunden, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden, d. i. der Punkt *N* ein Punkt derjenigen Kreislinie, welche dem gegebenen Quadrate *ABCD* eingeschrieben werden soll.

Wie man aus der Construction sieht, wird es sich hier darum handeln, zu beweisen, ob der Winkel *GNH*, welchen wir der Kürze wegen mit x bezeichnen wollen, ein rechter ist; weil die zwei Eckpunkte *G* und *H* des Dreieckes *GNH* ohnehin Punkte des Kreises sind.

Beweis.

Betrachtet man zuerst die zwei Dreiecke CHJ und GKM, so findet man

$$\left.\begin{array}{l} CJ = MK \\ CH = MG \end{array}\right\} \text{nach der Construction,}$$

und der Winkel $p = q$ als Rechte;
folglich ist das △ $HCJ \cong MGK$,
daher der ∢ $\alpha = \beta$,
und der ∢ $\gamma = \delta$.
Da aber $GH \parallel CJ$ ist,
so ist der ∢ $a = \alpha$;
es ist aber $\alpha = \beta$,
daher $a = \alpha = \beta$.
Da nun $\beta + \gamma + p = 2R$ und $p = R$ ist,
so folgt $\beta + \gamma = R$
aber $a = \alpha = \beta$,
also auch $a + \gamma = R$
und da $x + a + \gamma = 2R$, so folgt, wenn man diese zwei letzten Gleichungen von einander abzieht

$$x = R.$$

Da nun die Punkte G und H Halbirungspunkte der zwei gegenüberliegenden Seiten des Quadrates $ABCD$, in welchem der Kreis eingeschrieben werden soll, mithin Punkte dieses Kreises sind, und der Winkel $x = R$ bewiesen wurde, so muss der Punkt N ein Punkt des Kreises sein, w. z. b. w.

Diese Construction ist ganz allgemein giltig, weil wir, um den Punkt N der Kreislinie zu erhalten, den Hilfspunkt J beliebig angenommen und so den Beweis geführt haben. Was also von diesem Punkte gilt, das lässt sich auch von jedem andern Punkte erweisen.

Ganz auf dieselbe Art ist in derselben Figur auch der Punkt N' construirt worden, wobei aber nur der Durchmesser über dessen Endpunkt E hinaus verlängert wurde; es ist daher gleichgiltig, ob man den Hilfspunkt J auf der Seite oder auf deren Verlängerung annimmt.

§. 2.

Aus der näheren Betrachtung der Fig. 2 folgt sofort, dass man für jeden einzelnen Quadranten von dem einen oder dem andern Endpunkte desselben angefangen, solche Construction der Punkte ins Unendliche fortsetzen kann, und dass, je weiter man sie fortsetzt,

desto näher und näher die so bestimmten Punkte der Kreislinie an einander fallen, so zwar, dass die *BC* und *EF* ins Unendliche verlängert werden müssten, wenn man nach dieser Construction den Punkt *G*, d. i. den Halbirungspunkt der Seite *AB* erhalten wollte.

§. 3.

Bestimmung der correspondirenden Punkte.

Hat man auf die angegebene Weise für den einen oder den andern Quadranten mehrere Punkte construirt, so wie in Fig. 2 für den Quadranten *FG* die Punkte N, N', N'', N''', N'''' .... und wollte man in dem zweiten Quadranten die diesen Punkten gegenüber liegenden Punkte auffinden, so werden die in der Halbirungslinie und ihrer Verlängerung, d. i. in der Axe bereits aufgefundenen Punkte benützt, wozu man also die Seite *BC* nach abwärts nicht zu verlängern braucht.

Ist z. B. der Punkt *S* (Fig. 2) mittelst der Geraden *HP* und *GL* aufgefunden worden, und will man den diesem Punkte correspondirenden Punkt bestimmen, so benützt man die zwei in dem Durchmesser und dessen Verlängerung liegenden Punkte *L* und *m*, indem man *L* mit *H* verbindet und aus *G* durch *m* eine Gerade führt, bis die *HL* in *T* geschnitten wird, wodurch man auch das Stück $EQ = EP$ erhält.

Dass man die correspondirenden Punkte auch mittelst der parallel gezogenen Sehnen erhalten kann, ist ohnehin bekannt, allein dies ist nur bei der Kreislinie immer der Fall; bei der Ellipse aber als dem Bilde der Kreislinie, und besonders in der Perspective ist es nicht immer möglich, mittelst der parallelen Sehnen die correspondirenden Punkte zu bestimmen, wesshalb jedesmal für die eine Hälfte der Ellipse die nothwendigsten Punkte construirt werden müssen, wozu sich das in Fig. 2 bei der Bestimmung der Punkte *S* und *T* angegebene Verfahren besonders eignet.

§. 4.

Eine sehr nützliche Anwendung von der in den zwei vorhergehenden §§. angegebenen Construction wird man bei der Construction der Ellipse machen können; wir wollen aber zuerst untersuchen, wie die vorzüglichsten Punkte des Kreises und dann die der Ellipse gefunden werden.

Betrachten wir zu diesem Behufe Fig. 3, wo in dem gegebenen Quadrate *ABCD* der Kreis *EGFH* eingeschrieben ist. Zieht man in

diesem Quadrate die beiden Diagonalen, so werden sie den Kreis in vier Punkten schneiden. Diese vier Punkte des Kreises wollen wir, beziehungsweise des dem Kreise umschriebenen Quadrates, weil sie zugleich in den Diagonalen liegen, Diagonalpunkte nennen; jene aber, welche zugleich in den Seiten des Quadrates sind, wollen wir mit dem Namen Seitenpunkte bezeichnen, um uns später desto leichter ausdrücken zu können.

Da nun einem Kreise unzählig viele Quadrate umschrieben werden können, so folgt daraus, dass es auch unzählig viele solche Diagonal- und Seitenpunkte geben kann.

Die angeführten acht Punkte sind bei der Construction der Ellipse die vorzüglichsten; sie können am leichtesten und am schnellsten aufgefunden werden, und sind in den meisten Fällen zur Construction dieser Curve für einen geübten Zeichner hinreichend.

§. 5.

Bekanntlich können die Seitenpunkte der Ellipse beim perspectivischen Quadrate als gegeben betrachtet werden; es handelt sich daher in der Perspective bei den gewöhnlichen Zeichnungen meistens nur darum, wie die Diagonalpunkte auf die einfachste Art zu bestimmen sind. Hat man nun auch diese aufgefunden, so sind dann zur Construction dieser Curve im Ganzen acht Punkte, mittelst welchen sie sich in besagten Fällen sehr leicht ausführen lässt. Wendet man beim perspectivischen Zeichnen den Grundriss an, so lassen sich die Diagonalpunkte sehr leicht bestimmen; dies ist aber nicht so leicht der Fall, ohne Benützung des Grundrisses, wenn in einem auf eine andere Art bereits gezeichneten perspectivischen Quadrate eine Ellipse eingezeichnet werden soll.

Solche Punkte aufzufinden, haben sich schon die ersten Perspectiv-Zeichner bemüht, und man hat bei gewöhnlichen Zeichnungen vor allen andern noch bis heut zu Tage diejenige Methode am meisten in Anwendung gebracht, wo die Seite des dem Kreise umschriebenen Quadrates in sieben gleiche Theile getheilt wird; allein diese Methode ist nur für Zeichnungen von kleinem Massstabe anwendbar, indem sie nur annäherungsweise ist. Man begeht nach diesem Verfahren bei Ellipsen von kleineren Durchmessern auch geringe Fehler; je grösser aber die Ellipse gezeichnet werden soll, desto grösser wird auch der Fehler sein, so zwar, dass bei einer Ellipse, deren grosse Axe etwa 6 — 10 Zoll beträgt, diese Methode gar nicht ange-

wendet werden kann, indem der Fehler handgreiflich gross wird. Des Zusammenhanges wegen wollen wir diese Methode näher untersuchen. Theilen wir die Seite AB (Fig. 3) des gegebenen Quadrates $ABCD$ in sieben gleiche Theile, so dass $BJ = {}^1/_7\, AB$ wird, so hat man, da $BG = {}^1/_2\, AB$ ist, $BJ = {}^2/_7\, BG$ und $GJ = {}^5/_7\, BG$; dasselbe gilt auch in Bezug auf die Seite BC. Es ist daher $GJ = OL$ und $KL = MO$ nach der Construction. Sollte nun der Punkt K, welcher in der Diagonale liegt, zugleich auch in der Peripherie des Kreises sein, so muss:

$$\overline{OL}^2 + \overline{KL}^2 = \overline{OK}^2$$

sein; da nun $OL = KL = {}^5/_7$ ist, wenn $OK = 1$ gesetzt wird, so ist, wenn man diese Werthe in die obige Gleichung substituirt:

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 + \left(\frac{5}{7}\right)^2 = 1^2$$

$$\frac{25}{49} + \frac{25}{49} = 1\,;$$

also müsste $\frac{50}{49} = 1$ sein, was absurd ist.

Man sieht also, dass der Punkt K nicht in, sondern ausserhalb der Peripherie in der Diagonale liegt, weil das Resultat um ${}^1/_{49}$ grösser ist, als es sein sollte. Es ist daher der Fehler, den man nach dieser Construction begeht ${}^1/_{49}$ Zoll, Schuh u. s. w., je nachdem man zum Halbmesser des Kreises einen Zoll, Schuh u. s. w. annimmt.

Wie lang sollte nun das Stück $OL = KL$ sein, um den Durchschnittspunkt in der Peripherie und zugleich in der Diagonale zu erhalten? Dies lässt sich trigonometrisch sehr leicht finden; denn da $OK = 1$, der Winkel $KOL = 45^0$ ist, so hat man:

$$KL = OK \sin 45^0$$

$$KL = 1 \times \sin 45^0 = \sin 45^0,$$

daher $\log KL = \log \sin 45^0$

und $\log \sin 45^0 = 9{\cdot}8494850 - 10,$

daher $\log KL = 0{\cdot}8494850 - 1 = \log 0{\cdot}7071068,$

also ist $KL = OL = 0{\cdot}7071068.$

Liesse sich nun das Stück $KL = OL$ durch eine bequeme Zahl ausdrücken, so könnte man daraus auch eine einfache und richtige Construction ableiten, allein dies ist nicht der Fall; denn wird der so

gefundene Decimalbruch 0·7071068 in einen gemeinen, dieser in einen Kettenbruch verwandelt, und werden sodann von diesem die Näherungsbrüche gesucht, so hat man:

$$0{\cdot}7071068 = \frac{7071068}{10000000} = \frac{1767767}{2500000} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \ldots}}}}}$$

wovon

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{12}{17}, \frac{29}{41} \ldots\ldots\ldots\ldots$$

die ersten brauchbaren Näherungsbrüche sind. Die Nenner dieser Brüche zeigen jedesmal an, in wie viel gleiche Theile die halbe Seite oder der Radius getheilt werden soll, und die Zähler, wie viel man solche Theile für die Abscisse und Ordinate zu nehmen hat.

Wird nun die halbe Seite oder der Radius in drei gleiche Theile getheilt, und $KL = OL = \frac{2}{3}$ genommen, so ist der Fehler, da $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$ sein sollte, zu gross, d. i. $\frac{1}{9}$; also erfolgt der Durchschnittspunkt innerhalb der Peripherie in der Diagonale. Nimmt man $KL = OL = \frac{5}{7}$ an, so ist, da $\left(\frac{5}{7}\right)^2 + \left(\frac{5}{7}\right)^2 = 1$ sein sollte, der Fehler $= \frac{1}{49}$; also ebenfalls noch zu gross, und der Durchschnittspunkt erfolgt in der Diagonale, jedoch ausserhalb der Peripherie. Wird ferner $KL = OL = \frac{12}{17}$ gesetzt, so hat man

$$\left(\frac{12}{17}\right)^2 + \left(\frac{12}{17}\right)^2 = 1^2;$$

und da $$\frac{144 + 144}{289} = \frac{288}{289} \text{ ist,}$$

ferner $$1 = \frac{289}{289}$$ gesetzt werden kann, so folgt, wenn man diese zwei Brüche von einander abzieht

$$\frac{289 - 288}{289} = \frac{1}{289},$$

also ist der Fehler $\frac{1}{289}$ bedeutend kleiner; noch kleiner wird der Fehler, wenn man $KL = OL = \frac{29}{41}$ setzt.

Man kann also mittelst der so aufgefundenen Werthe durch Näherungsbrüche dem wahren Werthe so nahe kommen als man

will. Die Construction der Ellipse für die zwei letzten Fälle ist auf Taf. I in Fig. 3^{α} und Fig. 3^{β} dargestellt.

Wird nur die erste Decimalstelle des gefundenen Decimalbruches 0·7071068 genommen, und $KL = OL = \frac{7}{10}$ gesetzt, so muss die halbe Seite in 10 gleiche Theile getheilt, und durch den siebenten Theilungspunkt eine Parallele gezogen werden, um den Diagonalpunkt des Kreises zu erhalten; in welchem Falle man den Fehler gleich $\frac{1}{50}$ begeht, also beinahe so gross als in dem Falle, wenn $KL = \frac{5}{7}$ gesetzt wird. Die Construction der Ellipse für den Fall, wenn die Seite in zehn gleiche Theile getheilt wird, ist auf Taf. I, Fig. 3^{γ}.

Man sieht also daraus, dass es nicht möglich ist mittelst einer ähnlichen Eintheilung die Diagonalpunkte mathematisch richtig aufzufinden. Gäbe es nun auch eine Eintheilung dieser Art, vermittelst welcher die Construction der Diagonalpunkte des Kreises und folglich auch der Ellipse mathematisch richtig ausführbar wäre, so würde es doch für die Praxis von keinem besonderen Nutzen sein, indem jede Eintheilung unbequem, den Fehlern unterworfen und zeitraubend ist, und wie wir in der Folge sehen werden, mehr als jede von uns angegebene Verfahrungsart Zeit in Anspruch nimmt.

§. 6.

In den neueren Werken über die Perspective, vorzüglich in den Werken von Thibault, Vergnauld u. m. a. findet man ausser der bereits angeführten Methode, mehrere andere, nach welchem man einzelne Punkte der Ellipse finden kann. Obschon einige derselben mathematisch richtig sind, so kann man sie doch nicht die vorzüglichsten nennen, weil man auch bei diesen die Eintheilung machen muss.

In den neuesten Werken über die Perspective findet man ein mathematisch richtiges Verfahren mittelst der Abscissen und Ordinaten; dieses ist allerdings sehr einfach, wenn mit der ganzen Distanz gearbeitet wird. Es muss aber jedesmal, um in der Perspective schöne Bilder zu erzielen, die Entfernung des Beobachters von der Tafel ziemlich gross angenommen werden, so dass der betreffende Distanzpunkt ausserhalb der Zeichenfläche fällt. In diesem Falle muss mit der halben Distanz oder mit einem kleineren Theile

derselben, welcher noch auf der Zeichenfläche aufgetragen werden kann, gearbeitet werden.

Wird in einem solchen Falle zur Construction der Ellipse das Verfahren mittelst Abscissen und Ordinaten angewendet, so muss jede der letzteren unvermeidlich in 2, 3 oder n gleiche Theile getheilt, und in die Drehungsaxe umgelegt werden, was allerdings ebenfalls zu umständlich und zeitraubend ist.

Wir werden nun in folgenden §§. sehen, auf welch einfache Art, ohne Eintheilung und ohne Hilfskreis die Diagonalpunkte so wie auch andere beliebige Punkte des Kreises und folglich auch der Ellipse bestimmt werden.

§. 7.

Bestimmung der Diagonalpunkte bei einer Kreislinie.

Soll nach der im §. 1 angegebenen Construction der Diagonalpunkt N (in Fig. 4) bestimmt werden, so entsteht die Frage, wie lang muss die Seite BC über B hinaus verlängert werden, um den Punkt N der Kreislinie in der Diagonale zu erhalten?

Es muss die Verlängerung der Seite $BC = \sqrt{2} - 1$ sein; zu diesem Behufe muss folgender Satz bewiesen werden:

Wenn man die eine Halbirungslinie EF des Quadrates $ABCD$ über den Endpunkt F hinaus, und die Seite BC über B hinaus verlängert, diese Verlängerungen von F aus mit dem Radius gleich der Neunziger-Sehne schneidet, ferner den so erhaltenen Punkt J mit H und K mit G verbindet, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden ein Diagonalpunkt des Kreises, d. h. er liegt in der Diagonale, zugleich aber auch in der Peripherie desjenigen Kreises, welcher dem Quadrate $ABCD$ eingeschrieben wird.

Beweis.

Wird N mit E, H und F, sodann E mit G, und H mit F verbunden, so ist:

$$\left.\begin{aligned} EN &= HN \\ EM &= HM \end{aligned}\right\}\text{ nach der Construction,}$$

und $MN = MN$,

folglich ist das $\triangle\, EMN \cong \triangle\, HMN$,

daher der $\sphericalangle\; x = y$;

ebenso ist

$$\left.\begin{aligned} EG &= FH \\ GN &= FN \\ EN &= HN \end{aligned}\right\}\text{ nach der Construction,}$$

(und steht vor der letzten Zeile)

folglich ist das $\triangle\, EGN \cong FHN$,

und daher der $\sphericalangle$ $w = z$;

da ferner $FN = GN$

$FG = FK$

und der $\sphericalangle$ $q = BFG = \frac{R}{2}$ (nach der Construction,)

so ist $\alpha = \beta = \gamma = \frac{R}{4}$,

daher auch $\sphericalangle$ $NFB = \beta = \frac{R}{4}$;

somit ist $\sphericalangle$ $HFN = KFN$,

und da $HF = KF$ nach der Construction

und $FN = FN$

ist, so folgt $\triangle$ $HFN \cong KFN$,

daher $\sphericalangle$ $v = z$;

es ist aber $w = z$ nach dem Bewiesenen,

folglich ist $v = w$;

da nun $q = \alpha + \gamma = \alpha + \beta = \frac{R}{2}$

und $v = \alpha + \beta$

ist, so folgt $q = v = \frac{R}{2}$.

Wir haben somit $w = z,\ v = z,\ w = v,$

$x = y,\ \alpha = \beta = \gamma = \frac{R}{4},$

$v = q = \frac{R}{2};$

und da $w + x + y + z + v = 2R$

und $w = v = \frac{R}{2}$,

so ist $x + y + z + 2v = 2R$,

also $x + y + z + R = 2R$,

folglich $x + y + z = R$,

oder der $\sphericalangle$ $ENF = R$.

Da nun E und F Endpunkte des Durchmessers EF also Punkte des Kreises sind, und der Winkel ENF ein rechter ist, so liegt der Punkt N in der Peripherie des Kreises; er liegt aber zugleich in der Diagonale, folglich ist er ein Diagonalpunkt des Kreises, w. z. b. w.

Dasselbe gilt auch in Bezug auf das Dreieck GNH; denn:

da $x + y + z = R$

und $w = z$

ist, so hat man $x + y + w = R$,

oder es ist der $\sphericalangle$ $GNH = R$, w. z. b. w.

Was nun von diesem Diagonalpunkte gilt, das lässt sich auch von jedem der drei übrigen Punkte auf ähnliche Art erweisen.

Ist also in dem Quadrate *ABCD* die Diagonale *BD* gezogen, so braucht man nur die Halbirungslinie oder den Durchmesser *EF* dieses Quadrates zu verlängern, diese Verlängerung dann aus *F* mit dem Radius gleich der diesem Kreise entsprechenden Neunziger-Sehne *FG* in *K* zu schneiden, und den so erhaltenen Durchschnittspunkt *K* mit dem Halbirungspunkte *G* der Seite *AB* zu verbinden, wodurch man den Punkt *N* des Kreises in der Diagonale erhält. Denselben Punkt findet man aber auch dadurch, wenn man, wie Fig. 5, Taf. II zeigt, die Verlängerung der Seite *BC* ebenfalls mit demselben Radius in *J* schneidet, und den so erhaltenen Punkt mit dem Halbirungspunkte der Seite *CD* verbindet.

Um den correspondirenden Punkt für *N''* Fig. 4 unterhalb der *EF* zu erhalten, muss die zweite Diagonale *AC* gezogen, und der Punkt *K* mit *H* verbunden werden, wie es durch Pfeile angezeigt ist.

§. 8.

Construction der Ellipse mittelst der vier Diagonalpunkte.

Der im §. 7 aufgestellte und begründete Satz gibt uns ein leichtes Mittel an die Hand, auch bei der Ellipse die vier Diagonalpunkte zu finden, ohne dass man irgend eine Seite des Rechteckes oder Parallelogrammes, worin eine Ellipse eingeschrieben werden soll, einzutheilen braucht. Auf Grund des erwähnten Satzes kann dies auf zweifache Weise geschehen, wie wir sogleich sehen werden. Vorerst wollen wir aber eine Betrachtung anstellen, und sehen, welche Punkte ungeändert oder fix bleiben, und welche man zur Construction der Ellipse mit Vortheil in dem Falle benützt, wenn man sich dieselbe durch die Drehung des Kreises um dessen Durchmesser entstanden denkt.

Es sei nun (Fig. 6) *ABCD* das Quadrat und *EGFH* der ihm eingeschriebene Kreis gegeben. Zieht man in diesem Quadrate die beiden Diagonalen *AC* und *BD*, und bestimmt nach dem angeführten Verfahren die vier Diagonalpunkte *N*, *P*, *Q*, *S* des eingeschriebenen Kreises, so werden, wenn man sich den Kreis *EGFH* um dessen Durchmesser *EF* gedreht denkt, und das Auge des Beobachters in unendlicher Entfernung annimmt, die Punkte und Linien folgender Maassen ihre Lage verändern:

Kommt bei dieser Drehung der Punkte *A* nach *A'*, so bleibt der Punkt *B* nach der Drehung in derjenigen Horizontalen, welche durch

A' parallel zur Drehungsaxe EF gezogen wird; mag der Punkt A nach der Drehung in der durch denselben gezogenen Verticalen oder seitwärts derselben sich befinden. Ist also der Punkt A nach der Drehung in der Verticalen AD, so muss der Punkt B in der Verticalen BC sein, und es wird AB nach der Drehung in die Lage $A'B'$ kommen; in derselben Entfernung aber von der Drehungsaxe muss vermöge der Voraussetzung der Distanz des Beobachters auch die Seite CD bleiben, also in der Lage $C'D'$. Aus diesem Grunde müssen auch die beiden Halbirungspunkte G und H in der Verticalen GH sich befinden; denkt man sich nun die Gerade HJ, in welcher sich der Diagonalpunkt N befindet, so fest verbunden, dass, wenn das Quadrat $ABCD$ gedreht wird, dieselbe gleichzeitig mitgehen muss, so kommt sie nach der Drehung in die Lage $H'N'$, wobei deren Punkt K in der Drehungsaxe ungeändert bleibt.

Da ferner jeder Punkt nach der Drehung in derselben Verticalen bleibt, in welcher er sich vor der Drehung befand, so muss der Punkt N in derselben Verticalen auch nach der Drehung bleiben, in welcher er vor der Drehung war; da nun der Punkt N in der Verticalen NN' zugleich aber auch in der Geraden $H'N'$ ist, so muss er im Durchschnittspunkte dieser zwei Geraden also in N' sein.

Dasselbe geschieht mit allen Diagonalpunkten, wenn die Drehung um die Axe EF gedacht und das Auge des Beobachters in unendlicher Entfernung angenommen wird.

Um aber die drei übrigen Diagonalpunkte der, in dem durch die Drehung entstandenen Rechtecke $A'B'C'D'$, einzuschreibenden Ellipse zu erhalten, ziehe man die beiden Diagonalen $A'C'$ und $B'D'$, übertrage den fixen Punkt K auf die entgegengesetzte Seite, verbinde dann G' mit K', und H' mit K und K' durch gerade Linien, und verlängere sie bis zu den Diagonalen, welche in den Punkten P', Q', S' geschnitten werden; diese sind alsdann die verlangten Diagonalpunkte der zu zeichnenden Ellipse.

§. 9.

Abgekürztes Verfahren bei der Construction der Diagonalpunkte einer Ellipse.

Da es zu umständlich wäre bei der Construction der Ellipse die zwei Hilfsfiguren, d. i. den Kreis und das ihm umschriebene Quadrat zu zeichnen, so wird man hierbei viel einfacher auf folgende Art verfahren müssen:

Es seien zur Construction der Ellipse (Fig. 7) die beiden Axen *AB* und *CD* ihrer Grösse und Richtung nach gegeben, wesshalb auch das Rechteck *EFGH* als gegeben betrachtet werden kann. Wird in diesem Rechtecke die kleine Axe *CD* nach aufwärts und die Seite *FG* nach abwärts verlängert, ferner $OJ = OB$ und *BK* gleich der Entfernung *BJ* gemacht, sodann *J* mit *K* und *C* mit *L* durch Gerade verbunden, und letztere bis *M* verlängert, so ist *M* ein Ellipsenpunkt in der Diagonale des dieser Ellipse umschriebenen Rechteckes, also ein Diagonalpunkt der zu zeichnenden Ellipse.

Die drei übrigen Diagonalpunkte werden gefunden, indem man aus *O* mit dem Radius gleich der Entfernung *OM* die Diagonalen durchschneidet, wodurch die drei Punkte N, M', N' als die übrigen verlangten Diagonalpunkte erfolgen.

Man kann sie aber auch dadurch finden, indem man den fixen Punkt *L* auf die entgegengesetzte Seite des Mittelpunktes *O* nach L' überträgt, sodann aus *C* durch L' und aus *D* durch *L* und L' bis zu den Diagonalen gerade Linien führt.

Auf ähnliche Art wird man auch (Fig. 8) bei der Construction einer Ellipse verfahren, wenn die zwei conjugirten Axen *AB* und *CD*, folglich auch das Parallelogramm *EFGH* gegeben sind. Man ziehe nämlich durch den Halbirungspunkt *O* die $JK \perp AB$, und in dem Endpunkte *B* der Axe *AB* die $BL \perp AB$, mache dann $OJ = OK = OB$, und *BL* gleich der Entfernung *BK*, verbinde *J* mit *L*, und *C* mit *M* durch Gerade und verlängere die letztere, d. i. die *CM* bis *N*, so ist dieser Punkt ein Diagonalpunkt der Ellipse; die anderen drei Punkte werden mittelst des übertragenen Punktes M', wie oben erklärt wurde, gefunden; oder vermittelst der Parallelen, wie es durch die Pfeile angezeigt ist.

§. 10.
Ein anderes Verfahren bei der Bestimmung der Diagonalpunkte einer Ellipse.

Wir haben in §. 8, Fig. 6 gezeigt, dass einer der vier Diagonalpunkte eines Kreises dadurch bestimmt wird, indem man die Verlängerung der Seite *BC* mit dem Radius gleich der Neunziger-Sehne *FG* aus *F* in *J* schneidet u. s. w., wodurch man nach weiterer Operation den Diagonalpunkt *N* erhält. Wir haben aber in §. 7, Fig. 4 bewiesen, dass man denselben Diagonalpunkt auch dadurch erhält, indem man mit dem Radius gleich der Neunziger-Sehne aus demselben Punkte die

Verlängerung des Durchmessers *EF* in *K* schneidet, und diesen Punkt mit dem Punkte *G* verbindet.

Um daraus ein Verfahren für die Construction der Diagonalpunkte einer Ellipse abzuleiten, müssen wir den gegebenen Kreis sammt den ihm umschriebenen Quadrate drehen und genau betrachten, was während der Drehung mit denjenigen Punkten geschieht, welche zur Construction der Diagonalpunkte im Kreise erforderlich waren.

Bei dieser Drehung wollen wir das Auge des Beobachters in unendlicher Entfernung, und zwar einmal in der Mitte der zu drehenden Figur, sodann seitwärts derselben rechts oben annehmen.

Es sei nun (Fig. 9) das Quadrat *ABCD* und der ihm eingeschriebene Kreis *EGFH*, in welchem der Diagonalpunkt *N* auf eine der zwei letzteren Arten bestimmt wurde, gegeben. Wird bei der Drehung die erstere Stellung des Beobachters angenommen, so bleiben die ausserhalb der Axe liegenden Punkte stets in den durch sie senkrecht auf die Axe gezogenen Geraden; es können demnach jedesmal, sobald die Stellung eines Punktes, z. B. des Punktes *A* bestimmt ist, auch die übrigen Punkte *B*, *D*, *G* etc. sehr leicht gefunden werden, indem das Quadrat *ABCD* als ein Rechteck erscheint, $A'B' = AB$, $A'G' = AG$ wird, während der Punkt *K* als ein Punkt der Axe ungeändert bleibt.

Somit wird der Diagonalpunkt *N* nach der Drehung in der Diagonale $B'D'$, zugleich aber auch in der Geraden $G'K$ sich befinden, daher im Durchschnittspunkte dieser zwei Geraden also in N' sein.

Wird die besagte zweite Stellung des Beobachters angenommen, so können auch in diesem Falle, wenn die Lage eines Punktes z. B. des Punktes *A* bestimmt ist, die übrigen drei Punkte *B*, *D*, *G* sehr leicht ermittelt werden, indem das Quadrat *ABCD* in ein Parallelogramm übergeht, da alle ausserhalb der Axe befindlichen Punkte in denjenigen Geraden bleiben, welche durch die Fusspunkte der betreffenden Normalen parallel zur Seite des Parallelogrammes gezogen werden, während der Punkt *K* wie zuvor fix bleibt.

Da nun der Punkt *N* nach der Drehung in der Diagonale $B''D''$, zugleich aber auch in der Geraden $G''K$ liegt, so muss er im Durchschnittspunkte dieser zwei Geraden also in N'' sein w. z. b. w. Dasselbe gilt auch von jedem der drei übrigen Diagonalpunkte.

Aus dieser Betrachtung ergibt sich die nächstfolgende Construction der Diagonalpunkte einer Ellipse.

§. 11.

Construction der Diagonalpunkte einer Ellipse mittelst der Verlängerung der grossen Axe oder des grösseren conjugirten Durchmessers.

a) Es sei zur Construction der Ellipse (Fig. 10) AB die grosse und CD die kleine Axe gegeben; man zeichne das entsprechende Rechteck $EFGH$, verlängere die grosse Axe, trage auf dieser Verlängerung vom Punkte B aus die entsprechende Neunziger-Sehne auf, verbinde den so erhaltenen Punkt K mit C und D, so sind die zwei Durchschnittspunkte in den Diagonalen, d. i. die Punkte L und M die verlangten Diagonalpunkte. Die zwei übrigen Diagonalpunkte werden mittelst der durch die ersteren zwei Punkte gezogenen Parallelen gefunden, oder indem man aus O mit $OL = OM$ die Diagonalen auf der entgegengesetzten Seite schneidet.

Was die schnelle Auffindung der entsprechenden Neunziger-Sehne betrifft, so kann dies dadurch geschehen, dass man die kleine Axe verlängert, selbe aus O mit der halben grossen Axe hier in J schneidet, oder dass man, wenn irgend ein rechter Winkel schon vorhanden ist, auf dessen Schenkeln vom Scheitelpunkte aus die halbe grosse Axe aufträgt, und die so erhaltene Hypotenuse auf die Verlängerung der grossen Axe überträgt.

b) Sind AB und CD (Fig. 11) die beiden conjugirten Axen, so construire man das entsprechende Parallelogramm $EFGH$, ziehe in diesem die beiden Diagonalen, verlängere den grösseren conjugirten Durchmesser AB bis K, so dass BK gleich der entsprechenden Neunziger-Sehne wird, und verbinde den hierdurch erhaltenen Punkt K mit den Endpunkten des kleinen conjugirten Durchmessers durch gerade Linien, welche die Diagonalen in den Punkten M und N schneiden, und die verlangten Diagonalpunkte der Ellipse geben.

Die zwei anderen Diagonalpunkte werden auf die eine oder die andere bekannte Art gefunden.

Um hierbei die entsprechende Neunziger-Sehne zu erhalten, wird auf AB in O eine Normale gezogen, diese dann aus demselben Punkte mit dem halben grösseren Durchmesser, d. i. mit OB in J geschnitten; oder wenn ein rechter Winkel schon vorhanden ist, nach dem bereits Gesagten verfahren.

Ein geübter Zeichner wird aber weder die grosse Axe zu verlängern, noch irgend eine andere Hilfslinie völlig zu ziehen brauchen, und auf folgende Art verfahren können:

Man beschreibe in der Richtung der kleinen Axe mit dem Radius gleich der halben Grossaxe einen kleinen Bogen, lege die Kante des Lineals an die kleine Axe an, und ohne deren Verlängerung gänzlich zu ziehen, durchschneide man diesen Bogen, wodurch die Entfernung *BJ* als die Neunziger-Sehne erfolgt. Nun wird mit dieser aus *B* in der Richtung der grossen Axe ein kleiner Bogen beschrieben, die Kante des Lineals an die grosse Axe angelegt, und der Bogen bei *K* geschnitten; wird endlich an diesen Punkt und an *C* die Kante des Lineals angelegt, und die Diagonale bei *M* eingeschnitten, so ist dieser der verlangte Diagonalpunkt; ebenso findet man auch den Punkt *N*, ohne dass man die Gerade *DK* zu ziehen braucht.

§. 12.

Nähere Betrachtung der Entstehungsart der Parallelogramme und die daraus abgeleiteten Constructionsarten der Ellipse.

Es sei *A'B'C'D'* (Fig. 12, Taf. III) ein Rechteck; dieses kann man sich auf verschiedene Art entstanden denken, unter andern aber auch dadurch, indem man das Quadrat *ABCD* um die Axe *EF* dreht und dabei das Auge des Beobachters in unendlicher Entfernung annimmt. Man kann sich aber dasselbe Rechteck auch durch die Drehung des Quadrates *abcd* um die Axe *G'H'* entstanden denken. Im ersten Falle erhält man das Rechteck *A'B'C'D'* als das Bild des Quadrates *ABCD*, wenn die Projection von dem Auge des Beobachters in der Verlängerung der Geraden *GH* in unendlicher Entfernung angenommen wird; im zweiten Falle aber ist dasselbe Rechteck als das Bild des kleinen Quadrates *abcd*, wenn man die Projection von dem Auge des Beobachters in der Verlängerung der Geraden *EF* annimmt. Um dies mehr anschaulich zu machen, wurden hier die beiden Hauptlinien, d. i. die Horizontal- und Vertical-Linie aus der unendlichen Entfernung an die Seiten des Rechteckes *A'B'C'D'* näher gerückt, wobei uns $\triangle\Omega$ die umgelegte Entfernung des Beobachters für den ersten, und $\triangle\Omega'$ für den zweiten Fall versinnlicht; es bleibt also der Distanzpunkt immer in der Verlängerung der Diagonale des Rechteckes *A'B'C'D'*. Somit erscheint dieses Rechteck in Bezug auf das Quadrat *ABCD* so, wie man es sich gewöhnlich vorstellt; im zweiten Falle aber erscheint dasselbe Rechteck bezüglich des Quadrates *abcd* als ein verzehrtes Bild, welches auch ganz richtig ist. Denn wird das Auge des Beobachters in der Verlängerung der Diagonale *B'D'* in unendlicher Entfernung angenommen, so erscheint

die Gerade $A'B'$ als das Bild der Geraden $A'D'$; dasselbe gilt auch in Bezug auf die Seite $C'D'$, indem $\triangle \Omega' = \triangle' \Omega'$ obgleich in unendlicher Entfernung als umgelegte Distanzen einander gleich sein müssen, wobei $A'B'$ und auch $C'D'$ als die Trassen der Tafel angenommen werden. Wird aber $B'C'$ als die Trasse der Tafel gedacht und das Auge des Beobachters in $\triangle$ angenommen, so wird $B'C'$ als das Bild der Geraden $C'D'$ u. s. w. erscheinen. Dasselbe Gesetz findet auch in Fig. 13 Statt, und man kann sich eins und dasselbe Parallelogramm $A'B'C'D'$ durch die Drehung zweier verschiedenen Quadrate entstanden denken; jedesmal aber wird die zu je zwei parallelen Seiten parallel gezogene Halbirungslinie als die Seite desjenigen Quadrates sein, durch dessen Drehung das Parallelogramm entstanden gedacht werden kann.

Wird also das Quadrat $ABCD$ um die Axe EF gedreht, so kommt bei gewisser Stellung des Auges die Seite AB nach $A'B'$, BC nach $B'C'$ u. s. w., bei einer andern Stellung des Auges wird die Seite bc von dem Quadrate $abcd$ nach $B'C'$ und ad nach $A'D'$ kommen u. s. w. Es erscheint also von zwei verschieden grossen Quadraten dasselbe Parallelogramm, wie aus den beiden Figuren ersichtlich ist.

§. 13.

Diese Erscheinung gibt uns ein treffliches Mittel an die Hand, manche Aufgaben über die Ellipse und insbesondere die Construction der Diagonalpunkte auf eine noch einfachere Art, als wir es in den vorhergehenden §§. gezeigt haben, auszuführen.

Es sei AB (Fig. 14) die grosse, CD die kleine Axe und $EFGH$ das entsprechende Rechteck; verlängert man in diesem die grosse Axe AB und macht die Verlängerung gleich der Neunziger-Sehne des über der grossen Axe, als Durchmesser angenommen, beschriebenen Kreises, verbindet den Punkt K mit dem Endpunkte C der zweiten Axe, so ist der Durchschnittspunkt dieser Geraden mit der Diagonale, d. i. der Punkt N ein Punkt der in diesem Rechtecke einzuschreibenden Ellipse, wie bereits bewiesen wurde. Wir haben aber in dem vorhergehenden §. gesehen, wie das Rechteck $EFGH$ durch die Drehung des Quadrates $efgh$, dessen Seite gleich CD gemacht wird, entstanden gedacht werden kann. Ist dies nun der Fall, so muss, die Neunziger-Sehne des diesem Quadrate eingeschriebenen Kreises auf der Verlängerung der kleinen Axe aufgetragen, und der so erhaltene Punkt mit dem Halbirungspunkte verbunden, ebenfalls

der Diagonalpunkt der Ellipse erfolgen. Es muss also, wenn $OL = OC$ gemacht, sodann CL von C aus auf der Verlängerung der CD aufgetragen und M mit B verbunden wird, die Diagonale von dieser Geraden in einem Punkte geschnitten werden, welcher ein Diagonalpunkt der Ellipse ist, also derselbe Punkt wie zuvor.

Dasselbe ist auch bei dem Parallelogramme, wie Fig. 15 zeigt. Auch hier wird, wie bereits bewiesen wurde, der Diagonalpunkt mittelst der Verlängerung des grossen conjugirten Durchmessers erhalten u. s. w. Da aber das Parallelogramm $EFGH$ auch durch die Drehung des Quadrates $efgh$ entstanden gedacht werden kann, so ist auch hier die Construction des Diagonalpunktes mittelst der Verlängerung der CD mathematisch richtig. Wird also der kleinere conjugirte Durchmesser verlängert, diese Verlängerung gleich der Neunziger-Sehne des mit der halben kleinen conjugirten Axe beschriebenen Kreises gemacht, und der so erhaltene Punkt mit dem einen oder dem andern Endpunkte der zweiten Axe verbunden, so ist der Durchschnittspunkt dieser Geraden mit der entsprechenden Diagonale ebenfalls ein Diagonalpunkt der Ellipse.

Man kann daher bei der Auffindung eines Diagonalpunktes auf eine noch einfachere Art verfahren, als es bereits gezeigt wurde, und dies wollen wir sogleich sehen.

§. 14.

Construction der Diagonalpunkte einer Ellipse, wenn nur die kleine Axe oder nur der kleinere conjugirte Durchmesser verlängert werden kann.

Es sei Fig. 16 AB die grosse und CD die kleine Axe, ferner $EFGH$ das diesen Axen entsprechende Rechteck, in welchem die Ellipse eingezeichnet werden soll. Man verlängere die kleine Axe CD über den Endpunkt C hinaus, mache $OJ = OC$, $CK = CJ$, und verbinde den zuletzt erhaltenen Punkt K mit A und B durch Gerade, welche die Diagonalen in M und P schneiden; diese Punkte sind dann die verlangten Diagonalpunkte der Ellipse.

Wollte man auf dieselbe Art auch die zwei anderen Diagonalpunkte erhalten, so müsste die Axe CD auch noch unterhalb der Axe AB verlängert, im Übrigen aber wie bei den ersten zwei Punkten verfahren werden.

Wie man sieht, ist dieses Verfahren noch viel einfacher und genauer, als das in §. 9, Fig. 7, und in §. 11, Fig. 10 angegebene,

weil man darnach viel schneller, schärfer und deutlicher den verlangten Durchschnittspunkt in der Diagonale erhält, wie uns dies Fig. 14 zeigt, wo man den Diagonalpunkt N auf zweifache Weise bestimmt sehen kann.

Dasselbe findet auch bei einem Parallelogramme Statt.

Sind die beiden conjugirten Durchmesser AB, CD (Fig. 17) also auch das Parallelogramm $EFGH$ gegeben, und soll in demselben eine Ellipse eingezeichnet werden, so ziehe man die beiden Diagonalen, errichte in ihrem Durchschnittspunkte O auf dem grösseren oder kleineren conjugirten Durchmesser eine Verticale, hier $JO \perp AB$, durchschneide diese Verticale mit dem Radius $= OC$ bei J und die OB bei K, verlängere den kleineren conjugirten Durchmesser und trage auf dieser Verlängerung von C aus die Entfernung JK auf, so dass $CL = JK$ ist. Wird dann der so erhaltene Punkt L mit A und B durch Gerade verbunden, so sind die Durchschnittspunkte M und N die verlangten Diagonalpunkte der Ellipse. Um die zwei übrigen Diagonalpunkte P und Q zu erhalten, wird die Axe CD auch nach der entgegengesetzten Seite verlängert, im Übrigen aber wie vorhin verfahren; oder man mache $OP = ON$ und $OQ = OM$, was bei den Parallelogrammen und Rechtecken sehr anwendbar ist.

Es wird wohl jeder Sachkundige zugeben müssen, dass diese Constructionsart so einfach ist, als man sich nur wünschen kann; denn man braucht hierbei keine Eintheilung zu machen, keinen zu grossen Raum zur Verlängerung der Axen, und erhält die Durchschnittspunkte in jedem Rechtecke und Parallelogramme für die Diagonalpunkte sehr scharf und deutlich.

§. 15.

Hat man die Richtigkeit dieser Constructionen eingesehen und sich den Gang der Sache gemerkt, so kann man bei der Construction der Diagonalpunkte einer Ellipse die eine oder die andere Verfahrungsart anwenden, je nachdem es auf der Zeichenfläche der Raum gestattet, die kleine oder die grosse Axe, den kleineren oder den grösseren conjugirten Durchmesser nach der einen oder der andern Richtung zu verlängern.

Zur Controle können beide Axen über einen ihrer Endpunkte hinaus verlängert werden; auch ist es selten der Fall, dass man mit dem Raume so beschränkt ist, um die beiden Axen nach der einen oder der andern Richtung nicht verlängern zu können.

Wir werden übrigens später sehen, dass man die Diagonalpunkte auf eine andere Art auffinden kann, ohne dass man die eine oder die andere Axe zu verlängern braucht; vorläufig wollen wir untersuchen, auf welche Art man jeden beliebigen Punkt einer Ellipse mittelst der im §. 2, Fig. 2 angegebenen Construction bestimmen kann.

§. 16.

Bestimmung eines beliebigen Punktes der Ellipse mittelst der fixen Punkte und der Verlängerung der grossen Axe oder des grösseren conjugirten Durchmessers.

Betrachten wir zu diesem Behufe die Fig. 18, Taf. IV, wo das Quadrat $ABCD$ und der ihm eingeschriebene Kreis $EFGH$ gegeben ist; verlängern wir die beiden verticalen Seiten AD und BC, wie auch den Durchmesser EF, nehmen auf der Verlängerung der Seite BC den Punkt J beliebig an, machen $FK=JF$, und ziehen die zwei Geraden JH und GK, so ist nach §. 1 der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden, d. i. der Punkt L in der Peripherie des Kreises, welcher dem Quadrate $ABCD$ eingeschrieben ist. Wird nun die Drehung dieses Kreises um den Durchmesser EF als Drehungsaxe vorgenommen, so wird, der bereits gemachten Erklärung zu Folge, der Punkt L nach der Drehung in der Geraden $G'K$, zugleich aber auch in der durch L gezogenen Verticalen sein; er liegt aber auch in der Geraden $J'H'$, folglich muss er im Durchschnittspunkte dieser drei Geraden, d. i. in L' liegen. Da nun der Punkt L ein Punkt der Peripherie des Kreises ist, so muss der Punkt L' ein Ellipsenpunkt sein; was also von diesem Punkte gilt, das lässt sich auch von jedem andern Punkte erweisen.

Man hat daher zur Construction eines beliebigen Punktes der Ellipse zwei fixe Punkte, wie hier die Punkte K und n zu bestimmen, und solche nach der angegebenen Art gehörig in Anwendung zu bringen. Diese zwei fixen Punkte werden aber auch zur Bestimmung der drei übrigen Punkte, welche mit dem schon aufgefundenen Ellipsenpunkte in der horizontalen, verticalen, wie auch in der diagonalen Richtung correspondiren, benützt.

Man findet nämlich den mit dem Punkte L' correspondirenden Punkt M', indem man K mit H' durch eine Gerade verbindet, und aus G' durch den Punkt n bis zu dieser ebenfalls eine Gerade führt.

Werden ferner die zwei fixen Punkte auf die entgegengesetzte Seite der kleinen Axe übertragen, so findet man auf eben solche Art

auch die zwei übrigen correspondirenden Punkte, d. i. die Punkte N' und P', wie aus der Figur einleuchtend ist.

§. 17.

Aus der im vorhergehenden §. angegebenen Construction lässt sich mit Hinweglassung der zwei Hilfsfiguren, d. i. des Quadrates und des ihm eingeschriebenen Kreises, wie auch mehrerer anderer der Erklärung wegen gezogenen Hilfslinien, eine einfache Methode für die Construction eines beliebigen Punktes der Ellipse ableiten.

Betrachten wir zu diesem Behufe nochmals die Fig. 18 so finden wir, dass die zwei Dreiecke HCJ und GOK congruent sind, und da $QF \parallel GO$, $Fn \parallel CH$ und $FO = FC$ ist, auch $FQ = Fn$ sein muss; man braucht daher nicht, um den fixen Punkt n zu finden, die Seite des Quadrates zu verlängern, in derselben einen Punkt anzunehmen und die Hilfslinie HJ zu ziehen, sondern nur irgend ein Stück dieser Seite, hier z. B. das Stück FQ, in die Axe um den Endpunkt F umzulegen.

Der fixe Punkt K in der Verlängerung der grossen Axe wird gefunden, indem man beide Axen verlängert, die Verlängerung der kleinen Axe aus dem Mittelpunkte O mit dem Radius gleich der grossen Halbaxe schneidet, sodann aus diesem Durchschnittspunkte durch Q bis zu der Verlängerung der grossen Axe eine Gerade führt, welche übrigens gänzlich weggelassen werden kann, da man nur den Punkt Q und K zu markiren und zu benützen braucht, wie im nächstfolgenden §. gezeigt werden soll.

§. 18.

Allgemeines Verfahren, jeden beliebigen Punkt einer Ellipse zu finden.

a) Wenn die grosse und die kleine Axe gegeben sind.

Sind AB und CD (Fig. 19) die beiden Axen, so verlängere man jede über einen ihrer Endpunkte, hier die AB über B und die CD über C hinaus, mache dann $OJ = OB$, und errichte im Endpunkte B eine Verticale, also $Bw \perp AB$ in B. Sollte nun irgend ein Ellipsenpunkt bestimmt werden, so nehme man in der Verlängerung der grossen Axe einen beliebigen Punkt K an, lege an diesen Punkt und an J das Lineal an, und schneide die Verticale Bw in m ein; lege dann das hierdurch erhaltene Stück Bm um den Punkt B in die Axe AB um (indem man aus B mit Bm einen Bogen beschreibt). Wird endlich C mit K durch eine Gerade verbunden, ferner aus D durch m' eine

zweite Gerade so geführt, dass die erste in L geschnitten wird, so ist L ein Ellipsenpunkt.

Um die drei übrigen Punkte zu erhalten, wird $Om''=Om'$ gemacht, ferner aus D durch m'' die Gerade $Dm''N$, aus C durch m' die Gerade CM und durch m'' die CP gezogen, sodann $Mm'=Nm'$ $=Pm''=Lm'$ gemacht. Die so erhaltenen Punkte M, N, P sind ebenfalls Ellipsenpunkte.

Man erhält also vier Punkte und mit Einschluss der vier Endpunkte der beiden Axen im Ganzen acht Punkte der Ellipse.

b) Wenn die beiden conjugirten Durchmesser gegeben sind.

Es sei (Fig. 20) AB der grössere und CD der kleinere conjugirte Durchmesser, also beide ihrer Grösse und Richtung nach, gegeben. Man verlängere den grösseren conjugirten Durchmesser AB über einen dessen Endpunkte hier über B hinaus, errichte sowohl in demjenigen Endpunkte, über welchen dieser Durchmesser verlängert wurde, als auch in dessen Halbirungspunkte O Normale, also $Bu \perp AB$ in B, und $Ou \perp AB$ in O, und schneide von der letzteren aus O das Stück $OJ=OB$ ab. Sollte nun irgend ein Punkt der Ellipse bestimmt werden, so nehme man in der Verlängerung der AB irgend einen Punkt K an, lege an diesen wie auch an den Punkt J die Kante des Lineals an, und schneide die Normale Bu in m ein. Wird dann das hierdurch abgeschnittene Stück Bm in die Axe AB umgelegt, also $Bm'=Bm$ gemacht, der Punkt C mit K durch eine Gerade verbunden und aus D durch m' eine Gerade bis zum Durchschnitte mit der CK geführt, so ist L ein Ellipsenpunkt.

Die übrigen drei Punkte werden mittelst der parallel gezogenen Sehnen gefunden, oder auch, wenn man den fixen Punkt m' auf die entgegengesetzte Seite überträgt, und auf ähnliche Art, wie bei Fig. 19 verfährt.

c) Wenn nur einer der conjugirten Durchmesser, und eine zum zweiten derselben parallele Sehne gegeben sind, oder was dasselbe ist, wenn in einem perspectivischen Quadrate eine Ellipse eingeschrieben werden soll.

Es sei (Fig. 21) $EFGH$ das perspectivische Quadrat, in welchem die Gerade CD als der eine von den zwei conjugirten Durchmessern, und die Gerade AB als die zum zweiten Durchmesser parallele Sehne gegeben ist. Man verlängere die Gerade AB über A hinaus, errichte im Endpunkte A und im Halbirungspunkte O eine Senkrechte, und

mache von der letzteren das Stück $OJ = AO$. Soll nun irgend ein Ellipsenpunkt gefunden werden, so nehme man in der Verlängerung der AB einen Punkt K an, lege an diesen und an den Punkt J die Kante des Lineals an und schneide die in A errichtete Senkrechte in m ein. Wird ferner $Am' = Am$ gemacht, der Punkt K mit C durch eine Gerade verbunden und aus D durch m' ebenfalls eine Gerade so geführt, dass die CK geschnitten wird, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden, d. i. der Punkt L, ein Ellipsenpunkt.

Wird ferner der Punkt D mit K durch eine Gerade verbunden, und aus C durch m' eine zweite Gerade geführt, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden, d. i. der Punkt M, ebenfalls ein Ellipsenpunkt.

Die zwei correspondirenden Punkte N und P werden mittelst der zu AB parallel gezogenen Sehnen gefunden, indem man $Np = Lp$ und $Pq = Mq$ macht.

Da nun der Punkt K in der Verlängerung der Axe beliebig angenommen wurde, so gilt diese Construction auch von jedem andern beliebigen Punkte.

§. 19.

Um die Richtigkeit dieser Construction im dritten Falle noch besser einzusehen, müssen wir die Fig. 22 näher ins Auge fassen. Es sei $ABCD$ das Quadrat und in diesem der Kreis $EGFH$ in der verticalen Ebene gegeben. Wird in Ω der Augepunkt und in $\triangle$ der Distanzpunkt angenommen, so ist nach der Construction das perspectivische Quadrat $A'B'C'D'$ = dem Quadrate $ABCD$; oder es ist das perspectivische Quadrat $A'B'C'D'$ diejenige Figur, welche durch die Drehung des geometrischen Quadrates $ABCD$ um die als Drehungsaxe angenommene Sehne EF in der perspectivisch horizontalen Ebene entstanden ist. Ist also in dem Quadrate $ABCD$ ein Kreis eingezeichnet, so geht er bei der Drehung des Quadrates mit, und alle Punkte mit Ausnahme der in der Axe liegenden verändern gesetzmässig ihre ursprüngliche Lage. Man kann daher auch in diesem Falle die Bestimmung der Punkte in der Peripherie des Kreises nach der Drehung so vornehmen, wie wir es in Fig. 21 angeführt haben; auf ähnliche Art wird auch in diesem Falle der Beweis geführt, wie wir es bei der Fig. 18 gethan haben, mit dem Unterschiede, dass hier die Punkte G' und H' mittelst des Distanzpunktes bestimmt werden, wesshalb sie von der Drehungsaxe verschiedene Entfernungen haben.

Man nimmt also auch hier in der Seite BC irgend einen Punkt J an, beschreibt aus F mit JF einen Bogen bis K, verbindet G mit K und H mit J durch eine Gerade, so ist der Durchschnittspunkt N dieser zwei Geraden, nach dem bereits Erwiesenen, ein Punkt des Kreises. Da nun das Quadrat $A'B'C'D'$ perspectivisch gleich ist dem Quadrate $ABCD$, mithin $A'B' = AB$, $C'D' = CD$, also auch $A'G' = B'G' = AG$, und $C'H' = H'D' = HD$ u. s. w., so kommt G nach G' und H nach H', während K in der Drehungsaxe ungeändert bleibt; es wird daher der Punkt N nach der Drehung in der Geraden $G'K$, zugleich aber auch in der Geraden $H'J'$, folglich im Durchschnittspunkte dieser zwei Geraden, d. i. in N' sein. Da also der Punkt N ein Punkt der Peripherie des Kreises $EGFH$ ist, und N' dem Punkte N entspricht, so muss N' nach der besagten Drehung nothwendiger Weise ein Punkt der Ellipse sein, indem jede Stellung des Kreises nach der Drehung eine Ellipse ist, welche durch die Stellung des Beobachters bestimmt wird.

Was nun von diesen Punkten gilt, das lässt sich auch von jedem andern Punkte erweisen, welcher auf ähnliche Art construirt wird.

Die mit den aufgefundenen Punkten correspondirenden Punkte werden auf die bereits angeführte Art erhalten.

Bei diesem Verfahren ist im Allgemeinen noch das zu bemerken, dass, im Falle mehr als acht Punkte zur Construction der Ellipse erfordert werden, die Drehungsaxe beiderseits verlängert werden muss, weil sich sonst auf der einen Seite zu viele Linien anhäufen, und dadurch die Construction verwirren. In Fig. 22 sind die zwei fixen Punkte K und L in ungleichen Entfernungen von dem Mittelpunkte O angenommen worden. Mittelst eines jeden solchen Punktes sind vier Punkte sehr leicht gefunden, und man hat somit im Ganzen, wenn die vier Punkte E, G', F, H' mit eingerechnet werden, zwölf Punkte der Ellipse.

§. 20.

Aus der näheren Betrachtung der Figuren 19, 20 und 21 sieht man sogleich ein, dass das der in Fig. 19 gezeichneten Ellipse umschriebene Rechteck $EFGH$, ferner das in Fig. 20 umschriebene Parallelogramm $EFGH$, und das in Fig. 21 umschriebene perspectivische Quadrat $EFGH$ für einen geübten Zeichner ganz entbehrlich sind. Man wird daher nach der in dem vorhergehenden §. angegebenen Art in jedem der drei Fälle beliebig viele Punkte der Ellipse

bestimmen können, ohne dass man, wie es bei der Construction der Diagonalpunkte sein muss, das Rechteck, Parallelogramm oder das umschriebene perspectivische Quadrat zuerst zu zeichnen braucht, wie dies aus Fig. 23—25 erhellet.

Die drei letzten Figuren wurden absichtlich so klein gewählt, um zugleich zu zeigen, wie scharf und deutlich auch in dem kleinen Massstabe die Punkte der Ellipse bestimmt werden können.

In solchen Fällen werden wohl ausser den vier gegebenen Punkten nur noch vier andere Punkte erforderlich sein, um ein genaues Bild dieser Curve zu erhalten; sollten aber, was insbesondere bei Kreisen von grösserem Durchmesser geschehen muss, mehrere Punkte bestimmt werden, um ein noch genaueres Bild des Kreises zu erhalten, so werden ebenso für jeden in der Verlängerung des als Drehungsaxe angenommenen Durchmessers beliebigen fixen Punkt, ähnlicher Weise vier Ellipsenpunkte erfolgen. Immer aber muss man gegen die Endpunkte der grossen Axe oder des grösseren conjugirten Durchmessers die Punkte gedrängter annehmen, weil die Krümmung der besagten Curve um F, so wie um E Fig. 22, am stärksten ist, daher auch die Wendung derselben an diesen zwei Stellen am sorgfältigsten bestimmt werden muss. Dies unterliegt nach unserer Art und Weise gar keiner Schwierigkeit, wie aus dem bereits Gesagten folgt, und was in allen drei Fällen auch graphisch durchgeführt wurde.

§. 21.

Es ist bereits erklärt worden, §. 12, Fig. 12 und 13, dass eine und dieselbe Ellipse durch die Drehung verschieden grosser Kreise entstanden gedacht werden kann, nämlich durch die Drehung des, über der grossen oder kleinen Axe, über dem grösseren oder kleineren conjugirten Durchmesser, beschriebenen Kreises. Sie kann aber auch durch die Drehung eines Kreises, welcher über was immer für einer Sehne beschrieben wird, entstanden gedacht werden; welches dann erfolgt, wenn man verschiedene Kreise von zwei verschiedenen Standpunkten betrachtet, in welchem Falle jedesmal diejenige Gerade als Drehungsaxe anzunehmen ist, über welcher ein Kreis beschrieben, und durch dessen Drehung die Ellipse entstanden gedacht wird.

Diese Erscheinungen geben uns Mittel an die Hand, in den drei nachfolgenden Fällen eine Ellipse zu construiren.

§. 22.

Construction der Ellipse, *a)* wenn nur die kleine Axe, *b)* der kleinere conjugirte Durchmesser, oder *c)* wenn nur die Sehne verlängert werden kann.

a) Wenn die beiden Axen gegeben sind, und wenn nur die kleine Axe verlängert werden soll.

Es sei (Taf. V, Fig. 26) AB die grosse und CD die kleine Axe gegeben; man verlängere die kleine Axe CD über deren beide Endpunkte hinaus, errichte in diesen zwei Punkten Verticale, also $Cu \perp CD$ in C, und $Dw \perp CD$ in D, und mache $OC' = OC = OD =$ der halben kleinen Axe. Sollte nun nach dieser Vorbereitung irgend ein Punkt der Ellipse bestimmt werden, so lege man die Kante des Lineals an den Punkt C' und an irgend einen Punkt in der Verlängerung der CD an, und schneide die in C oder D errichtete Senkrechte ein. Wird z. B. der Punkt E angenommen, an diesen so wie an C' die Kante des Lineals angelegt, die Verticale Dw in m eingeschnitten, ferner $Dm' = Dm$ gemacht, sodann A mit E durch eine Gerade verbunden, und aus B durch m' eine zweite Gerade, bis AE geschnitten ist, geführt, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden, d. i. der Punkt M, ein Ellipsenpunkt.

Ebenso wird auch der Punkt N gefunden, indem man den Punkt F in der Verlängerung der CD annimmt, an diesen Punkt so wie an C' die Kante des Lineals anlegt, die Verticale Cu in n einschneidet, $Cn' = Cn$ macht, sodann A mit F durch eine Gerade verbindet, und aus B durch n' eine zweite Gerade bis AF führt, wodurch der Durchschnittspunkt N als Ellipsenpunkt erfolgt.

Für jeden dieser zwei Punkte werden mittelst der zu CD gezogenen Parallelen auch die drei übrigen correspondirenden Punkte sehr leicht gefunden, somit hat man zur Construction der verlangten Ellipse im Ganzen zwölf Punkte.

b) Wenn die beiden conjugirten Durchmesser gegeben sind, und wenn nur der kleinere verlängert werden darf.

Es sei (Fig. 27) zur Construction der Ellipse AB als der grössere und CD als der kleinere conjugirte Durchmesser, und zwar beide ihrer Grösse und Richtung nach gegeben. Man verlängere die Axe CD beiderseits, halbire sie in O, errichte in diesem Halbirungspunkte oberhalb und unterhalb der Axe CD Senkrechte, und mache dann $C'O = D'O = CO = DO$ gleich der halben kleinen Axe. Ebenso werden in den beiden Endpunkten der kleineren Axe CD Normale, jedoch

unbestimmt lang und so errichtet, dass sie in die Fläche des von den beiden Axen gebildeten stumpfen Winkels fallen. Es wird also $Cu \perp CD$ in C, und $Dw \perp CD$ in D gezogen.

Sollte nun irgend ein Ellipsenpunkt bestimmt werden, so nehme man in der Verlängerung der CD z. B. den Punkt E an, verbinde diesen mit C' (wobei nur der Einschnitt bei m gemacht zu werden braucht) und mache dann $Dm' = Dm$.

Wird endlich A mit E verbunden, und aus B durch m' eine Gerade bis AE geführt, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden, d. i. der Punkt M, ein Punkt der Ellipse.

Die drei mit diesem Punkte correspondirenden Punkte M', M'', M''' werden mittelst der Parallelen auf bekannte Art gefunden.

Sollten nun noch vier Punkte der Ellipse erforderlich sein, so nehme man auf der entgegengesetzten Seite den Punkt F an, verbinde ihn mit D', mache $Cn' = Cn$, verbinde F mit B durch eine Gerade und ziehe aus A durch n' ebenfalls eine Gerade, so dass die erste dadurch in N geschnitten wird. Die drei correspondirenden Punkte werden ebenfalls mittelst der Parallelen gefunden, wie oben. Man erhält somit, mit Einschluss der vier Endpunkte der Axen, zwölf Punkte der Ellipse.

c) Wenn ein conjugirter Durchmesser und eine zum zweiten conjugirten Durchmesser parallele Sehne gegeben ist, und wenn nur die letztere verlängert werden kann.

Ist (Fig. 28) AB der grössere conjugirte Durchmesser und CD die zum zweiten Durchmesser parallele Sehne gegeben, so verlängere man die Sehne CD beiderseits, lege durch den Halbirungspunkt dieser Axe eine Normale, mache dann $C'O = D'O = CO = DO$, errichte in C und D Senkrechte, und verfahre im Übrigen wie in den zwei vorhergehenden Fällen.

Die in den Endpunkten der Axe CD gezogenen Senkrechten müssen jedesmal auch hier so gezogen werden, dass sie stets in die Fläche des von den Axen gebildeten stumpfen Winkels fallen, weil sonst bei der Bestimmung mehrerer Punkte in der Zeichenfläche sehr leicht eine Verwirrung entsteht.

§. 23.

Es ist wohl leicht begreiflich, dass bei jeder Construction der Ellipse, also auch bei dieser trotz ihrer Einfachheit sich desto mehr Linien anhäufen, je mehr Punkte man für die Ellipse bestimmen will; hat man aber die Richtigkeit dieser Construction eingesehen, und sich

den Gang der Sache gemerkt, so kann man bei dieser Methode manche Hilfslinien eher weglassen, als bei einer andern Verfahrungsart, so dass man für je vier Punkte stets nur eine einzige Gerade zu ziehen braucht, wie aus den bereits angeführten Beispielen (Fig. 23—28) ersichtlich ist. Was die fixen Punkte betrifft, so braucht für diese nur die Axe verlängert zu werden, und es werden für je vier Punkte der Ellipse nur zwei fixe Punkte in der Drehungsaxe erforderlich sein.

Es verdient daher diese Methode wegen ihrer Einfachheit und Deutlichkeit vor allen andern bisher bekannten Methoden den Vorzug, zumal da man hierbei sowohl den Hilfskreis als auch viele andere Hilfslinien, wohl auch jede Eintheilung gänzlich entbehren kann.

Wir haben somit die Construction der Ellipse in ihrer ganzen Allgemeinheit durchgeführt, bewiesen und erläutert; werden aber in folgenden §§. auch noch andere daraus abgeleitete Methoden und vor Allem ein äusserst interessantes Gesetz über die Construction des Kreises kennen lernen.

§. 24.

Construction der Ellipse, wenn nur die kleine Axe verlängert und gleich der grossen gemacht werden kann.

Wenn wir die in vorhergehenden §§. gegebenen Erklärungen sammt den hierzu gehörigen Figuren näher untersuchen, und die gesetzmässigen Veränderungen der ausserhalb der Drehungsaxe liegenden Punkte und Linien gehörig ins Auge fassen, so ergibt sich für den Fall, wenn man nur die kleine Axe verlängern kann, eine interessante Construction, welche besonders dann mit grossem Vortheile angewendet wird, falls die Differenz der beiden Axen bedeutend grösser, also auch zwei, drei oder mehrmal grösser als die kleine Axe ist. Dieser Vortheil besteht darin, dass man nach dieser Methode die Punkte der Ellipse bedeutend schärfer und deutlicher erhalten kann, als nach der bekannten Methode mittelst der beiden Brennpunkte; ausserdem hat sie den Vortheil, dass sie mit gleichem Erfolge in allen am häufigsten vorkommenden Fällen angewendet werden kann, was bei jener nicht der Fall ist, indem wegen der Brennpunkte immer die beiden Axen gegeben oder gesucht werden müssen. Sie ist folgende:

Es seien (Fig. 29) zur Construction der Ellipse die beiden Axen AB und CD gegeben; man verlängere die kleine Axe beiderseits,

beschreibe aus dem Mittelpunkte O mit dem Radius gleich der halben grossen Axe OB einen Viertelkreis, schneide zugleich auch unterhalb der Axe AB das Stück $OF = AO = OE$ ab, trage dann eine beliebige Einheit, z. B. $O\alpha$ auf der grossen Axe von O aus nach den beiden Richtungen mehrmals auf (hier beiderseits dreimal), wodurch man die Punkte α, β, γ und α', β', γ' erhält. Nun wird jeder von den drei Punkten α, β, γ mit dem Punkte F durch Gerade verbunden, diese dann so weit verlängert, bis der Bogen AE in den Punkten m, n und p geschnitten ist, und durch jeden der so auf dem Bogen AE erhaltenen Punkte eine Normale auf die Axe AB geführt; diese sind mm', nn' und pp'. Werden endlich aus D durch die Durchschnittspunkte α, β, γ Linien bis zu den gezogenen Normalen geführt, so erfolgen die Durchschnittspunkte I, II, III als die drei verlangten Ellipsenpunkte.

Um die diesen drei Punkten unterhalb der grossen Axe entsprechenden Ellipsenpunkte zu erhalten, werden aus C durch die Punkte α, β, γ abermals Linien bis zu den entsprechenden Verlängerungen der Normalen gezogen, wodurch man die Punkte I', II', III' als die verlangten correspondirenden Ellipsenpunkte findet.

Wegen dieser Punkte müssen die zur Bestimmmung der drei ersten Ellipsenpunkte erforderlichen Normalen über die Axe nach abwärts gleichzeitig gezogen werden, so dass man auf diesen Verlängerungen noch die Durchschnittspunkte unterhalb der Axe finden kann, ohne sie erst verlängern zu müssen.

Die diesen sechs Punkten rechts der kleinen Axe correspondirenden Punkte werden gefunden, wenn man aus C wie aus D durch α', β', γ' Gerade zieht, sodann $\alpha' I'' = \alpha I$, $\beta' II'' = \beta II$, $\gamma' III'' = \gamma III$, und ebenso $\alpha' I''' = \alpha' I'$, $\beta' II''' = \beta' II''$ u. s. w. macht.

Sind nun die Stücke $O\alpha = \alpha\beta = \beta\gamma = O\alpha' = O\beta' = O\gamma'$ angenommen, so wird auch $CI' \parallel DI''$, $CII' \parallel DII''$, $CIII' \parallel DIII''$ u. s. w. sein, und man braucht nur, wenn aus C und D durch α', β', γ' Linien bereits gezogen sind, aus den schon bestimmten Punkten I, II, III und aus I', II', III' durch den Mittelpunkt O bis zu den entsprechenden durch α', β', γ' gezogenen Geraden ebenfalls gerade Linien zu führen, wodurch man die verlangten Punkte erhält.

Beweis.

Bevor wir diese Construction auch in anderen Fällen graphisch darstellen, wollen wir zuerst untersuchen, ob die nach diesem

Verfahren gefundenen Punkte auch wirklich Ellipsenpunkte sind. Es lässt sich hierbei der Beweis theils anschaulich, theils rein mathematisch führen.

I.

Da $FO = EO = BO$ gemacht wurde, so ist F ein Punkt des mit dem Halbmesser OB beschriebenen, also desjenigen Kreises, aus welchem die Ellipse $ABCD$ durch die Drehung um AB entstanden gedacht wird. Ist nun irgend ein Punkt, z. B. m mit F durch eine Gerade verbunden, so hat diese Linie, wenn AB als Drehungsaxe angenommen wird, den fixen Punkt α; es wird daher durch diesen Punkt die Lage der Linie Fm nach der Drehung bestimmt. Kommt z. B. der Punkt F nach D, so wird die Gerade Fm in die Lage DJ gelangen; es ist also der Punkt m in der Geraden DJ, er liegt aber auch in der Verticalen mm', also im Durchschnittspunkte dieser zwei Geraden, d. i. in I, folglich ist der Punkt I ein Punkt der Ellipse, w. z. b. w.

Was nun von diesem Punkte gilt, das gilt auch von jedem andern, da m willkürlich angenommen wurde; oder:

II.

Da $mm' \parallel EF$ ist, so findet man dass das $\Delta\, m' I \alpha \backsim DO\alpha$, und das $\Delta m m' \alpha \backsim FO\alpha$; es gelten daher folgende zwei Proportionen:

$$1)\quad DO : O\alpha = Im' : m'\alpha$$

und

$$2)\quad FO : O\alpha = mm' : m'\alpha,$$

oder wenn der Kürze wegen $O\alpha = \mu$, $m'\alpha = \nu$, ferner bekannter Weise

$$AO = a, \quad DO = b$$

und

$$Om' = x, \quad Im' = y$$

gesetzt, sodann diese Werthe in die zwei obigen Proportionen substituirt werden.

$$1)\quad b : \mu = y : \nu$$
$$2)\quad a : \mu = mm' : \nu,$$

oder bruchweise geschrieben:

$$\frac{b}{\mu} = \frac{y}{\nu} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

$$\frac{a}{\mu} = \frac{mm'}{\nu} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (II);$$

dividiren wir diese zwei Gleichungen Glied für Glied mit einander, so erhalten wir

$$\frac{b \cdot \mu}{\mu \cdot a} = \frac{y}{\nu} \cdot \frac{\nu}{mm'}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{y}{mm'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(III)};$$

es handelt sich nun in dieser Gleichung um die Grösse mm'; denken wir uns zu diesem Behufe die Om gezogen, so finden wir, da das Dreieck $Om'm$ rechtwinkelig ist: $(Om)^2 = (mm')^2 + (Om')^2$, also

$$mm' = \sqrt{(Om)^2 - (Om')^2}.$$

Da aber $Om = AO = a$ und $Om' = x$ gesetzt wurde, so ist: $mm' = \sqrt{a^2 - x^2}$; man erhält daher durch Substitution in der Gleichung (III)

$$\frac{b}{a} = \frac{y}{\sqrt{a^2 - x^2}};$$

quadrirt man diese Gleichung, so folgt

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{y^2}{a^2 - x^2}$$

oder
$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{a^2 - x^2}{y^2},$$

hieraus
$$a^2 y^2 = b^2 (a^2 - x^2)$$

und
$$a^2 y^2 = a^2 b^2 - b^2 x^2,$$

folglich
$$b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2,$$

woraus
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

also eine bekannte Gleichung der Ellipse folgt.

Dieselbe Relation muss aber auch bei jedem andern Punkte erfolgen, also ist der Punkt I ein Punkt der Ellipse, w. z. b. w.

§. 25.

Dass diese Construction in allen Fällen ausführbar ist, wird wohl leicht einzusehen sein; allein sie gewährt nur dann einen grossen Vortheil, wenn die Differenz der Axen bedeutend gross ist, wie die graphische Darstellung Fig. 30 zeigt. Denn bestimmt man nach der bekannten Methode mittelst der zwei Brennpunkte z. B. die vier Punkte x, y, w, z, so sieht man, dass sich die Bögen sowohl bei x, y wie auch bei w und z schief schneiden, daher auch die Durchschnittspunkte dieser Bögen, welche Ellipsenpunkte sein sollen, sehr undeutlich werden. Da nun hier sowohl der wahre als auch der wahrscheinliche Punkt in

der Richtung der Gedachten xy liegen, so ist dabei der geringste Fehler sehr empfindlich, was nach der von uns angeführten Methode, wie Fig. 30 zeigt, nicht der Fall ist. Im Gegentheile man bekommt die als Ellipsenpunkte erhaltenen Durchschnittspunkte sehr scharf und deutlich, und je näher man mit der Bestimmung derselben gegen die Endpunkte der grossen Axe geht, je deutlicher und schärfer erhält man sie auch.

In dieser Figur wird auch gezeigt, auf welche Art die in §. 25 angegebene Construction vereinfacht werden kann. Es werden nämlich die zu EF gezogenen Parallelen, d. i. die Verticalen mm', nn', pp' nach abwärts verlängert, ferner $m'I' = m'I, n'II' = n'II, p'III' = p'III$ und $q'IV' = q'IV$ gemacht, sodann die Entfernung der Normalen II', $IIII'$, $IIIIII'$ u. s. w. auf die entgegengesetzte Seite der kleinen Axe übertragen, im Übrigen aber wie bei der Bestimmung der Punkte $I, I', II, II', III, III'$ u. s. w. verfahren.

§. 26.

Construction der Ellipse, wenn die beiden conjugirten Durchmesser gegeben sind, und wenn keiner derselben verlängert wird.

Die in den zwei vorhergehenden §§. angegebene Methode gewährt auch in dem Falle einen grossen Vortheil, wenn nur die beiden conjugirten Durchmesser gegeben sind. Es seien (Fig. 31) AB und CD solche Durchmesser, welche ihrer Grösse und Richtung nach gegeben sind; man nehme den grösseren derselben als den Durchmesser desjenigen Kreises an, durch dessen Umdrehung die zu zeichnende Ellipse entstanden gedacht wird; beschreibe mit dessen Hälfte aus O einen Viertelkreis, suche auf die bei Fig. 30 angegebene Weise die fixen Punkte a, b, c und m', n', p', ziehe dann durch letztere zum kleinen conjugirten Durchmesser Parallele, und durchschneide sie aus den Endpunkten eben dieses Durchmessers durch Gerade. Hier sind sie aus D geschnitten und $m'I, = m'I', n'II = n'II'$, $p'III = p'III'$ gemacht.

Auf ähnliche Art werden auch die Punkte $I'II'III'$, ferner $I''II''III''$ gefunden, indem man $m''O = m'O$, $n'O = n''O$.... macht, und im Übrigen wie vorhin verfährt.

Beweis.

Was den Beweis betrifft, so kann dieser wie im §. 24, Fig. 29 auf zweierlei Art geführt werden, denn es stehen auch hier entweder

die fixen Punkte der Drehungsaxe und die hierdurch bestimmten Lagen der Geraden, in welchen sich die Punkte des Kreises nach der Drehung befinden, zu Gebote, oder es werden z. B. für den Punkt I, oder I' die vier Dreiecke $D\alpha O$, Iam', $D'\alpha O$ und mam', von denen je zwei und zwei mit einander ähnlich sind, benützt, indem man daraus die zwei brauchbaren Proportionen aufstellt.

Es ist nämlich:

$$1)\quad Oa : OD = am' : Im'$$
$$2)\quad Oa : OD' = am' : mm'.$$

Setzt man hier der Kürze wegen

$$OD' = OB = a'$$
$$OD = OC = b',$$

ferner
$$Om' = x',\ Im' = y'$$
$$Oa = \mu,\ am' = \nu$$

und denkt sich die Gerade Om gezogen, so ist auch mm' bestimmt, indem $mm' = \sqrt{\overline{Om}^2 - \overline{Om'}^2} = \sqrt{a'^2 - x'^2}$; welche Werthe in die zwei obigen Proportionen substituirt, gibt sofort:

$$\mu : b' = \nu : y'$$
$$\mu : a' = \nu : \sqrt{a'^2 - x'^2}$$

oder bruchweise geschrieben

$$\frac{\mu}{b'} = \frac{\nu}{y'}$$
$$\frac{\mu}{a'} = \frac{\nu}{\sqrt{a'^2 - x'^2}}.$$

Dividirt man diese zwei Gleichungen Glied für Glied durcheinander, so folgt

$$\frac{\mu \cdot a'}{b' \cdot \mu} = \frac{\nu \sqrt{a'^2 - x'^2}}{y' \cdot \nu},$$

woraus man

$$\frac{a'}{b'} = \frac{\sqrt{a'^2 - x'^2}}{y'}$$

erhält. Diese Gleichung beiderseits quadrirt, gibt

$$\frac{a'^2}{b'^2} = \frac{a'^2 - x'^2}{y'^2},$$

woraus
$$a'^2 y'^2 = b'^2 (a'^2 - x'^2)$$

und
$$a'^2 y'^2 = a'^2 b'^2 - b'^2 x'^2,$$

daher
$$b'^2 x'^2 + a'^2 y'^2 = a'^2 b'^2,$$

und daraus
$$\frac{x_{\prime}^2}{a'^2} + \frac{y'^2}{b'^2} = 1,$$

also eine Gleichung der Ellipse für das schiefwinkelige Coordinaten-System folgt, welches mit unserer Construction nach der gegebenen Bedingung vollkommen übereinstimmt; folglich ist der Punkt I ein Ellipsenpunkt.

Auf ähnliche Art lässt sich der Beweis auch für jeden andern Punkt führen; es ist daher die angegebene Construction auch in dem Falle mathematisch richtig, wenn die beiden conjugirten Axen gegeben sind.

Bei dieser Construction ist nur noch das zu bemerken, dass man in zwei Ellipsenquadranten die Durchschnittspunkte, welche Ellipsenpunkte sind, sehr scharf und deutlich erhält, hingegen in anderen zwei Quadranten fallen dieselben etwas undeutlich aus, wie aus Fig. 31 ersichtlich ist. Es müssen demnach im ähnlichen Falle diejenigen Punkte der Ellipse bestimmt werden, welche in der Fläche des von den beiden Axen gebildeten stumpfen Winkels liegen.

§. 27.

Construction der Ellipse nach dieser Art in der Perspective.

Es ist wohl leicht begreiflich, dass sich die Ellipse auf so eben angegebene Art auch in einer jeden perspectivischen Ebene construiren lässt, indem, wie Fig. 31 zeigt, die zu dem kleineren conjugirten Durchmesser durch die Fusspunkte der Normalen gezogenen parallelen Sehnen, wenn sie gehörig verlängert werden, durch den Augepunkt gehen müssen.

Allein wir finden für überflüssig die graphische Durchführung dieses Falles, weil wir dafür eine viel einfachere Construction bereits angegeben haben, und in den folgenden §§. noch andere einfache Constructionen angeben wollen.

Des Zusammenhanges wegen werden wir hier nur noch das Interessante dieser Construction für den Fall hervorheben, wenn der Hilfskreis über der kleinen Axe beschrieben wird, wobei gar keine Axe verlängert zu werden braucht.

§. 28.

Construction der Ellipse, wenn der Hilfskreis über der kleinen Axe beschrieben wird, und keine von den beiden Axen verlängert werden darf.

Es sei (Fig. 32) AB die grosse und CD die kleine Axe gegeben; man beschreibe über der kleinen Axe CD einen Kreis, nehme in

der Peripherie desselben den Punkt E beliebig an, fälle aus diesem Punkte eine Normale auf diese Axe, also $EF \perp CD$, verbinde den Punkt E mit A' durch eine Gerade, welche die CD in G schneidet, verlängere die Normale EF nach aufwärts und führe aus dem Endpunkte A der grossen Axe durch den Punkt G eine Gerade, bis die Verlängerung der Normalen hier in H geschnitten wird, so ist dieser Durchschnittspunkt ein Punkt der Ellipse, deren grosse Axe AB und die kleine CD ist.

Um die mit diesem Punkte correspondirenden Punkte der Ellipse zu erhalten, wird durch den gefundenen Punkt H die $HH' \parallel AB$ gezogen, sodann $FH' = FH$ gemacht, ferner durch H die HH'' und durch H' die $H'H''' \parallel CD$ geführt u. s. w., wodurch man also vier Punkte der Ellipse erhält.

Allerdings wäre diese Construction sehr vortheilhaft, wenn der Durchschnittspunkt H etwas schärfer zu bestimmen wäre, welcher desto undeutlicher wird, je grösser die Differenz der beiden Axen ist.

Sie kann also nur in dem Falle angewendet werden, wenn die Differenz der beiden Axen klein ist.

Beweis.

Der Beweis für die Richtigkeit dieser Construction wird auf ähnliche Art wie bei der Fig. 29—31 geführt.

Nehmen wir zu diesem Behufe den Anfangspunkt der Coordinaten in O an, setzen der Kürze wegen:

$$AO = BO = a$$
$$CO = DO = b$$
$$FO = x,\ HF = y,$$

bezeichnen ferner GO mit m und FG mit n, so haben wir da das $\Delta FGE \backsim \Delta A'GO$ und das $\Delta\ FGH \backsim AGO$, folgende zwei brauchbare Proportionen:

$$1)\ FG : FE = GO : A'O$$
$$2)\ FG : FH = GO : AO$$

und daher wenn man die obigen Werthe substituirt.

$$n : FE = m : b$$
$$n : y \quad = m : a$$

oder bruchweise geschrieben

$$\frac{n}{FE} = \frac{m}{b}$$
$$\frac{n}{y} = \frac{m}{a};$$

dividirt man diese zwei Gleichungen durch einander, so folgt:

$$\frac{n}{FE} \cdot \frac{y}{n} = \frac{m}{b} \cdot \frac{a}{m}$$

$$\frac{y}{FE} = \frac{a}{b} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (\alpha).$$

Nun handelt es sich um den Werth von FE; diesen finden wir, wenn wir uns die Hilfslinie EO gezogen denken, weil dann:

$$EF = \sqrt{EO^2 - FO^2};$$

da aber $EO = CO = b$, und $FO = x$ ist, so hat man sofort

$$EF = \sqrt{b^2 - x^2};$$

substituiren wir in die Gleichung (α) den Werth für EF, so haben wir:

$$\frac{y}{\sqrt{b^2 - x^2}} = \frac{a}{b} \quad \ldots \ldots \ldots (\beta),$$

quadriren wir diese Gleichung beiderseits, so folgt:

$$\frac{y^2}{b^2 - x^2} = \frac{a^2}{b^2}$$

und
$$b^2 y^2 = a^2 b^2 - a^2 x^2,$$

folglich
$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad \ldots \ldots \ldots (\gamma).$$

Da wir nun CO mit b und BO mit a bezeichnen, so müssen wir auch das Stück FO statt x mit y, und FH statt y mit x bezeichnen, indem hier die grosse Axe AB nur die scheinbare kleine Axe ist, daher, wenn wir in der Gleichung (γ) statt a^2, b^2 und statt b^2, a^2 setzen, folgt sofort

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

also eine bekannte Gleichung der Ellipse, somit ist der Punkt H ein Ellipsenpunkt; es ist daher auch jeder Punkt, welcher nach diesen Daten auf ähnliche Art gefunden wird, ein Ellipsenpunkt, w. z. b. w.

§. 29.

Construction der Ellipse nach dieser Art, wenn die zwei conjugirten Axen gegeben sind.

Es seien AB und CD (Fig. 33) die zwei ihrer Grösse und Richtung nach gegebenen conjugirten Axen; man beschreibe über der kleinen Axe CD einen Kreis, ziehe in diesem die $C'D' \perp CD$ in O, nehme den Punkt E beliebig an, verbinde ihn mit D' durch eine Gerade, welche die CD in G schneidet; wird nun aus E die $EF \perp CD$

gezogen, durch den Fusspunkt *F* dieser Normalen die *HH'* ∥ *AB* gelegt, und aus *A* durch den Punkt *G* eine Gerade so geführt, dass die *HH'* in *H* geschnitten wird, so ist der Durchschnittspunkt *H* ein Ellipsenpunkt. Da auch hier zwei Paar ähnliche Dreiecke gefunden werden, so lässt sich hierbei der Beweis so wie in den früheren Fällen führen.

Ist die Differenz der beiden conjugirten Durchmesser nicht gar gross, so kann man ohne weiters auch diese Methode mit Vortheil anwenden, wobei nur noch das zu bemerken ist, dass bei der Construction der Ellipsenpunkte nur die durch den Fusspunkt der Normalen zur grossen Axe geführten Parallelen völlig gezogen zu werden brauchen, alle anderen können weggelassen werden, wenn die Hilfspunkte markirt sind.

§. 30.

Des Zusammenhanges wegen wollen wir hier eine Aufgabe anreihen, welche in manchen Fällen auf die gewöhnliche Art nicht so leicht ausführbar ist, nämlich: Es soll von einem ausserhalb der Ellipse gegebenen Punkte an diese eine Tangente geführt werden, wobei weder die Axen noch die Brennpunkte gegeben sind. Ist also *ABCD* (Fig. 34[a]) die gegebene Ellipse, so ziehe man zwei zu einander parallele Sehnen *AB* ∥ *CD*, halbire jede derselben, ziehe durch die Halbirungspunkte *h* und *h'* eine dritte Sehne und halbire auch diese in *O*, welcher Punkt bekannter Weise der Mittelpunkt der gegebenen Ellipse, somit *EF* die eine und die durch *O* parallel zu *AB* geführte Gerade *GH* die zweite conjugirte Axe sein muss; es wird daher der über *EF* oder *GH* beschriebene Kreis derjenige sein, durch dessen Drehung die gegebene Ellipse entstanden gedacht werden muss. Wird alsdann durch den gegebenen Punkt *a* die *am* ∥ *GH*, durch *m* die *ma'* ∥ *G'H'*, ferner *a* mit *H* verbunden, und aus *H'* durch den zuletzt erhaltenen fixen Punkt *n* eine Gerade bis *ma'* gezogen, so ist *a'* derjenige Punkt, von welchem aus an den aus *O* mit dem Radius *OE* beschriebenen Kreis eine Tangente vor der Drehung gezogen wurde. Wird dann aus diesem Punkte *a'* an den Kreis eine Tangente geführt, ferner durch den so erhaltenen Berührungspunkt *J'* die *J'K* ∥ *G'O* und die *JK* ∥ *OG* gezogen, so ist *J* der Berührungspunkt für die aus *a* an die Ellipse zu ziehende Tangente.

Um die Richtigkeit dieser Construction desto leichter einzusehen, wird die gegebene Ellipse durch die Drehung des aus *O* mit dem

Radius *OE* beschriebenen Kreises *EG'FH'* entstanden gedacht, wobei alle auf die Drehungsaxe gezogenen Normalen aus bekannten Gründen parallel zu *GH* bleiben, wesshalb auch die *ma'* und *J'K* parallel zu *GH* gezogen werden müssen; somit ist der Punkt *J* der zu suchende Berührungspunkt, und *aJg* die verlangte Tangente.

Schon aus der Construction sieht man ein, dass diese Auflösung allgemein ist, und es wird daher auch gleichgiltig sein, ob die an den Kreis gezogene Tangente die Drehungsaxe schneidet oder nicht. Man kann aber die Axe jedesmal so erhalten, dass der Durchschnittspunkt derselben mit der Tangente noch auf die Zeichenfläche fällt, was lediglich von der Wahl der Richtung der zwei zuerst zu ziehenden parallelen Sehnen abhängt. Sind die beiden Axen gegeben, so ist die Auflösung dieser Aufgabe viel einfacher, indem man dann viele Linien entbehren kann. In diesem Falle wird aber jedesmal eine von den zwei möglichen Tangenten die Verlängerung der Axe schneiden, wodurch man einen fixen Punkt als Hilfspunkt erhält, wie dies Fig. 34^{β} ersichtlich macht.

§. 31.

Construction der Ellipse mittelst der Umlegung der Ordinaten in die Drehungsaxe.

Wenn man Fig. 12 und 13 näher in Betrachtung zieht und bedenkt, wie das Bild irgend eines Punktes auf der Tafel bestimmt wird, so ergibt sich hieraus ein interessantes Verfahren, in einem beliebigen Rechtecke oder Parallelogramme eine Ellipse mittelst beliebig vieler Punkte zu construiren.

Soll nämlich (Taf. VI, Fig. 35) in dem Rechtecke *EFGH* eine Ellipse eingeschrieben werden, so beschreibe man über *AB* als Durchmesser einen Kreis, ziehe in diesem die Ordinaten *JJ'*, *KK'*, *LL'*, *MM'*, *NN'*, *PP'*, beschreibe mit den Radien gleich diesen Ordinaten aus deren Fusspunkten die Halbkreise so, dass der Durchmesser und dessen Verlängerung geschnitten wird, oder was dasselbe ist, man lege jede Ordinate um deren Fusspunkt beiderseits desselben in die Axe um, und ziehe dann durch die so in der Axe erhaltenen Punkte zu der einen oder der andern Diagonale des Rechteckes *EFGH* Parallele, bis die entsprechenden Ordinaten geschnitten werden. Wird z. B. die Ordinate *MM'* in die Axe umgelegt, so erhält man rechts derselben in der Axe den Punkt *m*, und links den Punkt *m'*; ebenso erhält man, wenn die Ordinate *NN'* in die Axe umgelegt wird, einerseits den Punkt *n*

und anderseits den Punkt n' in derselben u. s. w. Werden alsdann aus m nach links oben, und aus m' nach rechts unten zu der Diagonale EG Parallele gezogen, so wird durch die erste die Ordinate MM' in m'' und durch die zweite Parallele die Verlängerung dieser Ordinate unterhalb der Axe in m''' geschnitten; und jeder dieser zwei Punkte ist ein Punkt der in das Rechteck $EFGH$ einzuschreibenden Ellipse.

Beweis.

Vergleicht man die durch diese Construction entstandenen Dreiecke $M'mm''$, $N'nn''$ u. s. w. mit dem Dreiecke EFG, so findet man, dass sie mit einander ähnlich sind, indem die homologen Seiten zu einander parallel sind; es ist nämlich $EF \parallel M'm$, $M'm'' \parallel FG$, $mm'' \parallel EG$ u. s. w. Man kann daher folgende Proportion aufstellen:

$$M'm'' : M'm = N'n'' : N'n = P'p'' : P'p = FG : EF,$$

und da $CD = FG$ und $EF = AB$ ist, so hat man durch Substitution $Mm'' : M'm = N'n'' : N'n = P'p'' : P'p = CD : AB$, also wenn man nur die zwei Dreiecke $M'mm''$ und EFG mit einander vergleicht:

$$M'm'' : M'm = FG : EF \text{ oder}$$
$$M'm'' : M'm = CD : AB \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(I)}.$$

Setzen wir nun der Kürze wegen

$$M'O = x \text{ und } M'm'' = y,$$

ferner $\quad AB = 2a$ und $CD = 2b,$

so brauchen wir nur noch die $M'm$, welche nach der Construction gleich $M'M$ ist, durch Rechnung zu finden; denken wir uns also zu diesem Behufe die MO gezogen, so haben wir:

$$\overline{MO}^2 = \overline{M'M}^2 + \overline{M'O}^2;$$

und da $\quad MO = BO$, und $M'M = M'm$

ist, ferner $\quad BO = a$ und $M'O = x$

gesetzt wurde, so folgt:

$$M'M = \sqrt{a^2 - x^2} = M'm.$$

Substituirt man diese Werthe in die obige Gleichung (I), so erhält man:

$$y : \sqrt{a^2 - x^2} = 2b : 2a = b : a$$

und hieraus $\quad ay = b\sqrt{a^2 - x^2},$

welche Gleichung beiderseits quadrirt sofort gibt:

$$a^2 y^2 = b^2 (a^2 - x^2) = a^2 b^2 - b^2 x^2,$$

daher $\quad b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$

und hieraus durch Division mit $a^2 b^2$

folgt
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
eine bekannte Gleichung der Ellipse; folglich ist der durch diese Construction gefundene Punkt m'' ein Ellipsenpunkt.

Was nun von diesem Punkte gilt, das lässt sich auf ähnliche Art auch von jedem andern Punkte erweisen, welcher auf ähnliche Art gefunden wird.

§. 32.

Construction der Ellipse in einem Parallelogramme nach der in §. 31 angegebenen Art.

Sind zur Construction einer Ellipse die beiden conjugirten Axen sowohl ihrer Grösse als auch ihrer Richtung nach gegeben, so wird hierbei auf ähnliche Art wie bei dem Rechtecke verfahren, mit dem Unterschiede, dass die Ellipsenpunkte nicht in den Ordinaten, sondern in den durch die Fusspunkte derselben zu der kleinen Axe gezogenen Parallelen liegen; wesshalb in diesem Falle durch die Fusspunkte der Ordinaten zu der kleinen Axe parallele Gerade gezogen, und mittelst der durch die umgelegten Endpunkte der Ordinaten zu der Diagonale gezogenen Parallelen geschnitten werden müssen.

Sollte also für diesen Fall irgend ein Punkt der Ellipse bestimmt werden, so beschreibe man Fig. 36 mit dem halben conjugirten Durchmesser, also mit *BO* aus *O* einen Bogen *Bu*; nehme auf diesem irgend einen Punkt *J* an, ziehe dann die Ordinate *JK*, lege sie um den Fusspunkt *K* in die Axe um, ziehe durch diesen Fusspunkt die *NP* ‖ *CD*, endlich aus *M* die *MN* ‖ *EG*, und aus *L* die *LP* ebenfalls parallel zu *EG*, wodurch man die zwei Ellipsenpunkte *N* und *P* erhält.

Wird ferner *LO*=*KO* gemacht, durch den Punkt *L* eine Parallele zu *CD* gezogen, und *LQ* = *LR* = *KN* abgeschnitten, so erfolgen die Punkte *Q* und *R* als die zwei correspondirenden Punkte für *N* und *P*, wodurch man also vier Punkte der Ellipse gefunden hat.

Beweis.

Der Beweis für die Richtigkeit dieser Construction wird auf ähnliche Art wie beim Rechtecke geführt; denn man braucht nur die zwei Dreiecke *EFG* und *MNK* mit einander zu vergleichen, so findet man dass sie einander ähnlich sind, indem je zwei und zwei Seiten

nach der Construction zu einander parallel, daher die gleichliegenden Seiten gerade proportionirt sind, nämlich:

$$KN : KM = FG : EF = CD : AB.$$

Setzt man der Kürze wegen

$$KO = x', \; KN = y',$$

ferner $$EG = CD = 2b'$$

und $$EF = AB = 2a',$$

zieht die Hilfslinie OJ, und sucht die JK, welche gleich KM ist, (indem KM gleich JK gemacht wurde), so findet man auch hier, wenn die entsprechenden Werthe substituirt werden:

$$y' : \sqrt{a'^2 - x'^2} = b' : a',$$

woraus $$\frac{x'^2}{a'^2} + \frac{y'^2}{b'^2} = 1,$$

also ebenfalls eine bekannte Gleichung der Ellipse erfolgt; es ist daher auch für diesen Fall die Richtigkeit der angegebenen Construction nachgewiesen.

§. 33.

Der dritte Fall dieser Construction tritt dann ein, wenn in einem perspectivischen Quadrate eine Ellipse eingeschrieben werden soll. Wir unterlassen indessen die graphische Durchführung dieses Falles, weil man, wie in §. 6 bereits erwähnt wurde, diese Construction nicht jedesmal mit Vortheil benützen kann. Auch ist diese Construction in der Perspective nicht mehr neu, indem man sie in einigen neuen Werken über die Perspective findet.

Der Beweis kann auch in diesem Falle auf ähnliche Art, wie beim Parallelogramme geführt werden, indem die durch den Fusspunkt der Ordinaten gezogenen Parallelen nach dem Hauptpunkte, jene aber, welche zur Diagonale parallel geführt werden, nach dem Distanzpunkte convergiren.

Wird nun, was in der Perspective meistens geschehen muss, um ein schönes Bild des Gegenstandes zu erzielen, mit irgend einem Theile der Distanz gearbeitet, so muss auch von jeder Ordinate der eben so vielte Theil jedesmal abgeschnitten werden, was allerdings unbequem und zeitraubend ist.

§. 34.

Bei der in §. 31 gezeigten Construction ergibt sich noch Folgendes: Werden, wie Fig. 37 zeigt, die Ordinaten in gleicher Entfernung von einander und ziemlich gedrängt angenommen, sodann aus den

Fusspunkten dieser Ordinaten mit den Radien gleich diesen Ordinaten Kreise beschrieben, so entsteht dadurch eine Figur, deren Umfang sich desto mehr einer Ellipse nähert, je mehr Ordinaten man annimmt, und wenn eine von ihnen so gezogen wird, dass sie den Quadranten halbirt.

Die grösste Entfernung eines Punktes auf der Verlängerung der grossen Axe von dem Mittelpunkte derselben, erhält man dann, wenn man mit der Ordinate gleich dem Sinus von 45° einen Kreis auf die besagte Art beschreibt. In Fig. 38 schneidet ein solcher Kreis die Axe XX' in A', alle anderen Punkte, welche mittelst der nächstfolgenden Ordinaten erhalten werden, rücken wieder zurück, so dass der letzte Punkt links in A sein wird.

Alsdann wird das Verhältniss der beiden Axen dieser Ellipse wie $\sqrt{2}:1$ sein, denn es ist, wenn $A'm$ und Om gezogen werden:

$$A'm = mO$$

$$AO = CO$$

und da der $\sphericalangle$ $A'mO = AOC$ ist,

so ist das Δ $A'mO \cong AOC$,

daher $A'O = AC$;

es ist aber, wenn $AO = CO = 1$ gesetzt wird,

$AC = A'O = \sqrt{2}$ und $CD = 2$;

folglich ist $A'B' : CD = 2\sqrt{2} : 2$

oder $a : b = \sqrt{2} : 1$.

Bei dieser Construction kommen noch zwei besondere Eigenschaften zum Vorschein: *a)* Wird durch die Ordinaten, wie in Fig. 37, der Durchmesser AB in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt, so fallen die Durchschnittspunkte der auf besagte Art beschriebenen Kreise in die Ordinaten; *b)* wird aber durch die Ordinaten wie in Fig. 38 die Peripherie in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt, so berühren sich die Kreise in der Abscissenaxe.

Letzteres folgt desshalb, indem wie Fig. 38[a] zeigt, wenn der Punkt E in der Peripherie des Kreises beliebig angenommen, ferner $EF \perp AO$, $CO \perp AB$ und $EG \perp CO$ gezogen, sodann $BH = CE$ gemacht, und $HJ \perp JO$ geführt wird u. s. w.

$$FO = \cos\alpha = \sin\beta = JK$$

und $JO = \cos\beta = \sin\alpha = FK$

daher $FO + JO = FK + JK$;

es ist aber $FO + JO = FJ$,

also auch $FK + JK = FJ$:

folglich berühren sich die aus *F* und *J* mit ihren Ordinaten beschriebenen Kreise in *K*. Dasselbe gilt auch von jedem andern Punkte.

Man kann für eine solche Ellipse nur mittelst zwei Ordinaten mehrere Punkte, so wie auch die zweite Axe bestimmen, und diese Curve mit Vortheil aus Kreisbögen zusammensetzen, wie dies Fig. 39 zeigt.

§. 35.

Construction der Ellipse in einem Rechtecke, wenn der Hilfskreis über der kleinen Axe beschrieben wird.

Viel interessanter wird die im §. 31 angegebene Construction, wie auch der Beweis, wenn man sich die Ellipse durch die Drehung des Kreises, welcher mit der halben kleinen Axe oder mit dem halben kleinen conjugirten Durchmesser über demselben aus dessen Halbirungspunkte beschrieben wird, entstanden denkt.

Wir haben im §. 12 bei der Erklärung der Fig. 12 und 13 bereits nachgewiesen, dass man sich jedes Rechteck oder Parallelogramm durch die Drehung zweier verschiedener Quadrate, folglich auch die einzuschreibenden Ellipsen durch die Drehung zweier verschiedener Kreise entstanden denken kann. Für den Fall, wenn die Ellipse durch die Drehung eines mit der grossen Halbaxe oder mit dem halben grösseren conjugirten Durchmesser beschriebenen Kreises entstanden gedacht wird, ist die Construction im §. 31 und 32 bereits nachgewiesen; wir werden nun auch für den so eben erwähnten Fall zuerst die Construction zeigen, sodann dieselbe nachweisen.

Man beschreibe aus *O* (Fig. 40) mit dem Radius $OB = OA$ einen Kreis, ziehe in diesem die Ordinate *JK*, verlängere sie nach ab- und aufwärts, und durchschneide aus *K* mit *JK* die *AB* in *L*, deren Verlängerung aber in *M*; wird alsdann durch *L* zu der Diagonale *EG* eine Parallele gezogen, welche die Verlängerung der Ordinate, d. i. die *mn* in *N* schneidet, so ist dieser Punkt ein Ellipsenpunkt. Wird ferner aus demselben Punkte zu der zweiten Diagonale ebenfalls eine Parallele, also $LN' \parallel FH$ gezogen bis *mn* geschnitten wird, so ist auch dieser Punkt, d. i. *N'*, ein Ellipsenpunkt, und zwar derjenige, welcher mit dem ersten correspondirt.

Diese zwei Punkte kann man aber auch dadurch erhalten, indem man aus *M* die $MN' \parallel EG$ und $MN \parallel FH$ zieht.

Beweis.

Zum Behufe des Beweises muss man entweder die Axen mit einander oder die Abscisse mit der Ordinate verwechseln, was auch ganz richtig ist; denn wenn man sich die in das Parallelogramm einzuzeichnende Ellipse (Fig. 40) als das Bild des aus O mit OB beschriebenen Kreises vorstellt, so ist es nichts anderes, als ein verzerrtes Bild, beziehungsweise der kleinen Axe, in welchem Bilde die kleine Axe nicht kleiner, sondern grösser erscheint.

Man muss also dann $JK = KN'$ setzen, welches perspectivisch richtig ist, wenn das Auge des Beobachters in unendlicher Entfernung angenommen wird.

Man kann aber den Beweis für die Richtigkeit dieser Construction auch auf folgende Art führen:

Da das Dreieck $KLN' \backsim HGF$ ist, so findet folgende Proportion Statt:

$$LK : N'K = HG : FG,$$

es ist aber $HG = AB$

und $FG = CD,$

also $LK : N'K = AB : CD \quad \ldots \ldots \quad (\alpha).$

Setzen wir der Kürze wegen:

$$HG = AB = 2b$$
$$FG = CD = 2a$$

und nehmen den Anfangspunkt der Coordinaten im Mittelpunkte O an, so wird, wenn man sich durch N' eine Parallele zu AB gezogen denkt, das Stück $Op = N'K = x$ abgeschnitten, wo dann $N'p = OK = y$ ist.

Man hat daher durch Substitution dieser Werthe in die Gleichung (α)

$$LK : x = 2b : 2a = b : a \ldots . (\beta),$$

in welcher Proportion nur noch das erste Glied unbekannt ist.

Denkt man sich nun OJ gezogen, so folgt aus dem rechtwinkeligen Dreiecke OJK:

$$JK = \sqrt{\overline{JO}^2 - \overline{OK}^2}$$

da aber $OJ = OB = b$

und $OK = y$

ist, so folgt $JK = \sqrt{b^2 - y^2};$

es ist aber $JK = LK$

nach der Construction,

also $JK = \sqrt{b^2 - y^2}$,

welcher Werth für LK in die Gleichung (β) substituirt, gibt

$$\sqrt{b^2 - x^2} : x = b : a,$$

woraus, $a\sqrt{b^2 - y^2} = bx$.

Diese Gleichung beiderseits quadrirt gibt sofort

$$a^2(a^2 - y^2) = b^2x^2$$
$$a^2b^2 - a^2y^2 = b^2x^2$$
$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

und hieraus $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$,

also eine bekannte Gleichung der Ellipse folgt. Es muss daher jeder auf ähnliche Art bestimmte Punkt ein Ellipsenpunkt sein, w. z. b. w.

Zu derselben Relation gelangt man auch, wenn man aus dem angegebenen Grunde $AB = 2a$ und $CD = 2b$ setzt und darnach auch die Abscissen und Ordinaten bezeichnet.

§. 36.

Construction der Ellipse in einem Parallelogramme, wenn der Hilfskreis über dem kleinen conjugirten Durchmesser beschrieben wird.

Auch in diesem Falle ist die Construction der Ellipse ähnlich mit der im §. 35 angegebenen.

Ist (Fig. 41) AB der kleinere und CD der grössere conjugirte Durchmesser der Grösse und Richtung nach gegeben, so kann auch das der zu zeichenden Ellipse umschriebene Parallelogramm $EFGH$ als gegeben betrachtet werden.

Ist dieses Parallelogramm gezeichnet, und in demselben die beiden Diagonalen gezogen, so beschreibe man über dem kleinen conjugirten Durchmesser AB einen Hilfskreis, nehme in der Peripherie desselben den Punkt J an, ziehe die diesem Punkte entsprechende Ordinate JK, und lege sie beiderseits in die Axe AB um, wodurch man den Punkt L und M erhält.

Wird endlich durch den Fusspunkt dieser Ordinate die Gerade $mn \parallel CD$ gezogen, und aus dem Punkte L die $LN \parallel FH$ geführt, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden, d. i. N ein Punkt der zu zeichnenden Ellipse.

Wird ferner aus dem Punkte L die $LN' \parallel EG$ gezogen, so erfolgt der Punkt N' als ein zweiter und zwar als correspondirender Punkt des Punktes N derselben Ellipse.

Man kann aber dieselben Punkte erhalten, wenn man aus dem Punkte M zu den entsprechenden Diagonalen Parallelen zieht, wie aus der Figur ersichtlich ist.

Beweis.

Vergleicht man die in dieser Figur entstandenen Dreiecke mit einander, so findet man bezüglich des Punktes N das $\Delta\, LNK \sim FGH$, daher:

$$LK : NK = GH : FG;$$

es ist aber $\quad GH = AB = 2b',$

und $\quad FG = CD = 2a';$

also $\quad LK : NK = AB : CD = 2b' : 2a' = b' : a' \ldots (\alpha).$

Nimmt man nun die conjugirten Axen als die Coordinaten-Axen an, so hat man, wenn die Abscissenaxe mit der Ordinatenaxe verwechselt wird, $OK = y'$ und $NK = x'$.

Denkt man sich ferner auch die Hilfslinie JO gezogen, so folgt aus dem rechtwinkeligen Dreiecke JKO:

$$JK = \sqrt{\overline{OI}^2 - \overline{OK}^2}.$$

Da nun die Gedachte $\quad OJ = OB = b'$

und $\quad OK = y'$ ist,

so hat man $\quad JK = \sqrt{b'^2 - y'^2};$

es ist aber $\quad IK = LK$ nach der Construction,

daher $\quad LK = \sqrt{b'^2 - y'^2}.$

Werden nun diese Werthe in die Gleichung (α) substituirt, so folgt:

$$\sqrt{b'^2 - y'^2} : x' = b' : a',$$

woraus man $\quad a'\sqrt{b'^2 - y'^2} = b'x'$ erhält;

welche Gleichung beiderseits quadrirt sofort gibt:

$$a'^2(b'^2 - y'^2) = b'^2 x'^2$$

$$a'^2 b'^2 - a'^2 y'^2 = b'^2 x'^2$$

und hieraus $\quad \frac{a'^2}{x'^2} + \frac{y'^2}{b'^2} = 1;$

also ebenfalls eine Gleichung der Ellipse, daher ist jeder auf diese Art gefundene Punkt ein Ellipsenpunkt.

§. 37.

Fassen wir die vier Figuren 35, 36, 40, 41 näher ins Auge, so folgt daraus, dass im ersten Falle Fig. 35 und 40 die Ordinaten nicht verlängert zu werden brauchen, im zweiten Falle aber, sind die durch den Fusspunkt der Ordinaten zu der nicht verlängerten Axe gezogenen Parallelen ganz entbehrlich, sobald man die beiden mittelst des Umlegens der Ordinate in der Axe erhaltenen Punkte benützt.

So gut man also im ersten Falle die Ordinate nicht zu verlängern und im zweiten Falle durch den Fusspunkt derselben eine Hilfslinie nicht zu ziehen braucht, eben so gut braucht man nicht alle vier Linien, welche für je zwei Punkte ein Parallelogramm bilden, zu ziehen.

Man wird daher aus jedem der zwei umgelegten Punkte *L* und *M* (Fig. 42 und 43) zu der einen der zwei Diagonalen eine entsprechende Parallele ziehen, und diese dann aus denselben Punkten parallel zu der zweiten Diagonale einschneiden. Werden überdies die Punkte *L* und *M* entgegengesetzt übertragen, so können mit einem Schlage mittelst der zu den Diagonalen gezogenen Parallelen alle vier Punkte bestimmt werden, wobei die meisten Linien, welche hier der Erklärung wegen gezogen werden mussten, also auch die Hilfskreise weggelassen werden können, wie dies aus Figur 42 und 43 leicht einzusehen ist.

§. 38.

Construction des Kreises mittelst zweier um zwei fixe Punkte drehbaren Geraden.

Wir kommen nun zu einem äusserst interessanten Gesetze über die Construction des Kreises, welches sich bei der genaueren Untersuchung des in §. 1 und 2 aufgestellten Satzes näher ergeben hat.

Es sei (Taf. VII, Fig. 44) *ABCD* ein Quadrat, in welchem jede der vier Seiten halbirt, sodann je zwei gegenüberliegende Halbirungspunkte mit einander durch Gerade verbunden, und überdies auch die Gerade *FG* gezogen; es ist also *MF* der Halbmesser desjenigen Kreises, welcher dem Quadrate *ABCD* eingeschrieben wird, *FG* die Diagonale des Viertelquadrates, daher ist sie auch die Sehne des Viertelbogens, oder kurzweg Neunziger-Sehne.

Wird nun die Neunziger-Sehne *FG*, z. B. in 4, die *MF* aber in 4mal so viele gleiche Theile, als in wie viel die *FG* getheilt wurde, also in 4^2 gleiche Theile getheilt; wird ferner die durch

die Eintheilung der Neunziger-Sehne erhaltene Einheit *FI*, auf der Verlängerung des Halbmessers *EF* 4mal aufgetragen, so ist, wenn der Halbirungspunkt *G* mit dem Punkte *I'* auf *FU*, und der Eckpunkt *B* mit 1 auf *MF* durch Gerade verbunden werden, der Durchschnittspunkt *I''* dieser zwei Geraden ein Punkt der Peripherie desjenigen Kreises, welcher dem Quadrate *ABCD* eingeschrieben werden soll.

Eben so gibt, *G* mit *II'* auf *FU*, und *B* mit 4 oder 2^2 auf *MF* verbunden, den Punkt *II''*, ferner *G* mit *III'* auf *FU* und *B* mit 9 oder 3^2 auf *MF* den Punkt *III''*, und endlich gibt, *G* mit *IV'* auf *FU* und *B* mit 16 oder 4^2 auf *MF* durch Gerade verbunden, den Punkt *IV''*; so also, dass alle vier Punkte *I''*, *II''*, *III''*, *IV''* in der Peripherie des dem gegebenen Quadrate *ABCD* eingeschriebenen Kreises liegen.

Fassen wir diese Construction näher ins Auge, so sehen wir, dass der Construction eines jeden Kreises durch die Eintheilung des Halbmessers und der Neunziger-Sehne zwei verschiedene Einheiten, welche von einem und demselben Punkte nach entgegengesetzten Richtungen auf einer Geraden aufgetragen werden, zu Grunde liegen.

Wird demnach die Einheit $F1 = \frac{1}{16} = \frac{1}{4^2}$ des Halbmessers *MF* von *F* angefangen auf *EF* und dann auf deren Verlängerung noch weiter, so oft als es auf der Zeichenfläche geht, aufgetragen, die so erhaltenen Theilungspunkte von *F* angefangen mit natürlichen Zahlen bezeichnet, und diejenigen Punkte, auf welche bei der Bezeichnung die Quadrate der natürlichen Zahlen fallen, deutlicher markirt [1]), sodann die Einheit der Neunziger-Sehne auf der Verlängerung der *EF* so oft von *F* aus aufgetragen, als es auf der entgegengesetzten Seite Quadratzahlen gibt, so gilt das aufgestellte Gesetz auch dann, und es gibt somit, wie Fig. 44 zeigt:

Die	Gerade	*GI'*	mit	der	Geraden	$B\ 1$	oder	$B1^2$	den Punkt	*I''*
„	„	*GII'*	„	„	„	$B\ 4$	„	$B2^2$	„ „	*II''*
„	„	*GIII'*	„	„	„	$B\ 9$	„	$B3^2$	„ „	*III''*
„	„	*GIV'*	„	„	„	$B16$	„	$B4^2$	„ „	*IV''*
„	„	*GV'*	„	„	„	$B25$	„	$B5^2$	„ „	*V''*
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
„	„	*Gn*	„	„	„	$Bn \times n$	„	Bn^2	„ „	*N*

[1]) Wir wollen diejenigen Punkte, auf welche bei der Bezeichnung der Theilungspunkte die Quadrate der natürlichen Zahlen fallen, Quadratpunkte nennen, um uns bei der Erklärung desto kürzer und leichter ausdrücken zu können.

und endlich der in unendlicher Entfernung liegende Punkt einerseits mit G, und der diesem Punkte entsprechende Quadratpunkt andernseits mit B verbunden, gibt den Halbirungspunkt der Seite AB, so also, dass die Gerade $G\infty$ mit der Geraden $B \infty \times \infty$, oder mit $B\infty^2$ auf die obige Art in Verbindung gebracht, den Punkt G gibt.

Auf diese Art kann man also für einen jeden Quadranten beliebig viele Punkte bestimmen, und solche Construction der Punkte für jeden einzelnen Viertelkreis ins Unendliche fortsetzen, indem man die zwei senkrecht aufeinander stehenden Durchmesser nach den vier Richtungen verlängert, und bei der Bestimmung der Punkte auf eben die Weise vorgeht, wie bei dem ersten gezeigt wurde.

§. 39.

Bevor wir nun die Richtigkeit dieser Construction nachweisen, wollen wir zuerst ebenfalls einen neuen, hierzu erforderlichen Lehrsatz für Quadratzahlen aufstellen und begründen, d. h. wir wollen zuerst zeigen, auf welche Art man durch geometrische Construction die Quadrate der natürlichen Zahlen auf dem Durchmesser für den Fall erhält, wenn die Sehne von 90° oder Neunziger-Sehne in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt wird.

Es sei nun $ACBK$ (Fig. 45) ein mit einem beliebigen Halbmesser beschriebener Kreis; man ziehe in diesem die Neunziger-Sehne BC, theile sie in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, beschreibe mit dem Radius gleich einem solchen Theile aus dem einen Punkte dieser Sehne hier aus B einen Kreis, welcher den ersten in E, den Radius BO in G und dessen Verlängerung in F schneidet; so entstehen, wenn die Geraden AE, EF, EG und BE gezogen werden, zwei rechtwinkelige Dreiecke, d. i. das Dreieck AEB und EFG, in welchem Falle, wenn von ihrem gemeinschaftlichen Scheitelpunkte E die Normale EH gezogen wird, das Stück BH gefunden werden kann.

Bekanntlich ist die Neunziger-Sehne hier $BC = \sqrt{2}$, wenn der Halbmesser $BO = r = 1$ gesetzt wird. Denkt man sich nun BC etwa in vier gleiche Theile getheilt, und einem solchen Theil zum Halbmesser für den zweiten Kreis $GEFK'$ genommen, so ist $BG = BD = BE = BF = \frac{1}{4}\sqrt{2}$; es sei ferner der Kürze wegen $EH = h$, $BH = x$, $GH = y$ und $BG = BH + GH = x + y$, und da $BO = r = 1$ ist, so folgt $AH = 2 - x$ und $FH = x + \frac{1}{4}\sqrt{2}$.

Nach diesen Voraussetzungen finden folgende zwei Proportionen statt:

Es ist $BH : EH = EH : AH$

und da $AH = AB - BH$

ist, so hat man $BH : EH = EH : AB - BH \quad \ldots\ldots (\alpha);$

eben so ist $GH : EH = EH : FH$

und da $FH = BH + BF$

ist, so folgt $GH : EH = EH : BH + BF \quad \ldots\ldots (\beta).$

Substituirt man in diesen zwei Proportionen die obangeführten Werthe, so hat man:

$$x : h = h : (2-x) \quad \ldots\ldots (\alpha')$$

und
$$y : h = h : \left(x + \frac{1}{4}\sqrt{2}\right) \quad \ldots\ldots (\beta');$$

somit aus (α')
$$h^2 = x\,(2-x)$$

und aus (β')
$$h^2 = y\left(x + \frac{1}{4}\sqrt{2}\right),$$

daher
$$x\,(2-x) = y\left(x + \frac{1}{4}\sqrt{2}\right) \quad \ldots\ldots (\gamma);$$

es ist aber
$$x + y = \frac{1}{4}\sqrt{2} = BG,$$

somit
$$y = \frac{1}{4}\sqrt{2} - x,$$

folglich durch Substitution in (γ)
$$x\,(2-x) = \left(\frac{1}{4}\sqrt{2} - x\right)\left(\frac{1}{4}\sqrt{2} + x\right),$$

woraus
$$2x - x^2 = \left(\frac{1}{4}\sqrt{2}\right)^2 - x^2$$

also
$$2\,x = \frac{1}{16}\,.\,2$$

und hieraus
$$x = \frac{1}{16} = \frac{1}{4^2} \text{ folgt.}$$

Es ist somit das Segment $BH = x = \frac{1}{4^2}$, wenn der Halbmesser des Grundkreises, d. i. $B\,O = r = 1$ gesetzt, die Neunziger-Sehne BC in vier gleiche Theile getheilt, und aus B mit dem Halbmesser gleich einem solchen Theile der Punkt E auf der Peripherie des Grundkreises bestimmt wird. Eben so findet man

für $x + y = \frac{2}{4}\sqrt{2},\ x = \frac{2^2}{4^2} = \frac{4}{16}$

„ $x + y = \frac{3}{4}\sqrt{2},\ x = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

„ $x + y = \frac{4}{4}\sqrt{2},\ x = \frac{4^2}{4^2} = \frac{16}{16} = 1.$

Um diesen Satz ganz allgemein nachzuweisen, bezeichnen wir die Anzahl Theile, in welche die Neunziger-Sehne BC getheilt wird mit n und die Anzahl derjenigen Theile, welche man zum Radius des Hilfskreises nimmt mit p, so ist der Radius für den Hilfskreis (auf den Radius $r = 1$ bezogen) $= \frac{\sqrt{2}}{n} \times p = \frac{p}{n}\sqrt{2}$, daher nach der angeführten Proportion:

$$x : h = h : (2-x), \quad \ldots \ldots \quad (\alpha)$$

$$y : h = h : \left(x + \frac{p}{n}\sqrt{2}\right) \quad \ldots \ldots \quad (\beta)$$

somit aus (α) $\qquad h^2 = x\,(2-x)$,

und aus (β) $\qquad h^2 = y\left(x + \frac{p}{n}\sqrt{2}\right)$,

daher $\qquad x\,(2-x) = y\left(x + \frac{p}{n}\sqrt{2}\right) \quad \ldots \ldots \quad (\gamma)$;

da nun auch hier

$$BH + GH = x + y = \frac{p}{n}\sqrt{2}$$

ist, so folgt $\qquad y = \frac{p}{n}\sqrt{2} - x$,

und daher, wenn dieser Werth in die Gleichung (γ) substituirt wird

$$x\,(2-x) = \left(\frac{p}{n}\sqrt{2} - x\right)\left(\frac{p}{n}\sqrt{2} + x\right),$$

woraus $\qquad x\,(2-x) = \left(\frac{p}{n}\sqrt{2}\right)^2 - x^2$,

somit $\qquad 2x - x^2 = \frac{p^2}{n^2} \cdot 2 - x^2$,

also $\qquad 2x = \frac{2p^2}{n^2}$,

folglich $\qquad x = \frac{p^2}{n^2}$

folgt, w. z. b. w.

Da nun eine jede Gerade in eine beliebige Anzahl gleicher Theile geometrisch theilbar ist, so gilt dies von jedem beliebigen Punkte des Quadranten und dessen entsprechender Sehne.

Löst man die Gleichung $x = \frac{p^2}{n^2}$ in eine Proportion auf, so erhält man:

$$x : p = p : n^2,$$

d. h. in Worten ausgedrückt: Jedes Stück der Neunziger-Sehne ist die mittlere geometrische Proportionale zwischen dem Quadrate

dieser Sehne und demjenigen Segmente des Durchmessers, welches zwischen dem einen Endpunkte der Sehne und dem Fusspunkte derjenigen Ordinate liegt, deren Peripheriepunkt mit diesem Sehnenstücke aus demjenigen Endpunkte, dem das Segment anliegt, bestimmt wird.

Man kann daher mittelst der aus diesem Satze abgeleiteten Construction für jede beliebige Eintheilung der Neunziger-Sehne auf dem Durchmesser die Eintheilungslinien für die Quadrate der natürlichen Zahlen erhalten, ohne den Durchmesser eintheilen zu müssen.

Wird nun in der Gleichung $x = \frac{p^2}{n^2}$,

$$n = 4 \text{ und } p \left.\begin{array}{l} = 1, \\ = 2, \\ = 3, \\ = 4 \end{array}\right\}$$ (wo 1 eine durch die Eintheilung der Neunziger-Sehne erhaltene Einheit bezeichnet)

gesetzt, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l} \text{für } p = 1,\ x = \frac{1^2}{4^2} = \frac{1}{16}, \\ \text{,, } p = 2,\ x = \frac{2^2}{4^2} = \frac{4}{16}, \\ \text{,, } p = 3,\ x = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}, \\ \text{,, } p = 4,\ x = \frac{4^2}{16} = \frac{16}{16} \end{array}\right\}$$ (vom Halbmesser des Grundkreises).

Es sind daher die Zähler der so erhaltenen Brüche die Quadrate der natürlichen Zahlen, welche nach der angeführten Construction dadurch gefunden werden können, wenn man nach und nach mit den Radien gleich den Zählern der Brüche: $1/4$, $2/4$, $3/4$ und $4/4$ oder im Allgemeinen mit $\frac{p}{n}$ von der Neunziger-Sehne aus F die Peripherie des Grundkreises durchschneidet, und von diesen Durchschnittspunkten die Ordinaten zieht.

Dieser Satz gilt aber auch dann, wenn auf der Verlängerung der Neunziger-Sehne $\frac{1}{n}$ derselben aufgetragen wird, denn es ist (Fig. 46), wenn man die Sehne $BC = \sqrt{2}$ und ihre Verlängerung $JC = \frac{1}{n}\sqrt{2}$ setzt, d. h. wenn man $n + \frac{1}{n}$ solcher Theile zum Radius des Hilfskreises nimmt:

$$x : h = h : (2-x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha),$$

$$y : h = h : \left(x + \sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta),$$

daher aus (α) $\quad h^2 = x\,(2-x)\,,$

und aus (β) $\quad h^2 = y\left(x + \sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2}\right),$

folglich $x\,(2-x) = y\left(x + \sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\gamma);$

es ist aber

$$x + y = \sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2} = BI = BI' = BF',$$

daher

$$y = \sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2} - x,$$

folglich den Werth für y in (γ) substituirt, gibt ferner:

$$x\,(2-x) = \left(\sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2} - x\right)\left(\sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2} + x\right),$$

$$x\,(2-x) = \left\{\left(\sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2}\right) - x\right\}\left\{\left(\sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2}\right) + x\right\},$$

$$2\,x - x^2 = \left(\sqrt{2} + \frac{1}{n}\sqrt{2}\right)^2 - x^2,$$

$$2x = 2 + \frac{2}{n}\cdot 2 + \frac{1}{n^2}\cdot 2\,,$$

$$2x = 2 + \frac{4}{n} + \frac{2}{n^2},$$

$$x = 1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} = \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2},$$

woraus endlich

$$x = \frac{(n+1)^2}{n^2} \text{ erhalten wird.}$$

Da nun die Neunziger-Sehne in n gleiche Theile getheilt und $n + 1$ solche Theile zum Radius des Hilfskreises genommen wurde, so ist auch hier x = dem Quadrate der genommenen Theile dividirt durch das Quadrat derjenigen Anzahl Theile, in welche die Sehne getheilt wurde.

Dieser Satz gilt auch dann, wenn auf der Verlängerung der Neunziger-Sehne der $\frac{1}{n}$te Theil derselben $1, 2, 3 \ldots$ oder m mal aufgetragen wird, denn es ist:

$$x : h = h : (2-x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha)$$

$$y : h = h : \left(x + \sqrt{2} + \frac{m}{n}\sqrt{2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\beta)$$

folglich aus (α) $h^2 = x\,(2-x)$,

und aus (β) $h^2 = y\left(x + \sqrt{2} + \frac{m}{n}\sqrt{2}\right)$,

daher

$$x\,(2-x) = y\left(x + \sqrt{2} + \frac{m}{n}\sqrt{2}\right) \quad \ldots\ldots (\gamma);$$

da nun

$$x + y = \sqrt{2} + \frac{m}{n}\sqrt{2}$$

ist, also

$$y = \sqrt{2} + \frac{m}{n}\sqrt{2} - x,$$

so erhält man durch Substitution in die Gleichung (γ):

$$x\,(2-x) = \left(\sqrt{2} + \frac{m}{n}\sqrt{2} - x\right)\left(\sqrt{2} + \frac{m}{n}\sqrt{2} + x\right),$$

$$2x - x^2 = \left(\sqrt{2} + \frac{m}{n}\sqrt{2}\right)^2 - x^2.$$

$$2x = \left(\sqrt{2} + \frac{m}{n}\sqrt{2}\right)^2 = 2 + 2\,.\,\frac{m}{n}\,.\,2 + \frac{m^2}{n^2}\,.\,2,$$

woraus

$$x = 1 + \frac{2m}{n} + \frac{m^2}{n^2} = \frac{n^2 + 2mn + m^2}{n^2},$$

folglich $$x = \frac{(n+m)^2}{n^2},$$

also ganz allgemeiner Ausdruck erhalten wird, w. z. b. w.

Je grösser also die Anzahl Theile, in welche die Neunziger-Sehne getheilt werden soll, angenommen wird, desto öfter lässt sich ein solcher Theil auf einer geringen Verlängerung dieser Sehne, und ebenso auch der erste Werth für $x = \frac{m^2}{n^2}$ auf dem Durchmesser und dessen Verlängerung auftragen, wodurch man also auch desto mehr Punkte nach der besagten Construction erhält.

§. 40.

Aus der näheren Betrachtung der Fig. 46 sieht man leicht ein, dass die Verlängerung der Sehne BC beliebig lang gemacht werden, hingegen der Radius für den Hilfskreis bei der jedesmaligen Eintheilung der Sehne das Maximum $= 2r$ des Grundkreises erhalten kann; was auch ganz natürlich ist, indem der Grundkreis mit einem grösseren Radius als $2r$ aus dessen einem Peripheriepunkte gar

nicht geschnitten werden kann, und der Punkt A, d. i. der Endpunkt des Durchmessers AB, wird der letzte Durchschnittspunkt sein, dessen Ordinate gleich Null ist.

Da also in der Gleichung $x = \frac{(n+m)^2}{n^2}$ sowohl n als m bekannt sind, und die Neigung der Neunziger-Sehne, wie auch deren Verlängerung dieselbe bleibt, aber auch n constant ist, so folgt daraus, dass man für jeden Werth von $p = n + m$, auch den entsprechenden Werth für x berechnen kann, wenngleich der Grundkreis mit dem Radius $p = n + m$ nicht geschnitten wird.

Wird demnach die Neunziger-Sehne in zwei gleiche Theile getheilt, so hat man vermöge der Gleichung $x = \frac{p^2}{n^2}$

$$\text{für } p = \frac{1}{2}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\text{„ } p = \frac{2}{2}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{2}{2}\right)^2 = \frac{4}{4} = 1,$$

$$\text{„ } p = \frac{3}{2}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4},$$

$$\text{„ } p = \frac{4}{2}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \frac{16}{4},$$

. . . .

$$\text{„ } p = \frac{m}{2}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{m}{2}\right)^2 = \frac{m^2}{4}.$$

Wird die Sehne in drei gleiche Theile getheilt, so ist:

$$\text{für } p = \frac{1}{3}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9},$$

$$\text{„ } p = \frac{2}{3}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

$$\text{„ } p = \frac{3}{3}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{3}{3}\right)^2 = \frac{9}{9} = 1,$$

$$\text{„ } p = \frac{4}{3}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9},$$

$$\text{„ } p = \frac{5}{3}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9},$$

. . . .

$$\text{„ } p = \frac{m}{3}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{m}{3}\right)^2 = \frac{m^2}{9}.$$

Wird die Sehne in vier gleiche Theile getheilt, so folgt:

$$\text{für } p = \frac{1}{4}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16},$$

$$\text{für } p = \frac{2}{4}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{2}{4}\right)^2 = \frac{4}{16},$$
$$\text{„ } p = \frac{3}{4}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16},$$
$$\text{„ } p = \frac{4}{4}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{4}{4}\right)^2 = \frac{16}{16} = 1,$$
$$\text{„ } p = \frac{5}{4}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\text{„ } p = \frac{m}{4}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{m}{4}\right)^2 = \frac{m^2}{16},$$

und allgemein, wenn die Neunziger-Sehne in n gleiche Theile getheilt wird, erhält man im Allgemeinen:

$$\text{für } p = \frac{1}{n}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{1}{n}\right)^2 = \frac{1}{n^2},$$
$$\text{„ } p = \frac{2}{n}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{2}{n}\right)^2 = \frac{4}{n^2},$$
$$\text{„ } p = \frac{3}{n}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{3}{n}\right)^2 = \frac{9}{n^2},$$
$$\text{„ } p = \frac{4}{n}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{4}{n}\right)^2 = \frac{16}{n^2},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

also ganz allgemein

$$\text{für } p = \frac{m}{n}\sqrt{2},\quad x = \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m^2}{n^2}.$$

Aus dieser schematischen Darstellung sieht man, dass, wenn $m = n$ ist, $x = 1$ erfolgt, für welchen Fall also x gleich dem Radius des Grundkreises ist. Daraus folgt ferner, dass man auf dem Radius des Grundkreises so viele x erhalten kann, als in wie viele Theile die Neunziger-Sehne getheilt werden soll, und dass man desto mehr x und folglich auch desto mehr Punkte des Kreises erhält, je grösser die Anzahl ist, in welche die Neunziger-Sehne getheilt wird.

Wird aber nur irgend ein Theil der Neunziger-Sehne genommen, so dass man nicht bestimmt weiss, der wie vielte Theil von dieser er ist, so kann auch dann, jedoch nur allein durch Construction, das entsprechende x gefunden werden.

§. 41.

Da nun die Neunziger-Sehne BC in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt werden kann, so folgt daraus, dass p unzählig viele Werthe annehmen kann, es kann daher unter andern

$$p = r$$
$$= 2r$$
$$= \sqrt{2}$$

u. s. w. gleich den bekannten Linien gesetzt werden; es wird also

$$\text{für } p = r = 1,\ x = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} = \frac{8}{16} =$$

dem halben Radius,

$$\text{für } p = 2r = 2,\ x = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{4}{2} = \frac{32}{16} = 2 =$$

dem doppelten Radius,

$$\text{für } p = \sqrt{2},\quad x = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{2}{2} = \frac{16}{16} = 1 =$$

dem Radius,

$$\text{für } p = \frac{1}{2}\sqrt{2},\ x = \frac{(\frac{1}{2}\sqrt{2})^2}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 2}{2} = \frac{1}{4} =$$

dem vierten Theil des Radius,

$$\text{für } p = 2\sqrt{2},\ x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{64}{16} = 4 =$$

dem doppelten Durchmesser.

Bei den zuletzt angeführten Werthen für x muss der Ausdruck $\sqrt{2}$ beibehalten werden, weil hier den im Zähler substituirten Zahlen die Einheit des Grundkreises zu Grunde liegt.

Anmerkung. Von diesen so eben angeführten und berechneten Werthen für x werden wir einige zur Construction der Ellipse benützen.

§. 42.

Wir werden nun hier das in §. 38 angegebene Gesetz mittelst des im §. 39 und 40 entwickelten Satzes zu beweisen suchen.

Es sei also (Fig. 47) $ABCD$ das gegebene Quadrat, in welchem jede der vier Seiten halbirt, und je zwei gegenüber liegende Halbirungspunkte durch Gerade mit einander verbunden werden, deren Durchschnittspunkt bekanntlich der Mittelpunkt des diesem Quadrate einzuschreibenden Kreises ist, die Linien selbst aber Durchmesser dieses Kreises sind.

Man verlängere nun die Halbirungslinie EF über F hinaus, beschreibe mit einem beliebigen Theile der Neunziger-Sehne FG aus

deren Endpunkte F einen Kreis, welcher den Grundkreis in N, dessen Durchmesser in J und die Verlängerung desselben in K schneidet.

Wird nun aus dem Durchschnittspunkte N auf EF die Normale NP gezogen, der Fusspunkt derselben mit B, der Punkt G aber mit K durch Gerade verbunden, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden, d. i. der Punkt Q, ein Punkt in der Peripherie des dem Quadrate $ABCD$ eingeschriebenen Kreises.

Beweis.

Um die Richtigkeit dieser Behauptung ganz allgemein durchzuführen, wollen wir die höhere Analysis zu Hilfe nehmen, welche uns auf jede gegebene Frage eine auf diese passende Antwort gibt.

Nimmt man nun (Fig. 47) den Anfangspunkt der Coordinaten im Mittelpunkte des dem Quadrate $ABCD$ eingeschriebenen Kreises, also in O an, so hat man hier die Gleichungen für die zwei Geraden GK und BP aufzustellen und ihren gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt zu bestimmen, welches sich sehr leicht bewerkstelligen lässt, indem die zwei Punkte B und G nach der in §. 38, Fig. 44 gegebenen Construction fixe Punkte sind.

Nach dem früher Bewiesenen ist das Segment der Neunziger-Sehne, d. i. $FP = \frac{p^2}{n^2}$, wo n die Anzahl Theile anzeigt, in welche die Neunziger-Sehne FG getheilt wird, und p, wie viel man solche Theile zum Radius des Hilfskreises genommmen hat.

Bekanntlich ist die allgemeine Gleichung irgend einer Geraden

$$y = ax + b \quad \ldots\ldots \quad (\alpha).$$

Da nun der Punkt G fix ist, so hat man

$$OG = r = b = 1,$$

daher

$$y = ax + b = ax + r = ax + 1 \quad \ldots\ldots \quad (\beta).$$

Nun ist aber für die Gerade GK die Abscisse

$$x = \frac{p}{n}\sqrt{2} + r = \frac{p}{n}\sqrt{2} + 1$$

nach der Construction; daher durch Substitution in (β)

$$y = a\left(\frac{p}{n}\sqrt{2} + 1\right) + 1 \quad \ldots\ldots \quad (\gamma);$$

setzt man nun $y = 0$, so ist

$$0 = a\left(\frac{p}{n}\sqrt{2} + 1\right) + 1,$$

woraus

$$a\left(\frac{p}{n}\sqrt{2}+1\right)=-1,$$

$$a=\frac{-1}{\frac{p}{n}\sqrt{2}+1}=\frac{-1}{\frac{p\sqrt{2}+n}{n}}$$

also

$$a=\frac{-n}{n+p\sqrt{2}};$$

substituirt man diesen Werth in die Gleichung (β), so hat man sofort

$$y=x\left(\frac{-n}{n+p\sqrt{2}}\right)+b=\frac{-nx}{n+p\sqrt{2}}+1,$$

daher

$$y'=\frac{-nx'}{n+p\sqrt{2}}+1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Dies ist also die Gleichung der Geraden GK, deren Punkt G fix ist.

Um die Gleichung für die zweite Gerade, d. i. für BP zu finden, hat man abermals die allgemeine Gleichung irgend einer Geraden

$$y=ax+b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha').$$

Nun ergibt sich aus der näheren Betrachtung der Construction, dass im Allgemeinen für $y=r$, auch $x=r$ erfolgt; man hat daher durch Substitution in α'

$$r=ar+b=ar+1 \quad . \quad . \quad . \quad (\beta');$$

es ist aber für den Punkt P der Geraden BP nach der Construction die entsprechende Abscisse

$$x=r-\frac{p^2}{n^2}=1-\frac{p^2}{n^2},$$

welcher Werth für x in α' substituirt, gibt.

$$y=a\left(r-\frac{p^2}{n^2}\right)+b=a\left(1-\frac{p^2}{n^2}\right)+1 \quad . \quad . \quad . \quad (\gamma').$$

Setzt man nun $y=o$, so folgt

$$0=a\left(1-\frac{p^2}{n^2}\right)+1.$$

Wird ferner von dieser Gleichung die Gleichung (β') abgezogen, so erhält man

$$0-r=a\left(1-\frac{p^2}{n^2}\right)+1-(ar+1)$$

$$-r=a\left(1-\frac{p^2}{n^2}\right)+1-ar-1$$

$$-r=a\left(1-\frac{p^2}{n^2}\right)-ar,$$

und wenn $r=1$ gesetzt wird,

folgt sofort
$$-1 = a\left(1 - \frac{p^2}{n^2}\right) - a$$
und
$$-1 = a - \frac{ap^2}{n^2} - a = -\frac{a\,p}{n^2},$$
also
$$1 = \frac{ap^2}{n^2},$$
woraus man
$$n^2 = ap^2, \quad \text{folglich} \quad a = \frac{n^2}{p^2} \text{ erhält;}$$
welcher Werth für a in die Gleichung (β') substituirt, gibt ferner
$$r = \frac{n^2}{p^2} r + b,$$
hieraus
$$b = r - \frac{n^2}{p^2} r = 1 - \frac{n^2}{p^2}$$
und durch Substitution dieses Werthes in (γ') folgt
$$y = \frac{n^2}{p^2} x + 1 - \frac{n^2}{p^2};$$
folglich ist
$$y' = \frac{n^2 x'}{p^2} - \frac{n^2}{p^2} + 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(II)}$$
als die Gleichung der zweiten Geraden, d. i. der BP, deren fixer Punkt B ist.

Um nun den Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden zu bestimmen, muss man aus diesen zwei gefundenen Gleichungen für diese Geraden das x' und y' suchen. Zu diesem Behufe zieht man die eine Gleichung von der andern ab, hier II von I, und hat somit:
$$y' - y' = \left(\frac{-nx'}{n + p\sqrt{2}} + 1\right) - \left(\frac{n^2 x'}{p^2} - \frac{n^2}{p^2} + 1\right),$$
also
$$o = \frac{-nx'}{n + p\sqrt{2}} + 1 - \frac{n^2 x'}{p^2} + \frac{n^2}{p^2} - 1,$$
daher
$$o = -\frac{nx'}{n + p\sqrt{2}} - \frac{n^2 x'}{p^2} + \frac{n^2}{p^2},$$
hieraus
$$\frac{n^2}{p^2} = x'\left(\frac{n}{n + p\sqrt{2}} - \frac{n^2}{p^2}\right) = x'\left(\frac{np^2 - n^2(n + p\sqrt{2})}{p^2(n + p\sqrt{2})}\right),$$
somit
$$x' = \frac{n^2}{p^2} : \frac{np^2 - n^2(n + p\sqrt{2})}{p^2(n + p\sqrt{2})},$$
folglich
$$x' = \frac{n^2}{p^2} \cdot \frac{p^2(n + p\sqrt{2})}{np^2 - n^2(n + p\sqrt{2})},$$
welcher Bruch gehörig abgekürzt
$$x' = \frac{n(n + p\sqrt{2})}{n(n + p\sqrt{2}) + p^2}$$
gibt.

Folglich ist, gehörig bezeichnet, die gesuchte Abscisse

$$x'' = \frac{n\,(n + p\,\sqrt{2})}{n\,(n + p\,\sqrt{2}) + p^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(III)},$$

welcher Ausdruck allgemein, also für jeden beliebigen Punkt gilt.

Um den Werth der entsprechenden Ordinate zu finden, hat man den zuletzt gefundenen Werth für x' in die Gleichung (II) zu substituiren, und erhält somit:

$$y'' = \frac{n^2}{p^2} \cdot \frac{n\,(n + p\,\sqrt{2})}{n\,(n + p\,\sqrt{2}) + p^2} - \frac{n^2}{p^2} + 1$$

$$y'' = \frac{n^3\,(n + p\,\sqrt{2})}{p^2\,\{n\,(n + p\,\sqrt{2}) + p^2\}} - \frac{n^2}{p^2} + 1,$$

welcher Ausdruck auf gleiche Benennung gebracht, gibt sofort:

$$y'' = \frac{n^3\,(n+p\,\sqrt{2}) - n^2\,\{n\,(n+p\,\sqrt{2})+p^2\} + p^2\,\{n\,(n+p\,\sqrt{2})+p^2\}}{p^2\,\{n\,(n+p\,\sqrt{2})+p^2\}}$$

$$y'' = \frac{n^4 + n^3 p\,\sqrt{2} - n^4 - n^3 p\,\sqrt{2} - n^2 p^2 + n^2 p^2 + n p^3 \sqrt{2} + p^4}{p^2\,\{n\,(n+p\,\sqrt{2}) + p^2\}}$$

$$y'' = \frac{n\,p^3\,\sqrt{2} + p^4}{p^2\,(n^2 + np\,\sqrt{2} + p^2)} = \frac{p^2\,(np\,\sqrt{2} + p^2)}{p^2\,(n^2 + np\,\sqrt{2} + p^2)},$$

$$y'' = \frac{np\,\sqrt{2} + p^2}{n^2 + np\,\sqrt{2} + p^2} = \frac{p\,(n\,\sqrt{2} + p)}{n\,(n+p\,\sqrt{2}) + p^2} \quad . \; . \; . \; . \quad \text{(IV)}.$$

Somit ist dies der Werth der entsprechenden Ordinate, welcher allgemein also für jeden beliebigen Punkt gilt, und zwar aus dem Grunde, weil auch auf der Neunziger-Sehne ein beliebiger Punkt angenommen wurde.

Es sind daher:

$$x'' = \frac{n\,(n + p\,\sqrt{2})}{n\,(n + p\,\sqrt{2}) + p^2} = \frac{n^2 + np\,\sqrt{2}}{n^2 + p^2 + n\,p\,\sqrt{2}} \quad . \; . \quad \text{(III)}$$

$$y'' = \frac{p\,(p + n\sqrt{2})}{n\,(n + p\,\sqrt{2}) + p^2} = \frac{p^2 + np\,\sqrt{2}}{n^2 + p^2 + n\,p\,\sqrt{2}} \quad . \; . \quad \text{(IV)}$$

die zwei Gleichungen, welche zur Bestimmung des Durchschnittspunktes der zwei fraglichen Geraden erforderlich sind.

Lassen wir also diese zwei Gleichungen coëxistiren, so muss, wenn der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden BP und GK in der Peripherie des aus O mit OF beschriebenen Kreises erfolgen soll,

$$(x'')^2 + (y'')^2 = r^2 = 1 \text{ sein.}$$

Substituirt man hier für x'' und y' die in III und IV gefundenen Werthe, so muss auch dann

$$\left\{\frac{n(n+p\sqrt{2})}{n(n+p\sqrt{2})+p^2}\right\}^2+\left\{\frac{p(p+n\sqrt{2})}{n(n+p\sqrt{2})+p^2}\right\}^2=r^2=1$$

erfolgen.

Werden die zwei vor dem Gleichheitszeichen stehenden Ausdrücke quadrirt, wie dies angezeigt ist, so erhält man, indem beide Ausdrücke gleiche Nenner haben:

$$\left\{\frac{n(n+p\sqrt{2})}{n(n+p\sqrt{2})+p^2}\right\}^2+\left\{\frac{p(p+n\sqrt{2})}{n(n+p\sqrt{2})+p^2}\right\}^2=\frac{[n(n+p\sqrt{2})]^2+[p(p+n\sqrt{2})]^2}{[n(n+p\sqrt{2})+p^2]^2}$$

$$=\frac{n^2(n^2+2np\sqrt{2}+2p^2)+p^2(p^2+2np\sqrt{2}+2n^2)}{[n(n+p\sqrt{2})+p^2]^2},$$

oder wenn im letzten Theile des Zählers mit p^2 hinein multiplicirt wird

$$=\frac{n^2(n^2+2np\sqrt{2}+2p^2)+p^4+2np^3\sqrt{2}+2n^2p^2}{[n(n+p\sqrt{2})+p^2]^2}.$$

Hebt man bei den letzten zwei Ausdrücken im Zähler $2np^2$ als Factor heraus, so hat man sofort

$$=\frac{n^2(n^2+2np\sqrt{2}+2p)^2+2np^2(n+p\sqrt{2})+p^4}{[n(n+p\sqrt{2})+p^2]^2};$$

und da $n^2+2np\sqrt{2}+2p^2=(n+p\sqrt{2})^2$ ist, so übergeht der obige Ausdruck in

$$=\frac{n^2(n+p\sqrt{2})^2+2np^2(n+p\sqrt{2})+p^4}{[n(n+p\sqrt{2})+p^2]^2};$$

vergleicht man in diesem Bruche den Zähler mit dem Nenner, so sieht man sogleich, dass sie einander gleich sind, denn $n(n+p\sqrt{2})+p^2$ aufs Quadrat erhoben, gibt den Zähler. Da also

$$[n(n+p\sqrt{2})+p^2]^2=n^2(n+p\sqrt{2})^2+2np^2(n+p\sqrt{2})+p^4$$

gesetzt werden kann, so ist auch

$$\frac{[n(n+p\sqrt{2})+p^2]^2}{[n(n+p\sqrt{2})+p^2]^2}=r^2=1.$$

Es ist daher der Durchschnittspunkt Q, dessen Abscisse

$$x''=\frac{n(n+p\sqrt{2})}{n(n+p\sqrt{2})+p^2}$$

und dessen Ordinate

$$y'' = \frac{p\,(p + n\sqrt{2})}{n\,(n + p\sqrt{2}) + p^2}$$ gefunden wurde,

ein Punkt des Kreises w. z. b. w.

Was nun von diesem Punkte gilt, das lässt sich auch von jedem andern, welcher auf ähnliche Weise construirt wird, auf dieselbe Art erweisen.

§. 43.

Da man den $\frac{1}{n}$ten Theil der Neunziger-Sehne auf der Verlängerung des Durchmessers *EF* über *F* hinaus, ins Unendliche auftragen kann; da ferner auch auf der entgegengesetzten Seite des Punktes *F* auf dem Durchmesser, wie auch auf dessen Verlängerung ebenfalls so viele Punkte vermittelst des Auftragens des diesem Theile entsprechenden Segmentes $= \frac{1}{n^2}$ bestimmt werden können, so folgt daraus, dass die angegebene Construction der Punkte der Kreislinie ebenfalls ins Unendliche fortgesetzt werden kann, und zwar müssen für jeden correspondirenden Quadranten die Hilfslinien insbesondere gezogen werden, während die auf dem Durchmesser *EF* und auf dessen beiderseitigen Verlängerungen bereits bestimmten Punkte auch für die correspondirenden Quadranten ungeändert bleiben.

Denkt man sich nun unzählig viele Paare von solchen Linien nach dem aufgestellten Gesetze gezogen, deren jedes ihren gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt in der Peripherie des Grundkreises hat, so wird das letzte Paar offenbar in eine Linie zusammenfallen, und zwar werden beide Linien auf die Seite *AB* zu liegen kommen, mithin den Punkt *G* gemeinschaftlich haben.

Ob dabei die Linie $GK\infty$ in die Lage *BG* käme, wäre wohl gleichgiltig, weil in derselben der fragliche Punkt *G* ohnehin liegt, indem $GK\infty$ eine Stellung der Linie *GF* oder *GK* nach der Drehung um den Punkt *G* ist; und da dieser Punkt mit einem in unendlicher Entfernung in der Richtung der Verlängerung des Durchmessers *EG* gedachten Punkte durch eine Gerade verbunden werden soll, so muss das Stück *BG* als ein Theil solcher Linie, also auch als ein Theil der aus dem Punkte *G* zu *EF* gezogenen Parallelen, mithin $GK\,\infty$ als die Verlängerung der *GB* angesehen werden. Nun wird aber *B* mit einem Punkte verbunden, welcher in einer viel weiteren Entfernung

gedacht wird, nämlich in der Entfernung $\infty \times \infty = \infty^2$, also muss $BF\infty^2$ um so mehr mit EF parallel sein, daher mit AB zusammenfallen, und folglich den Punkt G in sich enthalten.

Es muss also die Gerade $GK\infty^2$ mit $BF\infty$ den Halbirungspunkt G der Seite AB geben.

§. 44.

Werden die Linien $B1$, $B4$, $B9$, $B16$, $B25$ u. s. w. (Fig. 44) so weit verlängert, bis die dem Punkte G gegenüberliegende Seite CD wie auch deren Verlängerung geschnitten ist, so wird auch diese, da $MF \parallel CD$ ist, so eingetheilt, dass ihre Theile der Ordnung nach sich wie die ungeraden Zahlen, und die hierdurch erhaltenen Abscissen, vom Punkte C aus gerechnet, wie die Quadrate der natürlichen Zahlen verhalten, deren Linear-Einheit das erste Segment der Seite CD, d. i. $C1$, ist.

Wir erhalten somit folgende Verhältnisse:

$$\text{I.)}\ C1 : 1.4 : 4.9 : 9.16 = 1 : 3 : 5 : 7$$
$$\text{II.)}\ C1 : C4 : C9 : C\,10 = 1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2,$$

oder wenn wir der Kürze wegen den ersten Theil $C1 = a$, den zweiten $1 \cdot 4 = b$, den dritten $4 \cdot 9 = c$ u. s. w. setzen, und die letzte entsprechende Zahl mit $2n + 1$ bezeichnen, so erhalten wir für (I) folgenden allgemeinen Ausdruck:

$$a : b : c : d : \ldots x : y : z = 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : \ \ldots : \{2(n-2)+1\} : \{2(n-1)+1\} : (2n+1)$$

oder

$$a : b : c : d : \ldots x : y : z = 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : \ldots\ldots (2n-5) : (2n-3) : (2n-1) : (2n+1).$$

Werden ferner auch die Abscissen der Kürze wegen mit x', x'', x''' und die letzte Zahl mit n bezeichnet, so erhält man für (II) im Allgemeinen:

$$x' : x'' : x''' : x'''' : \ldots\ldots x^{n-2} : x^{n-1}\ x^n = 1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2 : \ldots (n-2)^2 : (n-1)^2 : n^2.$$

Es ist also gleichgiltig, ob man den Radius oder die zu demselben parallele Seite des Quadrates eintheilt, um die diesen Reihen entsprechenden Linien für Segmente und Abscissen, und hierdurch auch die Punkte I', II', III' u. s. w. des Kreises zu erhalten, was aus der Ähnlichkeit der Dreiecke BDC und BMF u. s. w. folgt.

Wird übrigens die Seite *CD* benützt, so wird das Stück *C*1 doppelt so gross sein, als das Segment *F*1 auf dem Radius *MF*, weil $MF = \frac{1}{2} CD$ oder $2MF = CD$ ist.

Dasselbe gilt auch in Bezug auf die Verlängerung des Durchmessers und der besagten Seite.

Auf ähnliche Art könnte man die Punkte I″, II″, III″ u. s. w. erhalten, wenn man nur die Seite *CD*, jedoch beiderseits verlängert, wobei, wie aus der Construction ersichtlich ist, $mn = np = pq$ und doppelt so gross als $F1 = 1.2 = 2.3$ u. s. w. sein müssen.

Wird also die Sehne in 4 gleiche Theile getheilt, so müssen auf *Cq* zwei solche Theile als Einheit von *m* aus aufgetragen werden; wird sie in 5 gleiche Theile getheilt, so müssen ebenfalls 2 solche Theile auf *mq* aufgetragen werden, und allgemein; wird die Sehne *FG* in *n* gleiche Theile getheilt, so müssen $\frac{2}{n}$ von solchen Theilen auf *mq* aufgetragen werden, während man den Halbmesser *MF* oder die Seite *CD* in n^2 gleiche Theile theilt.

§. 45.

Ehe wir die Anwendung dieser Construction auf die Construction der Ellipse zeigen, wollen wir zuerst einige daraus abgeleitete Sätze angeben.

I. Wird in einem Quadrate, aus dessen einer Ecke mit dem Radius gleich dessen Seite ein Viertelkreis beschrieben, über die zweite nächstanliegende Ecke die eine Seite hinaus verlängert; diese Verlängerung mittelst einer aus der dritten Ecke durch den Diagonalpunkt gezogenen Geraden abgeschnitten, in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt, die Theilungspunkte mit der dritten Ecke so verbunden, dass der aus der ersten Ecke beschriebene Viertelkreis geschnitten wird, und aus der vierten Ecke durch die Durchschnittspunkte dieses Bogens bis zu der verlängerten Seite Gerade geführt, so verhalten sich die so erhaltenen Stücke der verlängerten Seite wie die ungeraden Zahlen, und die hierdurch bestimmten Abscissen wie die Quadrate der natürlichen Zahlen, deren erste Zahl 1 die letzte aber die zweite Potenz derjenigen Zahl ist, welche die Anzahl Theile der abgeschnittenen und eingetheilten Verlängerungen anzeigt.

Ist also (Fig. 48) *AD* der aus *C* mit *CD* beschriebene Viertelbogen, *Dp* die Verlängerung, $Dm = mn = np$, und *m*, *n*, *p* mit

A verbunden, die *Ba, Bb, Bc* als die aus *B* durch die Durchschnittspunkte *m′, n′, p′* gezogenen Geraden, so verhalten sich die hierdurch auf der Seite *CD* abgeschnittenen Theile gerade so, wie die auf einander folgenden ungeraden Zahlen, daher:

$$a : b : c = 1 : 3 : 5$$

und die Abscissen, wie die Quadrate der natürlichen Zahlen, also:

$$x : x' : x'' = 1^2 : 2^2 : 3^2 = 1 : 4 : 9.$$

Dasselbe findet ebenfalls Statt, wenn die abgeschnittene Verlängerung in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt wird.

Man kann daher nach diesem Verfahren jede beliebige Gerade in eine beliebige Anzahl Theile theilen, die sich so zu einander verhalten, wie die ungeraden Zahlen, und die Abscissen dieser Geraden, wie die Quadrate der natürlichen Zahlen.

Der Beweis wird hierbei so geführt, wie für die Fig. 44, wesshalb noch die Neunziger-Sehne und die Ordinaten für die Punkte *m′, n′, p′* gezogen werden müssen.

§. 46.

Wird über der Hypotenuse *AC* (Fig. 49) eines rechtwinkeligen Dreieckes *ABC* ein Kreis beschrieben, in diesem der Durchmesser *EF* ⊥ auf die Hypotenuse *AC* gezogen, die Tangente *GC* gleich der halben Hypotenuse, und die Verlängerung derselben gleich der dieser Verlängerung anliegenden Kathete gemacht, sodann aus *B* eine Ordinate gezogen, so schneiden sich die 3 gezogenen Linien *EJ, HG, FK* wie auch die Kreislinie in einem einzigen Punkte.

Dieser Satz ist, wie in §. 28 nachgewiesen wurde, allgemein giltig, nur mit dem Unterschiede, dass dort die Linie *FK* nicht in Betracht gezogen wurde; da aber im §. 1 und 2 bewiesen wurde, dass, wenn mit einem beliebigen Radius aus *C* ein Bogen so beschrieben wird, dass die in *C* errichtete Senkrechte und die Verlängerung des Durchmessers *AC* geschnitten wird, die zwei Geraden *EJ* und *FK* sich in einem Punkte der Peripherie schneiden, und in dem allgemeinen Beweise §. 28 nachgewiesen wurde, dass *HK* und *EJ* sich ebenfalls in einem Punkte der Peripherie des Kreises schneiden, so müssen sich alle 3 Geraden, *EJ, FK, HG* und auch die Kreislinie in einem einzigen Punkte schneiden.

§. 47.

Dies Verfahren, wie wir es bei der Construction der Fig. 44 gesehen haben, mittelst der Eintheilung einer Seite die Punkte des

Kreises zu finden, dient ebenfalls zur Construction der Ellipse, indem die Punkte, mittelst welchen die Hilfslinien gezogen, und wodurch die Punkte der Ellipse aufgefunden werden, immer in der Drehungsaxe, somit fix bleiben, wenn man sich die Ellipse durch die Drehung eines Kreises um dessen Durchmesser entstanden denkt, wie bereits bei der ersten Construction der Ellipse erklärt wurde.

Soll nun irgend eine Ellipse construirt werden, so muss man zuerst die Neunziger-Sehne in eine gewisse Anzahl gleicher Theile theilen; am bequemsten und leichtesten ist es dieselbe in 2, 4, 8, 16, 32 .... gleiche Theile zu theilen, weil diese Eintheilung, wie Fig. 50 *(a)* zeigt, ohne Hilfe eines Zirkels also blos mittelst der Reissschiene und des 45° Dreieckes sehr schnell ausgeführt werden kann, und zwar auf folgende Art:

Ist $AC = BC$, und $\sphericalangle\, ACB = R$, also AB die Neunziger-Sehne, so führe man

$$\begin{array}{llll} Cm \perp AB & \text{und} & m\ \text{I} \perp AC \\ \text{I}\ 2 \perp AB & \text{„} & 2\ \text{II} \perp AC \\ \text{II}\ 3 \perp AB & \text{„} & 3\ \text{III} \perp AC \\ \text{III}\ 4 \perp AB & \text{„} & 4\ \text{IV} \perp AC, \end{array}$$

wodurch $A\,4 = \frac{1}{16} AB = \frac{1}{4^2} AB$

und $A\,\text{IV} = \frac{1}{16} AC = \frac{1}{4^2} AC$ erhalten wird.

Auf diese Art kann man sowohl die Sehne als auch den Halbmesser nicht nur in 4, sondern auch in 8, 16, 32, 64 ...., d. i. in jede beliebige Potenz von 2 ohne Zirkel eintheilen; allein die Eintheilung der Neunziger-Sehne so wie des Halbmessers in 4 oder 16 gleiche Theile ist für den besagten Zweck hinreichend.

Des Zusammenhanges wegen wird die Construction der Ellipse auch nach dieser Art in den nächstfolgenden §§. angereiht.

§. 48.

Construction der Ellipse mittelst der Eintheilung der Neunziger-Sehne und der einen Seite des den Axen entsprechend umschriebenen Rechteckes oder Parallelogrammes.

a) Wenn die beiden Axen gegeben sind und die Ellipse durch die Drehung des über der grossen Axe beschriebenen Kreises entstanden gedacht wird.

Es sei (Fig. 50) AB die grosse und CD die kleine Axe und $EFGH$ das diesen Axen entsprechend umschriebene Rechteck der zu zeichnenden Ellipse. Man verlängere die grosse und auch die

kleine Axe so, dass man auf der kleinen von O aus das Stück $OJ = OB$ abschneiden kann, und verbinde den Punkt J mit B, so ist die Gerade JB die Neunziger-Sehne desjenigen Kreises, durch dessen Drehung die in das gegebene Rechteck einzuzeichnende Ellipse entstanden gedacht wird.

Man theile also die Gerade JB in eine beliebige Anzahl gleicher Theile (hier des kleinen Mafsstabes wegen in 2), trage dann einen solchen Theil von B aus auf der Verlängerung der grossen Axe so oftmal auf, als in wie viele Theile die JB getheilt wurde, und verbinde die so erhaltenen Punkte mit dem Endpunkte C der kleinen Axe.

Nun theile man die grosse Halbaxe BO oder die Seite GH in n^2 mal so viele gleiche Theile, als in wie viele die Neunziger-Sehne JB getheilt wurde, also in $2^2 = 4$ gleiche Theile, und verbinde die zwei Quadratpunkte 1 und 4 der Seite GH mit dem Endpunkte F durch Gerade, so gibt der Durchschnittspunkt der Geraden $F4$ mit CII' den Ellipsenpunkt N. Ebenso ist der Durchschnittspunkt P der Geraden $F1$ mit CI' ein Ellipsenpunkt.

Dieselben Punkte der Ellipse wird man erhalten, wenn man, wie bereits nachgewiesen wurde, statt GH die halbe Grossaxe OB in die entsprechend gleiche Anzahl Theile theilt.

b) Wenn die beiden conjugirten Durchmesser ihrer Grösse und Richtung nach gegeben sind, und wenn die zu zeichnende Ellipse durch die Drehung des über dem grösseren conjugirten Durchmesser beschriebenen Kreises entstanden gedacht wird.

Es sei nun (Fig. 51) AB der grössere und CD der kleinere conjugirte Durchmesser, und $EFGH$ das diesen Durchmessern entsprechend umschriebene Parallelogramm der zu zeichenden Ellipse.

Man verlängere den grösseren conjugirten Durchmesser AB über B hinaus, errichte in dem Halbirungspunkte O der AB eine Senkrechte, schneide auf dieser von O aus das Stück $OJ = OB$ und ziehe JB, welche, wie bereits gesagt, die entsprechende Neunziger-Sehne des betreffenden Kreises ist. Man theile alsdann die JB in eine beliebige Anzahl gleicher Theile (hier in 3), trage dann einen solchen Theil auf der Verlängerung der AB von B aus so oftmal auf, als in wie viele gleiche Theile die JB getheilt wurde, und verbinde jeden so auf der Verlängerung von AB erhaltenen Punkt mit dem Endpunkte C des kleinen conjugirten Durchmessers. Wird endlich die Seite HG in n^2 mal so viele gleiche Theile getheilt, als in wie viele die JB

getheilt wurde (hier in $3^2 = 9$ gleiche Theile), und jeder Quadratpunkt der Seite *GH* mit dem Eckpunkte *F* durch Gerade verbunden, so sind die Durchschnittspunkte dieser Geraden mit den früher gezogenen, die Punkte der zu zeichnenden Ellipse; hier sind *M*, *N*, *P* die verlangten drei Punkte der Ellipse. Die diesen drei Punkten correspondirenden Punkte werden auf bereits besagte Art gefunden.

c) Wenn die beiden Axen gegeben sind und die Ellipse durch die Drehung des über der kleinen Axe beschriebenen Kreises entstanden gedacht wird.

Es sei (Fig. 52) *AB* die kleine und *CD* die grosse Axe, und *EFGH* das diesen Axen entsprechend umschriebene Rechteck der zu zeichnenden Ellipse.

Man verlängere die kleine Axe *AB* über *B* hinaus, mache $OC' = OB$, so ist, wenn *B* mit *C'* verbunden wird, die Gerade *BC'* die entsprechende Neunziger-Sehne. Man theile also die *BC'* in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, trage einen solchen Theil auf der Verlängerung der *AB* so oft auf, als in wie viele die *BC'* getheilt wurde; nun theile man die kleinere Seite *GH* in die entsprechende Potenz gleicher Theile, und verfahre im Übrigen, wie vorhin bei Fig. 50 und 51 gezeigt wurde.

d) Wenn die beiden conjugirten Durchmesser gegeben sind, und die Ellipse durch die Drehung des über dem kleinen conjugirten Durchmesser beschriebenen Kreises entstanden gedacht wird.

Es sei (Fig. 53) *AB* der kleinere, *CD* der grössere conjugirte Durchmesser, und *EFGH* das diesen beiden Durchmessern entsprechend umschriebene Parallelogramm.

Man verlängere den kleineren conjugirten Durchmesser, errichte in dessen Halbirungspunkte *O* eine Senkrechte und mache sie gleich *OB*, verbinde *C'* mit *B*, so ist *BC'* die entsprechende Neunziger-Sehne; nun wird die *BC'* in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt, ein solcher Theil auf der Verlängerung der *AB* aufgetragen, ferner auch die *GH* in die entsprechende Potenz getheilt und im Übrigen wie bereits gemeldet wurde verfahren.

§. 49.

Wie man aus dem Beweise für die Richtigkeit der Construction des Kreises in Fig. 44 und aus diesen vier Constructionen der Ellipsen sieht, ist der letzte Punkt der Ellipse bei jeder beliebigen Eintheilung der Neunziger-Sehne in der Diagonale desjenigen Recht-

eckes oder Parallelogrammes, in welchem die Ellipse eingeschrieben werden soll.

So ist in allen vier letzten Figuren der letzte Punkt für den Ellipsenquadranten *BC* in der Diagonale *FH*, welches schon in den ersten §§. dieser Abhandlung bewiesen wurde.

Wollte man aber für denselben Ellipsenquadranten noch mehrere Punkte, welche über dem Diagonalpunkte hinaus liegen, auffinden, so müsste man auf der Verlängerung der Drehungsaxe die betreffende Einheit der entsprechenden Neunziger-Sehne so oftmal auftragen, als wie viele weitere Punkte der Ellipse gesucht werden sollen; es müssten aber auch ebenso viele Quadratpunkte auf der Verlängerung der Axe gesucht, und die entsprechenden Punkte mit *C* und *F* verbunden werden. Hierbei ist nur noch das zu bemerken, dass man einige weitere Quadratpunkte mittelst der schon aufgefundenen erhalten kann. So findet man z. B. den Quadratpunkt 81 (Fig. 52), indem man *BO* von *B* aus auf $B\infty$ neunmal aufträgt, wesshalb auch *B*3 auf *Bu* dreimal aufgetragen werden muss, um den zweiten Hilfspunkt zu erhalten.

Was nun den Beweis für die Richtigkeit der Construction dieser Punkte betrifft, so ist er sehr leicht in jedem der vier angeführten Fälle durch die Drehung des betreffenden Grundkreises abzuleiten, was übrigens aus den früheren Beweisen ohnehin klar ist.

Was aber die Anwendung und Brauchbarkeit dieser Construction betrifft, so haben die ersten zwei, welche in Fig. 50 und 51 angeführt wurden, immer den Vorzug, weil man hierdurch diejenigen Punkte der Ellipse, von denen die Wendung dieser Curve am meisten abhängt, sehr leicht und zwar deutlich bestimmt, und keine grosse Verlängerung der Axe braucht. In den letzten zwei Fällen hingegen werden nur die mittleren Punkte deutlich, die ersteren und letzteren aber werden je undeutlicher, je weiter man sich dem Punkte *B* oder *C* nähert.

Wir haben also des Zusammenhanges wegen diese Methode angeführt, und gehen sogleich zu einer andern über, bei welcher man gar keine Eintheilung zu machen braucht.

§. 50.

Construction der Ellipse mittelst der Fusspunkte der Ordinaten und der diesen Ordinaten entsprechenden und in die Verlängerung der Drehungsaxe umgelegten Sehnen.

a) Wenn die beiden Axen gegeben sind, und wenn die grosse Axe verlängert werden soll.

Es sei (Taf. VIII, Fig. 54) *AB* die grosse und *CD* die kleine Axe, ferner *EFGH* das den zwei gegebenen Axen entsprechend umschriebene Rechteck der zu zeichnenden Ellipse.

Man beschreibe aus dem Mittelpunkte *O* mit *BO* einen Hilfsbogen *Bu*, nehme auf demselben einen beliebigen Punkt an (hier den Punkt *J*), beschreibe dann aus *B* mit *BJ* einen Bogen, bis die Verlängerung der grossen Axe *AB* in *K* geschnitten wird; fälle von dem auf dem Hilfsbogen *Bu* angenommenen Punkte *J* eine Normale auf *AB*, und verbinde den Fusspunkt *L* dieser Normalen mit *F* und *G* durch Gerade; wird endlich der Punkt *K* mit *C* und *D* verbunden, so erhält man die zwei Durchschnittspunkte *M* und *N*, welche die verlangten Ellipsenpunkte sind.

Die zwei correspondirenden Punkte werden auf bekannte Art gefunden.

b) Wenn die beiden conjugirten Durchmesser gegeben sind, und der grössere verlängert werden soll.

Es sei (Fig. 55) *AB* der grössere und *CD* der kleinere conjugirte Durchmesser, ferner *EFGH* das diesen Axen entsprechend umschriebene Parallelogramm. Soll nun nach dieser Bedingung eine Ellipse construirt werden, so beschreibe man über dem grösseren conjugirten Durchmesser mit dem Radius gleich dem halben diesem Durchmesser einen Bogen *Bu*, nehme in demselben einen beliebigen Punkt an, fälle auf *AB* eine Ordinate *JL*, mache *BK*=*BJ* und verfahre im Übrigen wie im vorhergehenden Falle.

c) Wenn die beiden Axen gegeben sind, und wenn die kleine verlängert werden soll.

Sind *AB* und *CD* (Fig. 56) die beiden Axen, und soll nur die kleine Axe verlängert werden, wenn die Ellipse construirt wird, so nehme man die kleine Axe als den Durchmesser, zugleich aber auch als Drehungsaxe desjenigen Kreises an, durch dessen Umdrehung die zu zeichnende Ellipse entstanden gedacht wird; beschreibe über der kleinen Axe einen Halbkreis oder nur einen Bogen, nehme auf demselben einen beliebigen Punkt an, ziehe die Ordinate, z. B. *JL* und verfahre im Übrigen wie in einem der zwei vorhergehenden Fälle.

d) Wenn die beiden conjugirten Durchmesser gegeben sind, und wenn nur der kleinere verlängert werden soll.

Auch in diesem Falle wird man den kleinen Durchmesser als den Durchmesser desjenigen Kreises annehmen, durch dessen

Drehung die zu zeichnende Ellipse entstanden gedacht wird. Im Übrigen wird das Verfahren ganz ähnlich mit den vorhergehenden Fällen, welches aus der Fig. 57 deutlich zu ersehen ist.

e) Construction der Ellipse nach dieser Art in der Perspective.

Wenn wir alle diese vier Fälle näher ins Auge fassen und bedenken, dass die gezogenen Ordinaten in jedem Halbkreise bis zum Mittelpunkte zunehmen, und dann wieder abnehmen, so dass z. B. in Fig. 56 die Ordinate im Endpunkte *A* gleich *O* wird, so ergibt sich daraus Folgendes: Da im Punkte *A* die Ordinate *O* ist, so wird die diesem Punkte entsprechende Sehne gleich dem Durchmesser *AB* sein; der entfernteste Punkt von *B* auf der Verlängerung der Axe *AB* wird der Punkt *P* sein; und wenn *P* mit *C*, und *A* mit *F* durch Gerade verbunden wird, so ist *Q* derjenige Punkt, welcher auf die besagte Art als der letzte für den Ellipsenquadranten *BC* gefunden wird.

Wie man einen Diagonalpunkt bestimmt, ist ohnehin bekannt, und man hätte dann im Ganzen zwölf Punkte für die zu zeichnende Ellipse, welche in manchen Fällen hinreichend wären. Allein in den Fällen, wenn die Zeichnung in grösserem Mafsstabe ausgeführt wird, handelt es sich noch insbesondere um die nahe an den Endpunkten der Drehungsaxe *EF* (Fig. 54) herumliegenden Punkte dieser Curve, in welchem Falle zwischen dem Diagonalpunkte und dem Berührungspunkte dieser Linie, wenigstens noch ein Punkt gesucht werden muss; wesshalb auch eine Ordinate gezogen, oder wenigstens deren Peripheriepunkt so wie der Fusspunkt bestimmt werden muss.

Sollte also (Fig. 58) in dem perspectivischen Quadrate *ABCD* eine Ellipse eingeschrieben werden, so zeichne man aus dem Mittelpunkte *M* mit dem Radius *MF* einen Bogen *Fu*, nehme auf demselben irgend einen Punkt *J* an, fälle die Ordinate *JK*, mache $FL = FJ$, verbinde den so erhaltenen Punkt *L* mit den Punkten *G* und *F*, und den Punkt *K* mit *B* und *C*, so sind die hierdurch entstandenen Durchschnittspunkte *I* und *I'* Ellipsenpunkte.

Die Diagonalpunkte *II* und *II'* werden auf die bekannte Art erhalten, nämlich indem man aus *F* mit der entsprechenden Neunziger-Sehne die Verlängerung der *EF* einschneidet; die Punkte *III* und *III'* werden mittelst des Punktes *E'* erhalten, indem man die Verlängerung der *EF* mit *EF* aus *F* in *E'* schneidet und im Übrigen wie bekannt verfährt.

Auf diese Art erhält man für die zu zeichnende Ellipse im Ganzen 16 Punkte.

§. 51.

Construction der Ellipse ohne Hilfskreis und ohne Ordinaten.

Es soll (Fig. 59) in dem perspectivischen Quadrate *ABCD* eine Ellipse eingeschrieben werden.

Man ziehe in diesem die beiden Diagonalen *AC* und *BD*, (welche wir hier die Hauptdiagonalen nennen wollen), ferner die *EB* und *HB* (welche zum Unterschiede Nebendiagonalen beissen sollen), und führe durch *J* zu *EF* eine Parallele bis *EA* in *L* geschnitten ist, wodurch *EA* in *L* perspectivisch halbirt wird; ebenso halbirt man die *HC* in *N*, indem man aus Ω durch den Halbirungspunkt *K* eine Gerade führt; auch dieser Punkt wird mit *B* verbunden.

Nach dieser kleinen Vorarbeit wird aus *F* die *Fm* unter einem Winkel von 45° gegen *EF* gezogen, in *E* eine Senkrechte errichtet bis die *Fm* in *m* geschnitten wird, ferner aus *E* und *M* die *Ep* und *Ms* normal auf *Fm* geführt. Wird nun aus *F* mit dem Radius $= Fm$ die Verlängerung der Axe *EF* in m' geschnitten, so ist, wenn man m' mit *G* verbindet, der Punkt *I* in *LB* ein Ellipsenpunkt. Was die übrigen Punkte betrifft, so ist der Punkt *II* im Durchschnitte der Geraden $n'G$ mit der Nebendiagonale *EB*; der Punkt *III* liegt in der Hauptdiagonale; der Punkt *IV* liegt in der Nebendiagonale *BH* und in der Geraden Gq'; der Punkt *V* liegt in der Geraden *BN* und in der Gs'; somit sind ohne Hilfskreis und ohne Ordinaten für den Ellipsenquadranten *FG* fünf Punkte gefunden worden. Da also wie bekannt, die unterbalb der Axe mit diesen Punkten correspondirenden Punkte mittelst der Punkte m', n', p', q', s' und der entsprechenden Diagonalen sehr leicht gefunden werden, so haben wir für die halbe Ellipse 10, somit für die Ganze 20, und mit Einschluss der vier gegebenen Punkte im Ganzen 24 Punkte der Ellipse, welches wohl für die meisten Fälle hinreichend ist.

Diese Construction ist nicht nur wegen ihrer Einfachheit, sondern auch desshalb empfehlbar, weil man sie sehr leicht merken kann, sobald man weiss, wie die fünf fixen Punkte in der Verlängerung des als Drehungsaxe angenommenen Durchmessers, d. i. die Punkte m', n', p', q', s' auf *Ey* bestimmt werden.

Es wird nämlich der erste Punkt s' aus *F* mit der halben Neunziger Sehne bestimmt; der zweite, d. i. q' mit dem Radius gleich der grossen Halbaxe oder gleich dem grösseren halben conjugirten Durch-

messer; der dritte, d. i. p' mit der ganzen Sehne; der vierte, d. i. n' mit dem doppelten Radius, und der fünfte, d. i. m' mit der doppelten Sehne bestimmt. Der erste dieser Punkte entspricht der Geraden LB, der zweite der EB, der dritte der BD, der vierte der BH, und der fünfte der Ceraden BN aus den bereits angeführten Gründen.

Werden zur Construction der Ellipse nur 12 Punkte erfordert, so kann man entweder so verfahren, dass man zwei fixe Punkte auf der Axe mit der ganzen und halben Neunziger-Sehne, wie Fig. 58 *(a)*, oder mit der ganzen und halben Axe, wie Fig. 58 *(b)* zeigt, bestimmt. Letzteres Verfahren ist höchst einfach. Hierbei braucht man nur noch das zu merken, dass im ersten Falle die Diagonale des ganzen und Viertel-Rechteckes, im zweiten Falle aber die Diagonalen der halben Rechtecke von dem der Ellipse umschriebenen Rechtecke als Hilfslinien gezogen werden.

§. 52.

Nähere Untersuchung der in §. 42 Fig. 47, angegebenen Construction der Punkte einer Kreislinie.

Obgleich nach der in den vorhergehenden §§. angegebenen Construction der Ellipse der Übelstand vermieden wird, dass man keine Eintheilung zu machen braucht, so könnte uns doch mancher praktische Zeichner hinsichtlich des Raumes, den man zur Verlängerung der Axe benöthiget, einen Vorwurf machen. Um nun auch diesen Übelstand zu heben, wollen wir nochmals die im §. 42, Fig. 47 angegebene Construction in Betracht ziehen, und hierbei die analytische Geometrie nochmals zu Hilfe nehmen. Wir werden also untersuchen, ob es nicht möglich wäre mit Benützung eines kleineren Raumes ohne die Axe zu verlängern nach dieser Art beliebig viele Punkte der Kreislinie zu finden. Betrachten wir nochmals die Fig. 47, Taf. VII, so finden wir, dass aus dem Punkte F mit dem Radius gleich FN der Durchmesser EF in J, und dessen Verlängerung in K geschnitten wird.

Da also nach der früheren Erklärung $FN = \frac{p}{n}\sqrt{2}$, aber $FK = JF = FN$ ist, so kann man für jede dieser drei Linien den Werth $\frac{p}{n}\sqrt{2}$ setzen; es wird daher auf der Verlängerung der Geraden BP auch ein zweiter Punkt des Kreises möglich sein. Um daher auch einen zweiten Punkt zu finden, verfahre man folgendermassen:

Es sei (Taf. IX, Fig. 60) $AB = CD$ und senkrecht auf einander in ihrem Halbirungspunkte, aus welchem Punkte auch der Viertelkreis BC beschrieben ist; man errichte im Endpunkte B eine Senkrechte, mache deren Stück $BE = OC = OB$, nehme auf dem Bogen BC irgend einen Punkt an, hier N, fälle von diesem eine Ordinate NP und beschreibe aus B mit BN einen Kreis, so ist hierdurch der Durchmesser AB in G und dessen Verlängerung in F geschnitten. Wird nun aus E durch den Fusspunkt der Ordinate eine Gerade geführt, sodann C mit F und G verbunden, und die CG so weit verlängert, dass die aus E durch den Punkt P gezogene Gerade bei S geschnitten wird, so ist sowohl der Durchschnittspunkt Q als auch S Punkte in der Peripherie des aus O mit $OB = OC$ beschriebenen Kreises, wovon wir uns sogleich überzeugen werden. Die Richtigkeit des Punktes Q ist bereits nachgewiesen worden; wir wollen nun hier auch die des zweiten, d. i. des Punktes S durch die analytische Geometrie nachweisen.

Zum Behufe dessen wollen wir diejenige Gleichung, welche für die aus dem Eckpunkte durch den Fusspunkt der Nomalen geführte Gerade aufgestellt wurde, benützen, indem der fragliche Punkt in der Verlängerung dieser Geraden liegen soll.

Die in §. 42 gefundene Gleichung der Geraden BP, hier der ES ist:

$$y' = \frac{n^2}{p^2} x - \frac{n^2}{p^2} + 1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(II)}.$$

Um nun die Gleichung für die Gerade CGS aufzufinden, hat man $OB - BG = x$; und da $OB = r$, und $BG = BN = \frac{p}{n}\sqrt{2}$, also $x = r - \frac{p}{n}\sqrt{2}$ ist, so folgt durch Substitution in die allgemeine Gleichung einer Geraden

$$y = a\left(r - \frac{p}{n}\sqrt{2}\right) + b,$$

und da $r = b = 1$ ist nach der Construction, so hat man sofort:

$$y = a\left(1 - \frac{p}{n}\sqrt{2}\right) + 1\,;$$

setzt man nun $y = o$, so ist

$$o = a\left(1 - \frac{p}{n}\sqrt{2}\right) + 1$$

und

$$-1 = a\left(1 - \frac{p}{n}\sqrt{2}\right),$$

daher

$$a = \frac{-1}{1 - \frac{p}{n}\sqrt{2}} = \frac{-1}{\frac{n - p\sqrt{2}}{n}} = \frac{-n}{n - p\sqrt{2}}$$

folglich

$$a = \frac{-n}{n - p\sqrt{2}}.$$

Diesen Werth für a in die allgemeine Gleichung einer Geraden substituirt, gibt:

$$y = \frac{-nx}{n - p\sqrt{2}} + 1.$$

Da nun nach der Construction das Stück $BE = b$ für jeden beliebigen Punkt constant bleibt und $= r = 1$ ist, so folgt allgemein

$$y' = \frac{-nx'}{n - p\sqrt{2}} + 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\text{II}').$$

Vergleicht man diese Gleichung mit der früher gefundenen Gleichung (I) so sieht man, dass sie mit jener, das Zeichen im Nenner ausgenommen, vollkommen übereinstimmt.

Um nun das betreffende x und y zu finden, werden wir diese zwei Gleichungen, d. i. die früher gefundene Gleichung (II) und die hier aufgestellte (II') von einander abziehen.

Man erhält also:

$$y' - y' = \left(\frac{n^2}{p^2}x' - \frac{n^2}{p^2} + 1\right) - \left(\frac{-nx'}{n - p\sqrt{2}} + 1\right),$$

folglich $$o = \frac{n^2}{p^2}x' - \frac{n^2}{p^2} + 1 + \frac{nx'}{n - p\sqrt{2}} - 1,$$

und $$o = \frac{n^2}{p^2}x' - \frac{n^2}{p^2} + \frac{nx'}{n - p\sqrt{2}},$$

somit $$\frac{n^2}{p^2} = \frac{n^2}{p^2}x' + \frac{nx'}{n - p\sqrt{2}};$$

hebt man in diesem Ausdrucke x' als Factor heraus, so folgt:

$$\frac{n^2}{p^2} = \left(\frac{n^2}{p^2} + \frac{n}{n - p\sqrt{2}}\right)x',$$

woraus

$$x' = \frac{n^2}{p^2} : \left(\frac{n^2}{p^2} + \frac{n}{n - p\sqrt{2}}\right),$$

also $$x' = \frac{n^2}{p^2} : \frac{n^2(n - p\sqrt{2}) + np^2}{p^2(n - p\sqrt{2})},$$

und $$x' = \frac{n^2}{p^2} : \frac{p^2(n - p\sqrt{2})}{n^2(n - p\sqrt{2}) + np^2}.$$

Zähler und Nenner mit np^2 dividirt, gibt sofort:

$$x' = \frac{n(n-p\sqrt{2})}{n(n+p\sqrt{2})+p^2},$$

also gehörig bezeichnet, ist

$$x'' = \frac{n(n-p\sqrt{2})}{n(n+p\sqrt{2})+p^2} = \frac{n^2-np\sqrt{2}}{n^2-np\sqrt{2}+p^2}.$$

Substituirt man diesen Werth für x in die Gleichung (II'), so hat man:

$$y'' = \frac{-n}{n-p\sqrt{2}} \cdot \frac{n(n-p\sqrt{2})}{n^2+p^2-np\sqrt{2}} + 1,$$

somit
$$y'' = \frac{-n^2}{n^2+p^2-np\sqrt{2}} + 1,$$

und
$$y'' = \frac{-n^2+n^2+p^2-np\sqrt{2}}{n^2+p^2-np\sqrt{2}},$$

also ist, gehörig abgekürzt

$$y'' = \frac{p^2-np\sqrt{2}}{n^2+p^2-np\sqrt{2}}.$$

Es ist also für den Punkt S die Abscisse

$$x'' = \frac{n^2-np\sqrt{2}}{n^2+p^2-np\sqrt{2}}$$

und die Ordinate

$$y'' = \frac{p^2-np\sqrt{2}}{n^2+p^2-np\sqrt{2}}.$$

Lassen wir nun diese zwei Gleichungen coëxistiren, so muss, wenn der Punkt S in der Peripherie des Kreises liegen soll

$$(x'')^2 + (y'')^2 = r^2 = 1$$

sein, und daher auch, wenn für x'' und y'' die gefundenen Werthe substituirt werden

$$\left(\frac{n^2-np\sqrt{2}}{n^2+p^2-np\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{p^2-np\sqrt{2}}{n^2+p^2-np\sqrt{2}}\right)^2 = r^2 = 1$$

erfolgen; da nun in den beiden Ausdrücken die Nenner einander gleich sind, so übergeht der obige Ausdruck in

$$\frac{(n^2-np\sqrt{2})^2 + (p^2-np\sqrt{2})^2}{(n^2+p^2-np\sqrt{2})^2} = 1.$$

Quadrirt man also diese Ausdrücke wirklich, so erhält man:

$$\frac{n^4-2n^3p\sqrt{2}-2np^3\sqrt{2}+4n^2p^2}{n^4-2n^3p\sqrt{2}-2np^3\sqrt{2}+4n^2p^2}=1,$$

und da Zähler und Nenner einander gleich sind, so folgt

$$1 = 1;$$

es liegt daher der Punkt S in der Peripherie des aus O mit OB beschriebenen, folglich desjenigen Kreises, in dessen Peripherie auch der Punkt Q liegt; w. z. b. w.

Man erhält also stets zwei Punkte in der Peripherie, wenn man aus dem Punkte B (Fig. 61) mit dem Radius $= \frac{p}{n}\sqrt{2}$ einen Halbkreis so beschreibt, dass sowohl der Grundkreis, als auch dessen Durchmesser und die Verlängerung desselben geschnitten wird u. s. w.

§. 53.

Es kann wohl sehr leicht die Frage entstehen, warum wir gerade die Neunziger-Sehne eingetheilt, und sowohl die Construction als auch die Rechnung darauf basirt haben; welche Frage so zu sagen gewisser Massen sich von selbst aufdringt. Denn, kann man die Neunziger-Sehne eintheilen, warum denn nicht auch eine andere Sehne, warum nicht den Halbmesser?

Die Antwort darauf wird die sein, dass man dieselbe Operation mit jeder andern Sehne, wie auch mit dem Halbmesser vornehmen kann; und es wird jedesmal die Construction des Kreises auf die angegebene Art möglich sein, obgleich die auf dem als Abscissenaxe angenommenen Durchmesser erhaltenen Segmente für jede andere Linie ein anderes Gesetz befolgen. Da aber vermittelst der Eintheilung der Neunziger-Sehne das interessanteste Gesetz für die Segmente des Durchmessers erfolgt, ferner die Eintheilung dieser Sehne in der Praxis einen gewissen Vortheil gewährt, so haben wir diese Linie allen andern vorgezogen.

Um also auch der obigen Frage zu genügen, wollen wir auch den Halbmesser theilen, und mittelst dieser Theile die Construction nach der angegebenen Art vornehmen. Es sei zu diesem Behufe Fig. 62[a] der Halbmesser BC des gegebenen Kreises in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt, sodann aus B mit dem Halbmesser gleich einem solchen Theile der Hilfskreis $FGJL$ beschrieben, welcher den gegebenen Kreis in G, den Halbmesser BC in F

und dessen Verlängerung in J scheidet; wird nun aus dem Punkte G auf AB eine Normale gezogen, sodann aus E durch den Fusspunkt dieser Normalen eine Gerade geführt, ferner der Punkt J mit D durch eine Gerade verbunden, und aus D durch F ebenfalls eine Gerade geführt, bis die aus E durch den Fusspunkt der Normalen geführte Gerade geschnitten wird, so sind K und L Punkte des gegebenen Kreises.

Verbinden wir den Durchschnittspunkt G mit den Punkten A, F, B, J, so entstehen, wie zuvor, zwei rechtwinkelige Dreiecke AGB und FGJ, aus welchen folgende zwei Proportionen sich ergeben:

$$BH : GH = GH : AH \quad \ldots\ldots\ldots (I)$$

$$FH : GH = GH : HJ \quad \ldots\ldots (II),$$

da nun $\quad AH = AB - BH$

und $\quad HI = BH + BJ$

ist, so hat man durch Substitution dieser Werthe

$$BH : GH = GH : AB - BH \quad \ldots\ldots (I')$$

und $\quad FH : GH = GH : BH + BJ \quad \ldots\ldots (II')$.

Setzen wir nun der Kürze wegen:

$$GH = h,\ BH = x,\ FH = y,$$

ferner $\quad BF = BJ = x + y = \frac{1}{4} BC = \frac{1}{n} r$, so ist,

wenn $\quad r = 1$ gesetzt wird,

$$x + y = \frac{1}{n} \text{ und } AH = 2 - x;$$

daher durch Substitution in die obigen Proportionen

$$x : h = h : (2 - x) \quad \ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

$$y : h = h : \left(x + \frac{1}{n}\right) \quad \ldots\ldots (\beta),$$

somit hat man aus (α) $\quad h^2 = x(2 - x)$

und aus (β) $\quad h^2 = y\left(x + \frac{1}{n}\right)$;

daher $\quad x(2 - x) = y\left(x + \frac{1}{n}\right) \quad \ldots\ldots (\gamma)$.

Da nun $\quad x + y = \frac{1}{n}$ gesetzt wird,

so ist $\quad y = \frac{1}{n} - x,$

also $\quad x(2 - x) = \left(\frac{1}{n} - x\right)\left(\frac{1}{n} + x\right) \quad \ldots (\gamma')$,

somit $\quad 2x - x^2 = \frac{1}{n^2} - x^2$

und $$2x = \frac{1}{n^2},$$

folglich $$x = \frac{1}{2n^2}.$$

Wird ferner für $x + y$ nach und nach $\frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \frac{4}{n} \ldots$ substituirt, so erhält man jedesmal aus den zwei aufgestellten Proportionen oder unmittelbar aus der Gleichung (γ') die entsprechenden Werthe für x.

Wird also im Allgemeinen der Halbmesser des Grundkreises in n gleiche Theile getheilt, und p solche Theile für den Halbmesser des Hilfskreises genommen, so ist dann

$$x + y = \frac{p}{n};$$

daher $$y = \frac{p}{n} - x,$$

also nach (γ) $$x(2-x) = \left(\frac{p}{n} - x\right)\left(\frac{p}{n} + x\right),$$

somit $$2x - x^2 = \frac{p^2}{n^2} - x^2,$$

und $$2x = \frac{p^2}{n^2};$$

folglich ist $x = \frac{p^2}{2n^2}$ als eine allgemeine Gleichung für die Segmente.

Lösen wir diese Gleichung in eine Proportion auf, so haben wir:

$$2x : p = p : n^2,$$

d. h. in Worten ausgedrückt: Der Halbmesser des Hilfskreises ist die mittlere geometrische Proportionale zwischen dem doppelten Segmente und dem Quadrate der Anzahl Theile, in welche der Halbmesser des Grundkreises getheilt wird.

Werden mittelst dieser Gleichung die Segmente für die Eintheilung des Halbmessers in 2, 3, 4 . . . $(n-1)$, n gleiche Theile berechnet, so erhält man Brüche, deren Zähler die Quadrate der natürlichen Zahlen sind, deren Nenner aber eine Reihe der zweiten Ordnung bilden, nämlich:

$$2 \cdot 2^2,\ 2 \cdot 3^2,\ 2 \cdot 4^2,\ 2 \cdot 5^2,\ 2 \cdot 6^2,\ 2 \cdot 7^2,\ 2 \cdot 8^2, \ldots$$

oder

$$8,\ 18,\ 32,\ 50,\ 72,\ 98,\ 128 \ldots$$

deren constante Differenz die Zahl 4 ist.

Für die Eintheilung der Sehne von $120^0 = \sqrt{3}$, wird $x = \frac{3p^2}{2 \cdot n^2}$, und die mittelst dieser Gleichung berechneten Segmente geben Brüche, deren Zähler eine Reihe der zweiten Ordnung ist, nämlich:

3, 12, 27, 48, 55, 88 . . . .

mit der constanten Differenz 6. Für die Eintheilung der Sehne von $45^0 = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$, ist $x = \frac{p^2}{n^2} - \frac{p^2}{2n^2}\sqrt{2}$.

Das interessanteste Gesetz ist also nur jenes mittelst der Eintheilung der Neunziger-Sehne, welches wir bereits angegeben haben.

Wird daher was immer für eine Linie, in wie viel immer gleiche Theile getheilt und eine beliebige Anzahl gleicher Theile zum Halbmesser des Hilfskreises genommen, so hat man, wenn dieser mit ρ bezeichnet wird, aus den zwei rechtwinkeligen Dreiecken *AGB* und *FGJ*

$$x\,(2 - x) = (\rho - x)\,(\rho + x),$$

woraus

$$x = \frac{\rho^2}{2}$$

die allgemeinste Gleichung für die Segmente folgt.

§. 54.

Es frägt sich nun jetzt, ob man mittelst dieser allgemeinen Gleichungen für die Segmente nach dem früheren Verfahren die Punkte des Kreises bestimmen kann. Wir wollen dies untersuchen, und zwar der ganzen Allgemeinheit wegen durch die höhere Analysis.

Beweis.

Da hier die Voraussetzung in Betreff der fixen Punkte dieselbe ist, und daher die zwei Punkte *D* und *E* für jedes Paar von Linien, mittelst deren die Kreispunkte bestimmt werden, ungeändert bleiben, so haben wir auch hier für jede der zwei Geraden eine Gleichung aufzustellen und sodann den Durchschnittspunkt dieser Geraden zu bestimmen.

Ist also der Ursprung der Coordinaten im Mittelpunkte des Grundkreises, und die allgemeine Gleichung irgend einer Geraden $y = a\,x + b$, so haben wir nach unserer Construction für die Gerade *DJ*

$$b = r = 1$$

daher

$$y = a\,x + 1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (a),$$

da ferner nach der Construction für dieselbe Gerade das Stück

CJ die Abscisse und

$$CJ = BC + BJ = 1 + \rho,$$

also $x = 1 + \rho$ ist,

so hat man sofort $y = a\,(1 + \rho) + 1;$

setzt man nun $y = o,$

so hat man $o = a\,(1 + \rho) + 1$

$$-1 = a\,(1 + \rho),$$

also $a = \frac{-1}{1+\rho}$ und daher durch Substitution in . (α)

$$y' = \frac{-x}{1+\rho} + 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

als die Gleichung der Geraden DJ, deren fixer Punkt D ist.

Um die Gleichung für die zweite Gerade aufzufinden, hat man abermals

$$y = a\,x + b,$$

und da nach der Construction $y = r$ ist, so hat man

$$r = a\,r + b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\alpha').$$

Da ferner für die Gerade EH das Stück CH die Abscisse, und

$$CH = BC - BH = 1 - \frac{\rho^2}{2},$$

also $x = \frac{2 - \rho^2}{2}$ ist,

so folgt durch Substitution in die allgemeine Gleichung einer Geraden

$$y = a\left(\frac{2 - \rho^2}{2}\right) + b;$$

setzt man nun auch hier $y = o$, so hat man ferner

$$o = a\left(\frac{2-\rho^2}{2}\right) + b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\beta');$$

zieht man von dieser Gleichung die früher gefundene Gleichung (α') ab, so erhält man

$$o - r = a\left(\frac{2-\rho^2}{2}\right) + b - ar - b,$$

also $-r = a\left(\frac{2-\rho^2}{2}\right) - ar,$

und $r = 1$ gesetzt,

ist ferner $-1 = a\left(\frac{2-\rho^2}{2}\right) - a,$

somit $-1 = a\left(\frac{2-\rho^2}{2} - 1\right) = a\left(\frac{2-\rho^2-2}{2}\right) = -\,a\,\rho^2$

folglich
$$a = \frac{2}{\rho^2};$$
substituirt man diesen Werth für a in die mit (α') bezeichnete Gleichung, so erhält man
$$r = \frac{2}{\rho^2} r + b,$$
und für
$$r = 1$$
folgt
$$1 = \frac{2}{\rho^2} + b,$$
woraus
$$b = 1 - \frac{2}{\rho^2} \text{ folgt;}$$
werden endlich die für a und b gefundenen Werthe in die allgemeine Gleichung einer Geraden substituirt, so erhält man
$$y' = \frac{2}{\rho^2} x + 1 - \frac{2}{\rho^2} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$
als die Gleichung der Geraden EH, deren fixer Punkt E ist.

Um nun den Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden zu bestimmen, muss man aus den für sie gefundenen Gleichungen das x'' und y'' suchen. Ziehen wir zu diesem Behufe diese zwei Gleichungen von einander ab, so erhalten wir
$$y' - y' = \frac{2}{\rho^2} x' + 1 - \frac{2}{\rho^2} + \frac{x'}{1+\rho} - 1 = (\text{II} - \text{I}),$$
daher
$$o = \frac{2x'}{\rho^2} + \frac{x'}{\rho + 1} - \frac{2}{\rho^2},$$
somit
$$o = x'\left(\frac{2}{\rho^2} + \frac{1}{\rho + 1}\right) - \frac{2}{\rho^2};$$
folglich
$$\frac{2}{\rho^2} = x' \frac{2(\rho + 1) + \rho^2}{\rho^2 (\rho + 1)},$$
woraus
$$x' = \frac{2}{\rho^2} : \frac{2(\rho + 1) + \rho^2}{\rho^2 (\rho + 1)},$$
daher
$$x' = \frac{2}{\rho^2} \cdot \frac{\rho^2 (\rho + 1)}{2(\rho + 1) + \rho^2} = \frac{2(\rho + 1)}{2(\rho + 1) + \rho^2};$$
es ist also
$$x'' = \frac{2(\rho + 1)}{\rho^2 + 2\rho + 2}$$
als der allgemeine Ausdruck für die Abscisse.

Substituiren wir diesen Werth für x' in die Gleichung (II), so folgt
$$y'' = \frac{2}{\rho^2} \cdot \frac{2(\rho + 1)}{\rho^2 + 2\rho + 2} - \frac{2}{\rho^2} + 1$$
$$y'' = \frac{4(\rho + 1)}{\rho^2 (\rho^2 + 2\rho + 2)} - \frac{2}{\rho^2} + 1$$

$$y'' = \frac{4\rho^2(\rho+1) - 2\rho^2(\rho^2+2\rho+2) + \rho^4(\rho^2+2\rho+2)}{\rho^4(\rho^2+2\rho+2)}$$

$$y'' = \frac{4\rho^3 + 4\rho^2 - 2\rho^4 - 4\rho^3 - 4\rho^2 + \rho^6 + 2\rho^5 + 2\rho^4}{\rho^4(\rho^2+2\rho+2)},$$

welcher Ausdruck im Zähler gehörig reducirt, gibt ferner

$$y'' = \frac{\rho^6 + 2\rho^5}{\rho^4(\rho^2+2\rho+2)} = \frac{\rho^4(\rho^2+2\rho)}{\rho^4(\rho^2+2\rho+2)} = \frac{\rho^2+2\rho}{\rho^2+2\rho+2};$$

folglich ist

$$y'' = \frac{\rho(\rho+2)}{\rho^2+2\rho+2}$$ als der allgemeine Ausdruck für die Ordinate.

Lassen wir die zwei Gleichungen

$$x'' = \frac{2(\rho+1)}{\rho^2+2\rho+2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(III)}$$

und

$$y'' = \frac{\rho(\rho+2)}{\rho^2+2\rho+2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(IV)}$$

coëxistiren, so muss, wenn der Durchschnittspunkt der zwei Geraden *DJ* und *EH* in der Peripherie des Grundkreises erfolgen soll,

$$(x'')^2 + (y'')^2 = r^2 = 1$$

sein, somit auch die dafür substituirten Werthe

$$\left\{\frac{2(\rho+1)}{\rho^2+2\rho+2}\right\}^2 + \left\{\frac{\rho(\rho+2)}{\rho^2+2\rho+2}\right\}^2 = r^2 = 1$$

erfolgen.

Quadrirt man diesen Ausdruck auch wirklich, so folgt sofort

$$\left\{\frac{2(\rho+1)}{\rho^2+2\rho+2}\right\}^2 + \left\{\frac{\rho^2(\rho+2)}{\rho^2+2\rho+2}\right\}^2 = \frac{4(\rho^2+2\rho+1)+\rho^2(\rho^2+4\rho+4)}{(\rho^2+2\rho+2)^2}$$

$$= \frac{4\rho^2+8\rho+4+\rho^4+4\rho^3+4\rho^2}{(\rho^2+2\rho+2)^2}$$

$$= \frac{\rho^4+4\rho^3+8\rho^2+8\rho+4}{\rho^4+4\rho^3+8\rho^2+8\rho+4} = 1;$$

also ist wirklich der Durchschnittspunkt *K* in der Peripherie des mit *BC* beschriebenen Kreises.

Es bleibt uns noch zu untersuchen übrig, ob der Punkt *L* ebenfalls in der Peripherie desselben Kreises liegt.

Um dies zu erweisen, brauchen wir nur noch eine Gleichung für die durch den Punkt *F* geführte Gerade *DL* aufzustellen, indem die Gleichung für die Gerade *EL* ungeändert bleibt.

Ist also $y = ax + b$ die Gleichung einer Geraden, und die Abscisse für die Gerade *DL*, das Stück

$$CF = BC - BF = r - \rho = 1 - \rho,$$

also $$x = 1 - \rho,$$

ferner $b = r = 1,$

so hat man $y = a(1-\rho) + b = a(1-\rho) + 1;$

setzt man $y = o,$

so folgt $o = a(1-\rho) + 1,$

also $-1 = a(1-\rho),$

folglich $a = \frac{-1}{1-\rho} = \frac{1}{\rho-1};$

substituirt man diesen Werth für a in die allgemeine Gleichung einer Geraden, so erhält man

$$y' = \frac{x}{\rho-1} + b = \frac{x}{\rho-1} + 1 \quad \ldots\ldots \quad (\mathrm{I}')$$

als die Gleichung der Geraden DL, deren fixer Punkt D ist.

Um nun den Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden zu bestimmen, müssen wir aus der Gleichung (I') und der früher gefundenen Gleichung (II) das x'' und y'' suchen.

Ziehen wir zu diesem Behufe diese zwei Gleichungen von einander ab, so folgt

$$y' - y' = \left(\frac{2x'}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} + 1\right) - \left(\frac{x'}{\rho-1} + 1\right) = (\mathrm{II}) - (\mathrm{I}')$$

$$o = \frac{2x'}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} + 1 - \frac{x'}{\rho-1} - 1$$

$$o = \frac{2x'}{\rho^2} - \frac{x'}{\rho-1} - \frac{2}{\rho^2}$$

$$\frac{2}{\rho^2} = x'\left(\frac{2}{\rho^2} - \frac{1}{\rho-1}\right),$$

woraus $x' = \frac{2}{\rho^2} : \frac{2(\rho-1)-\rho^2}{\rho^2(\rho-1)}$

$$x' = \frac{2}{\rho^2} \cdot \frac{\rho^2(\rho-1)}{2(\rho-1)-\rho^2} = \frac{(2\rho-1)}{2(\rho-1)-\rho^2}$$

$$x' = \frac{(2\rho-1)}{-\rho^2+2\rho-1} = \frac{-2(\rho-1)}{\rho^2-2\rho+1}$$

folgt; also gehörig bezeichnet, ist die gesuchte Abscisse

$$x'' = \frac{-2(\rho-1)}{\rho^2-2\rho+1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{III}').$$

Substituirt man diesen Werth für x' in die Gleichung (II), so hat man

$$y'' = \frac{2}{\rho^2} \cdot \frac{-2(\rho-1)}{\rho^2-2\rho+1} - \frac{2}{\rho^2} + 1$$

$$y'' = \frac{-4(\rho-1)}{\rho^2(\rho^2-2\rho+1)} - \frac{2}{\rho^2} + 1$$

$$y'' = \frac{-(4\rho - 1) \quad 2(\rho^2 - 2\rho + 2) + \rho^2(\rho^2 - 2\rho + 2)}{\rho^2(\rho^2 - 2\rho + 2)}$$

$$y'' = \frac{-4\rho + 4 - 2\rho^2 + 4\rho - 4 + \rho^4 - 2\rho^3 + 2\rho^2}{\rho^2(\rho^2 - 2\rho + 2)}$$

$$y'' = \frac{\rho^4 - 2\rho^3}{\rho^2(\rho^2 - 2\rho + 2)} = \frac{\rho^2 - 2\rho}{\rho^2 - 2\rho + 2};$$

also ist die gesuchte Ordinate $y'' = \dfrac{\rho(\rho - 2)}{\rho^2 - 2\rho + 2}$ . . . . . (IV').

Soll nun der Punkt L in der Peripherie des Kreises liegen, so muss $(x'')^2 + (y'')^2 = r^2 = 1$ sein, somit auch die dafür substituirten Werthe

$$\left\{\frac{2(\rho - 1)}{\rho^2 - 2\rho + 1}\right\}^2 + \left\{\frac{\rho(\rho - 2)}{\rho^2 - 2\rho + 2}\right\}^2 = r^2 = 1$$

erfolgen.

Werden diese Ausdrücke auch wirklich quadrirt, so folgt sofort

$$\left\{\frac{-2(\rho - 1)}{\rho^2 - 2\rho + 2}\right\}^2 + \left\{\frac{\rho(\rho - 2)}{\rho^2 - 2\rho + 2}\right\}^2 = \frac{4(\rho - 1)^2 + \rho^2(\rho - 2)^2}{(\rho^2 - 2\rho + 2)^2}$$

$$= \frac{4(\rho^2 - 2\rho + 1) + \rho^2(\rho^2 - 4\rho + 4)}{(\rho^2 - 2\rho + 2)^2}$$

$$= \frac{4\rho^2 - 8\rho + 4 + \rho^4 - 4\rho^3 + 4\rho^2}{(\rho^2 - 2\rho + 2)^2}$$

$$= \frac{\rho^4 - 4\rho^3 + 8\rho^2 - 8\rho + 4}{\rho^4 - 4\rho^3 + 8\rho^2 - 8\rho + 4} = 1;$$

es ist daher auch der zweite Durchschnittspunkt, d. i. der Punkt L in der Peripherie des Kreises.

Wird $\rho = \dfrac{p}{n} r = \dfrac{p}{n}$ gesetzt, also das betreffende Segment $x = \dfrac{p^2}{2n^2}$, so erhält man folgende Gleichungen:

für die Gerade DJ $y' = \dfrac{-n x'}{n + p} + 1$ . . . . (I),

„ „ „ EL $y' = \dfrac{2n^2 x'}{p^2} - \dfrac{2n^2}{p^2} + 1$ . . . . (II),

„ „ „ DL $y' = \dfrac{-n x'}{n - p} + 1$. . . . . (I),

und als Bedingungsgleichungen für die Durchschnittspunkte dieser Geraden

$$x'' = \frac{2n(n + p)}{2n(n + p) + p^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(III)},$$

und
$$y'' = \frac{2np + p^2}{n(n + p) + p^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(IV)},$$

oder

$$x_{,}'' = \frac{2n(n-p)}{2n(n-p)+p^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{III}')$$

$$y_{,}'' = \frac{-2np+p^2}{2n(n-p)+p^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{IV}'),$$

daher im Allgemeinen

$$x_{,,}'' = \frac{2n(n\pm p)}{2n(n\pm p)+p^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{III}'')$$

$$y_{,,}'' = \frac{\pm 2np+p^2}{2n(n\pm p)+p^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{VI}'').$$

Daraus ergibt sich also, dass es gleichgiltig ist, mit welchem Radius man den Hilfskreis beschreibt, um die Hilfspunkte in der Axe zu erhalten. Der Unterschied besteht nur darin, dass die mittelst der gezogenen Normalen erhaltenen Segmente ein verschiedenes Gesetz befolgen, je nachdem man diese oder jene Linie eintheilt.

§. 55.

Aus dem Vorhergehenden lässt sich folgender Lehrsatz ableiten:

Wird in einem Kreise durch den Fusspunkt einer Ordinate aus der einen Ecke des diesem Kreise umschriebenen Quadrates eine Gerade gezogen, und aus dem dieser Ecke zunächst anliegenden Halbirungspunkte der Seite dieses Quadrates zwei Gerade so geführt, dass die auf dem Durchmesser und dessen Verlängerung erhaltenen Durchschnittspunkte von dem zweiten derselben Ecke zunächst anliegenden Halbirungspunkte so weit abstehen, als der Peripheriepunkt der Ordinate von dem letzteren Halbirungspunkte, so liegen die zwei Durchschnittspunkte der drei Geraden in der Peripherie des Kreises, oder wenn wir nur den Durchschnittspunkt des Durchmessers berücksichtigen, so hat man folgenden Satz:

Wird in einem Kreise durch den Fusspunkt der Ordinate aus der einen Ecke des diesem Kreise umschriebenen Quadrates eine Gerade geführt, und aus dem dieser Ecke zunächst anliegenden Berührungspunkte der mit der Ordinate nicht parallelen Seite eine zweite Gerade so geführt, dass sie sich in der Peripherie des Kreises schneiden, so ist das auf der Abscissen-Axe abgeschnittene Stück gleich der dieser Ordinate entsprechenden Sehne, welche der benützten Ecke am nächsten anliegt u. s. w.

Da jeder Ordinate im Halbkreise zwei Sehnen entsprechen, so kann man bei der Bestimmung der Kreispunkte jede derselben

benützen, wie dies Fig. 61 zeigt, in welchem Falle man doppelt so viele Punkte erhält, als es mit Benützung nur der einen Sehne möglich ist. Denn wird die Ordinate *JP* gezogen und aus *B* mit der Sehne *BJ* der Durchmesser *AB* in *K* und dessen Verlängerung in *L* geschnitten und auf die besagte Art verfahren, so erhält man den Punkt *I* und *II*; wird nun auch aus dem zweiten Endpunkte des Durchmessers *AB* mit der zweiten Sehne, d. i. mit *AJ* dieser Durchmesser in *M* und dessen Verlängerung in *N* geschnitten, ferner aus *E* durch den Fusspunkt *P* eine Gerade geführt, *C* mit *N* und *M* verbunden und die *CM* verlängert, so erhält man die Punkte *III* und *IV*; und wenn die so aufgefundenen fixen Punkte in der Axe, wie auch der untere Halbirungspunkt *D* und die zwei Eckpunkte *G* und *H* benützt werden, so erhält man acht Punkte, somit im Ganzen, wenn auch die parallelen Sehnen gezogen werden, 16 Punkte in der Peripherie des Kreises.

Dieser merkwürdige Satz gibt uns ein Mittel an die Hand die Ellipse in allen Fällen mit grossem Vortheile zu construiren, indem man zur Bestimmung von 8 Punkten nur einen einzigen Punkt auf dem Durchmesser oder dessen Verlängerung zu bestimmen braucht, wie wir aus den nächstfolgenden Beispielen sehen werden.

§. 56.

Bevor wir dies durch einige Beispiele erläutern, wollen wir zuerst über die Construction der Fig. 61 eine genaue Betrachtung anstellen, und sehen welche Punkte man in der Peripherie des Grundkreises erhalten kann, wenn wir uns die *BF* um den Punkt *F* gedreht denken, und *B* als den Anfangspunkt betrachten.

Offenbar wird nach dieser Construction, wie man aus Fig. 62 sieht, der eine letzte Punkt in der Peripherie der Punkt *A* sein, weil nach dem früher erklärten die Normale für *A* gleich *o* wird, und daher der oberhalb des Durchmessers *AB* in der Geraden *AF* liegende Punkt *V'* der letzte in dem Quadranten *BC* sein. Wir können daher nach dieser Construction allein keine weiteren Punkte bestimmen.

Wird aber diese Construction mit der in Fig. 44 angegebenen in Verbindung gebracht, so erhält man, wie Fig. 63 zeigt, nach den beiden Richtungen auch noch weitere Punkte auf den beiderseitigen Verlängerungen des Durchmessers *AB*, mithin auch noch weitere Punkte in der Peripherie des Kreises, so dass wenn die Gerade *EB* immer weiter und weiter gegen *C* gerückt wird, auch die hierdurch

bestimmten Punkte der Peripherie näher und näher an den Punkt *C* kommen; wird endlich die aus *E* gezogene Linie parallel zu *AB*, so fallen beide Punkte zusammen, und zwar im Berührungspunkte *C* der Seite des diesem Kreise umschriebenen Quadrates, oder in dem Berührungspunkte der zu *AB* parallel geführten Tangente.

Es wird also die letzte Stellung der um den Punkt *E* gedrehten Geraden eine Tangente sein.

Man kann daher mittelst der Ordinaten die Punkte in der Peripherie des Kreises nach den beiden Richtungen nur bis zu der Linie *AE* erhalten; wollte man aber über diese hinaus auch noch weitere Punkte in der Peripherie erhalten, so muss man nach der in §. 38 (Fig. 44) angegebenen Construction verfahren, indem man von *B* aus nach den beiden Richtungen die entsprechenden Einheiten gesetzmässig aufträgt, wie dies aus Fig. 63 ersichtlich ist.

Hier wurde die Neunziger-Sehne *BC* in drei gleiche Theile getheilt, und ein solcher Theil auf der Axe *XY* von *B* aus beiderseits aufgetragen, sodann die diesem Theile entsprechenden Quadratpunkte vermittelst der Quadrat-Einheit *B* 1 des Halbmessers *BO* von *B* aus in der Richtung nach links bestimmt.

§. 57.

Wir werden mit Hilfe des im §. 55 angegebenen Satzes Construction der Ellipse vornehmen, wobei wir zwei Fälle unterscheiden wollen: *A.* wenn eine der zwei gegebenen Axen verlängert wird, und *B.* wenn gar keine verlängert werden darf.

A. Construction der Ellipse, wenn eine von den zwei Axen verlängert werden darf.

a) Construction der Ellipse, wenn die grosse Axe verlängert werden kann.

Es sei (Fig. 64) *AB* die grosse, *CD* die kleine Axe, und *EFGH* das diesen Axen entsprechend umschriebene Rechteck. Man verlängere die grosse Axe *AB* über *B* hinaus, beschreibe über *AB* aus *O* mit dem Radius gleich *OB* einen Bogen *Bu*, nehme auf demselben einen beliebigen Punkt *K* an, fälle aus diesem eine Lothrechte auf die grosse Axe, welche in *L* geschnitten wird. Nun beschreibe man aus *B* mit dem Radius gleich der Entfernung *BK* einen Halbkreis, der die grosse Axe in *M* und deren Verlängerung in *N* schneidet. Wird endlich aus *E* durch den Punkt *L* eine Gerade geführt, sodann

C mit *M* und *N* verbunden und die *CM* so verlängert, dass die aus *E* geführte Gerade geschnitten wird, so erhält man *P* und *Q* als Ellipsenpunkte.

Führt man aus *F* ebenfalls durch *L* eine Gerade und aus *D* durch *M* und *N* zwei Geraden, so schneiden sie sich ebenfalls in zwei Punkten, d. i. in *P'* und *Q'*, welche zu den früheren zwei Punkten correspondirende Punkte sind.

Zu diesen vier so gefundenen Punkten werden in der unteren Hälfte der Ellipse auch die vier correspondirenden Punkte, wie dies durch Pfeile angezeigt ist, gefunden.

b) Construction der Ellipse, wenn der grössere conjugirte Durchmesser verlängert werden kann.

Sind *AB* und *CD* (Fig. 65) die beiden conjugirten Durchmesser, und *EFGH* das diesen Axen entsprechende Parallelogramm, so verlängere man die *AB* über *B* hinaus, beschreibe aus *O* mit *OB* einen Bogen *Bu*, nehme auf demselben einen beliebigen Punkt *J* an, fälle von demselben eine Ordinate *JK*, lege die gedachte Sehne *BJ* um den Punkt *B* einmal in die Axe und dann in deren Verlängerung um, wie dies mittelst des gezogenen Halbkreises angedeutet ist, und verfahre im Übrigen wie im vorhergehenden Falle.

c) Construction der Ellipse, wenn nur die kleine Axe verlängert werden darf.

Es sei (Fig. 66) *AB* die kleine und *CD* die grosse Axe; man verlängere die kleine Axe *AB* über *B* hinaus, beschreibe über dieser Axe einen Halbkreis oder nur einen Bogen (hier den Halbkreis *AC'B*), nehme auf demselben einen beliebigen Punkt *J* an, fälle von demselben eine Normale auf *AB* und mache *LB*=*BM*= der Entfernung *BJ*; wird endlich aus *F* durch den Fusspunkt *K* der Ordinate *JK* eine Gerade geführt, sodann *C* mit *M* und *L* verbunden und die *CL* bis *P* verlängert, so ist *N* der eine und *P* der zweite Punkt der Ellipse. Werden ferner die Linien *GQ*, *DQ* und *DM* gezogen, so erfolgen abermals zwei Punkte der Ellipse.

Die correspondirenden Punkte werden auf bekannte Art gesucht, wie dies aus der Figur ersichtlich ist.

d) Construction der Ellipse, wenn nur der kleinere conjugirte Durchmesser verlängert werden darf.

Es sei (Fig. 67) *AB* der kleinere, *CD* der grössere conjugirte Durchmesser, und *EFGH* das diesen Durchmessern entsprechend

umschriebene Parallelogramm. Soll in diesem nur die *AB* verlängert werden, so wird auch hier so verfahren wie im vorhergehenden Falle, wie sich dies aus der Figur ersehen lässt.

Wie man aus allen diesen Fällen sieht, muss man jedesmal das den gegebenen Axen entsprechend umschriebene Rechteck oder Parallelogramm oder wenigstens dessen zwei Eckpunkte bestimmen; allein da es jedesmal besser ist in jedem der vier Endpunkte der gegebenen Axen Tangenten zu ziehen, weil dadurch sehr leicht verhütet wird, dass die Ellipse über dieselben nicht hinaustritt, so ist auch das jedesmal umschriebene Rechteck oder Parallelogramm gar nicht überflüssig; von den anderen Linien aber werden diejenigen weggelassen werden können, welche zuletzt gezogen werden sollen, weil man an den betreffenden Stellen nur einen Einschnitt zu machen braucht. Wenn man also dies streng nimmt, so brauchte man hier in jedem der vier Fälle nur zwei Hilfslinien zu ziehen, d. i. diejenigen nur, welche aus den zwei Eckpunkten durch den Fusspunkt der Ordinaten geführt werden. In der Fig. 64 sind diese *EQ* und *FQ'*; in Fig. 65 sind *FR* und *GQ*; in Fig. 66 sind *FP* und *GQ*, und in Fig. 67 sind *FR* und *GP* solche Linien, in deren jeder zwei Punkte der Ellipse liegen.

§. 58.

B. Construction der Ellipse mit Hilfe des im §. 55 angegebenen Satzes, wenn gar keine Axe verlängert werden darf.

Es soll in dem Trapeze *EFGH* (Fig. 68) als dem perspectivischen Quadrate, in welchem *AB* und *CD* als gegeben betrachtet werden können, eine Ellipse construirt werden.

Betrachtet man die früheren vier Fälle genau, so ergibt sich sogleich, dass auch hier die Construction nicht schwer ist; wird also *AB* als der Durchmesser desjenigen Kreises angenommen, durch dessen Umdrehung die einzuschreibende Ellipse entstanden gedacht wird, so ist *CD* als ein zweiter perspectivischer Durchmesser. Wird nun aus *O* mit *OB* ein Bogen beschrieben, in demselben irgend ein Punkt angenommen, von demselben eine Ordinate gefällt, die Entfernung *BJ* in die *AB* um den Punkt *B* umgelegt, sodann aus *C* und *D* durch den Punkt *L*, und aus *F* und *G* durch den Punkt *K* Gerade geführt, so sind die zwei Durchschnittspunkte dieser vier Geraden,

d. i. M und N Punkte der in das perspectivische Quadrat $EFGH$ einzuzeichnenden Ellipse.

Auf ähnliche Art wird man daher in jedem Rechtecke oder Parallelogramme, ohne dass man die Axen verlängert, Ellipsenpunkte bestimmen können, wobei jedesmal nur zwei Punkte erfolgen, wenn vier Linien gezogen werden; allein auch hier können zwei weggelassen werden, indem man in den zwei aus den Eckpunkten geführten Geraden Einschnitte macht.

§. 59.

Construction der Diagonalpunkte, ohne dass irgend eine der zwei Axen verlängert werden darf.

Es sei zur Construction der Ellipse das perspectivische Quadrat $EFGH$ (Fig. 69), folglich auch die AB und CD gegeben; man ziehe die beiden Diagonalen EG, FH, errichte im Mittelpunkte O die $JO \perp AB$, mache $JO = BO = AO$, und beschreibe mit dem Radius gleich der Entfernung AJ aus A den Bogen JK, und aus B den Bogen JL. Werden endlich aus C und D durch K und L vier Gerade so geführt, dass die Diagonalen geschnitten werden, so sind die dadurch erhaltenen vier Durchschnittspunkte, d. i. M, N, P, Q die verlangten Diagonalpunkte der in das perspectivische Quadrat $EFGH$ einzuschreibenden Ellipse.

Wie man aus der Figur sieht, werden in jedem perspectivischen Quadrate zwei der vier Punkte viel schärfer und deutlicher erhalten als die anderen zwei; man wird sich daher an jene mehr als an diese halten müssen. Bei einem Parallelogramme werden je zwei und zwei in derselben Diagonale liegenden Punkte gleich scharf geschnitten, bei einem Rechtecke werden alle vier unter einem gleichen, mehr oder weniger deutlichen Schnitt erhalten, je nachdem die Differenz der beiden Axen mehr oder weniger gering ist. Es ist jedoch diese Methode viel einfacher als die in den ersten §§. dieser Abhandlung angegebenen, weil man hier weder den Durchmesser zu verlängern noch keine Eintheilung zu machen braucht; ja man kann sogar die drei Bögen, welche hier zur Bestimmung der zwei fixen Punkte K und L beschrieben worden sind, wie auch die vier Geraden, welche durch diese zwei Punkte aus C und D gezogen wurden, weglassen, indem man in den Diagonalen nur die Einschnitte macht.

§. 60.

Allgemeines Verfahren, beliebig viele Punkte einer Ellipse zu finden, ohne dass eine von den zwei Axen oder einer von den zwei conjugirten Durchmessern verlängert zu werden braucht.

Es sei (Taf. X, Fig. 70) *AB* der grössere, *CD* der kleinere conjugirte Durchmesser, und *EFGH* das diesen Durchmessern entsprechend umschriebene Parallelogramm. Man beschreibe aus *O* mit *OB* den Bogen *Bu*, nehme auf demselben beliebig viele Punkte an, hier drei, d. i. *a*, *b*, *c*, fälle von jedem derselben eine Ordinate auf *AB*, und ziehe aus jedem der zwei Ecken *F* und *G* durch die Fusspunkte dieser Ordinaten gerade Linien. Werden nun die diesen Ordinaten entsprechenden Sehnen *Ba*, *Bb*, *Bc* in die *AB* um den Punkt *B* umgelegt, und aus *C* und *D* durch die auf diese Art erhaltenen Punkte *m*, *n*, *p* Gerade geführt, bis die ihnen entsprechenden aus den Eckpunkten gezogenen Geraden geschnitten sind, so erhält man hier die Punkte I, II, III und I', II', III'.

Die Richtung der letzteren sechs Linien wurde nur mittelst Pfeile bezeichnet.

Werden zu den so gefundenen sechs Punkten auch die correspondirenden Punkte gesucht, so erhält man bei Annahme von drei Punkten auf dem Hilfsbogen im Ganzen 16 Punkte für die zu zeichnende Ellipse.

Auf diese Weise kann man für jeden gegebenen Fall beliebig viele Punkte finden.

§. 61.

Construction der Polygone in den perspectivischen Ebenen.

Mit Hilfe der aufgestellten Sätze von der Construction des Kreises, kann man jedes Polygon, welches in einer verticalen, horizontalen oder in irgend einer gegen die Bildfläche schiefen Ebene, in die perspectivisch horizontale, verticale, oder in irgend eine schiefe Ebene bringen, ohne dass man sich des Distanzpunktes bedient, wie dies sogleich gezeigt werden soll.

Es sei (Fig. 71) das sternförmige Polygon *acegil* in der verticalen Ebene gegeben; man soll dies in die perspectivisch-horizontale Ebene drehen, wenn das Auge in unendlicher Entfernung angenommen wird. Natürlicher Weise muss hier die verkürzte Linie *c'i'* gegeben sein. Es wird also das dieser Sternfigur umschriebene Quadrat *CDEF* nach der Drehung in ein Parallelogramm übergehen,

welches alsdann $C'D'E'F'$ sein wird. Es handelt sich daher hier nur um die vier Punkte a, e, g, l, welche vermöge §. 31 (Fig. 33 u. 34) auf eine höchst einfache Art gefunden werden. Ist nämlich das Parallelogramm $C'D'E'F'$ gezeichnet, so ziehe man in diesem eine von den zwei möglichen Diagonalen (in deren Verlängerung in unendlicher Entfernung der Distanzpunkt sich befinden muss); fälle von den Punkten a und e die al und eg lothrecht auf AB, und führe durch die Punkte n und p die $a'l'$ wie auch $e'g'$ parallel zu $C'F'$. Werden endlich die ap so wie en um ihre Fusspunkte beiderseits in die Axe $p'n'$ umgelegt und durch die so erhaltenen Punkte p' und p'' zu der gezogenen Diagonale $C'E'$ Parallele geführt, bis die durch p und n parallel zu $C'F'$ gezogenen Geraden geschnitten werden, so erhält man die vier verlangten Punkte, welche hier a', e', g', l', sind. Diese mit einander, wie auch andere schon bestimmten Punkte durch Gerade verbunden, geben die verlangte Sternfigur in der Ebene $C'D'E'F'$, wie aus der Figur ersichtlich ist.

Wären nun die Wege für die drei Punkte a, c, e, d. i. die entsprechenden Ellipsen, welche während der Drehung beschrieben werden, gezeichnet, so könnte man mit Leichtigkeit jede beliebige Stellung dieses Polygons angeben.

Auf diese Art kann man jedes beliebige regelmässige wie unregelmässige Polygon in einer beliebigen Ebene darstellen.

§. 62.

Ist die Entfernung des Beobachters von der Tafel bestimmt, so müssen für einen jeden gegebenen Punkt zwei fixe Punkte in der Drehungsaxe gesucht werden, mittelst welchen man dann den gegebenen Punkt in die perspectivische Ebene bringt.

Es sei (Fig. 72) der Punkt a in der verticalen Ebene gegeben, man soll ihn in die perspectivisch-horizontale Ebene bringen.

Bekanntlich wird jeder Punkt aus der verticalen Ebene in die perspectivisch-horizontale gebracht, wenn man eine diesem Punkte entsprechende Ordinate zieht, durch deren Fusspunkt eine Linie nach dem Hauptpunkte führt u. s. w.

Allein wir wollen in dieser Aufgabe die Bedingung einführen, dass durch diesen Punkt die ihm entsprechende Ordinate nicht gezogen werden darf. Man wird daher in diesem Falle folgendermassen verfahren können: Es sei ZZ die Horizontal-Linie, vv' die Vertical-

Linie, deren Durchschnittspunkt Ω der Augepunkt, und △ der Distanzpunkt. Man ziehe also eine beliebige Gerade mn, führe durch deren Fusspunkt p eine Linie nach dem Hauptpunkte, mache $mp=np$, und $m'p$ perspectivisch gleich $n'p=mp=np$. Wird nun m mit a verbunden und die ma bis zu der Axe xy verlängert, so ist b der eine fixe Punkt; wird ferner n mit a verbunden, so ist c der zweite fixe Punkt; da also der Punkt m' in der perspectivisch-horizontalen Ebene ist, so liegt der Punkt a in der Geraden $m'b$; aber eben aus dem Grunde liegt derselbe Punkt auch in der Verlängerung der Geraden $n'c$, folglich muss er im Durchschnittspunkte dieser zwei Geraden und daher in a' sein.

Sind mehrere Punkte gegeben, so können alle solche mittelst der zwei Punkte m' und n' in der verlangten Ebene entsprechend gefunden werden, ohne dass man sich weiters des Distanzpunktes bedient.

§. 63.

Construction eines regelmässigen Fünfeckes in der perspectivisch-horizontalen Ebene.

Es sei (Fig. 73) das regelmässige Fünfeck $abcde$ in der verticalen Ebene, welche zugleich parallel zur Bildfläche ist, gegeben. Dieses Fünfeck soll in derjenigen perspectivisch-horizontalen Ebene gezeichnet werden, welche durch den horizontalen Durchmesser des diesem Polygone umschriebenen Kreises normal auf die Tafel gelegt wird. Man ziehe zu diesem Behufe CO und $BD \perp AB$, verbinde die Fusspunkte dieser Senkrechten mit dem Augepunkte durch Gerade, und suche auf diesen mittelst des Distanzpunktes die dem Punkte c, C und D entsprechenden Punkte $c'C'$ und D'. Ist dies geschehen, so verbinde man den Punkt c mit a durch eine Gerade, welche die AB in a schneidet, führe dann aus D durch den Eckpunkt a dieses Fünfeckes eine Gerade bis die Axe xy in a'' geschnitten wird, und man erhält zwei fixe Punkte a' und a''; wird alsdann D' mit a'' verbunden, und aus c' durch a' eine Gerade geführt bis die $D'a''$ geschnitten wird, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden, d. i. a''' das Bild des Punktes a in der perspectivisch-horizontalen Ebene.

Wird ferner C mit b verbunden, so ist b' der eine fixe Punkt, und cb bis zu der Axe verlängert gibt den zweiten fixen Punkt b''; daher c' mit b'' verbunden, und aus C' durch b' eine Gerade geführt, gibt

den gesuchten Punkt b''' ebenfalls in derselben Ebene. Die anderen zwei Punkte d' und e' werden mittelst der durch die gefundenen Punkte gezogenen Parallelen bestimmt.

Streng genommen braucht man für jeden Punkt nur eine Gerade zu ziehen, weil die zwei fixen Punkte nur mittelst des Einschneidens gefunden werden, wie bereits erklärt wurde.

§. 64.

Construction eines unregelmässigen Polygons in der perspectivisch-horizontalen Ebene.

Die Construction unregelmässiger Polygone geschieht auf eben diese Art, wie die der regelmässigen; mit dem Unterschiede, dass dabei mehr fixe Punkte bestimmt werden müssen, weil keine correspondirenden Punkte vorhanden sind, oder wenigstens ist es selten der Fall, dass es solche gibt.

Im Allgemeinen muss hierbei über der Axe ein Quadrat verzeichnet werden, wie hier (Fig. 74) das Quadrat $MNPQ$, dessen zwei Eckpunkte M und N so beschaffen sein müssen, dass man von diesen aus, durch die Polygonpunkte Gerade geführt, die Schnittpunkte in der Axe erhalten kann, d. h. es müssen die Punkte M und N bedeutend höher oder niederer als alle Polygonpunkte liegen; wo im letzteren Falle die in der Axe liegenden Punkte ausgenommen sind.

Man verbinde also die Fusspunkte P und Q der Verticalen MP und NQ mit dem Augepunkte Ω, und mache $M'P$ perspectivisch gleich MP und ebenso $N'Q$ perspectivisch gleich NQ; mittelst dieser zwei Punkte werden die gegebenen Polygonpunkte auf folgende Art bestimmt: Der Punkt a hat in Bezug auf den Punkt M den fixen Punkt in a' und in Bezug auf den Punkt N, den fixen Punkt a''; es liegt somit der fragliche Punkt in der Geraden $M'a'$ und in der Geraden $N'a''$, folglich im Durchschnittspunkte dieser zwei Geraden, d. i. in a'''.

Auf dieselbe Weise werden auch alle übrigen Punkte gefunden, wie die Figur zeigt.

Am Schlusse dieser Construction erhält man zuweilen die letzten Punkte nur durch die Verlängerung der Seiten. So findet man den Punkt f''' indem man nur in Bezug auf den Punkt M den einen fixen Punkt f' sucht, fg bis zu der Axe verlängert, M' mit f' verbindet und aus f'' durch g''' eine Gerade führt.

§. 65.

Construction der Ellipse von der Ellipse in den perspectivischen Ebenen.

Einen viel grösseren Vortheil gewährt die im vorhergehenden §. angegebene Verfahrungsart bei der Construction einer Ellipse von der gegebenen Ellipse. Dieser Fall tritt dann ein, wenn das Bild eines Kreises gezeichnet werden soll, dessen Ebene einfach oder doppelt schief gegen die Tafel ist, denn wenn man in jedem dieser Fälle dem gegebenen Kreise ein Quadrat umschreibt, so ist dessen Bild nach der orthogonalen Projection in der horizontalen Ebene für den ersten Fall ein Rechteck und für den zweiten Fall ein Parallelogramm, und daher wird jedesmal das Bild des gegebenen Kreises eine Ellipse sein.

Ist also die horizontale Projection eines Kreises gegeben, so kann man in dieser Projectionsebene nach der angegebenen Art die Hilfspunkte der Drehungsaxe suchen, und solche auch in der perspectivisch-horizontalen Ebene bestimmen.

Da aber jedesmal das perspectivische Parallelogramm gezeichnet werden muss, und da bekanntlich der Ellipse unzählig viele Parallelogramme umschrieben werden können, so folgt daraus, dass man auch ein Parallelogramm verzeichnen kann, dessen zwei Seiten parallel zur Basis der Tafel sind.

Ist dies geschehen, so findet man auch sehr leicht den zur Basis in der perspectivisch-horizontalen Ebene parallelen Durchmesser, mittelst dessen man auch beliebig viele Punkte der Ellipse finden kann, wie die nachfolgenden Beispiele zeigen.

Wir wollen uns aber hierbei, um die Sache desto deutlicher zu geben, des geometrischen Grundrisses bedienen. Nehmen wir also zuerst den Fall an, wenn die Ebene des Kreises schief gegen die horizontale Projectionsebene ist, und normal auf der Tafel, ohne dabei horizontal oder vertical zu sein.

Es sei also in diesem Falle (Taf. XI, Fig. 75) $A' B'$ die grosse und $C' D'$ die kleine Axe der Ellipse $A'C'B'D'$, welche dem Rechtecke $E'F'G'H'$ eingeschrieben ist.

Es sei ferner $E'F'$ die horizontale und $E''G''$ die verticale Trasse derjenigen Ebene, in welcher der Kreis sich befindet, dessen Bild die Ellipse $A'C'B'D'$ in der horizontalen Ebene ist.

Man zeichne also das Rechteck $EFGH$ perspectivisch gleich dem Rechtecke $E'F'G'H'$, ziehe in diesem die beiden Diagonalen,

und durch deren Durchschnittspunkt O die CD ∥ zur Basis der Tafel, so ist CD als der Durchmesser desjenigen Kreises anzusehen, durch dessen Drehung aus der verticalen Ebene in die perspectivisch-horizontale diejenige Ellipse entstanden gedacht wird, welche in das Rechteck $EFGH$ eingeschrieben werden soll.

Es ist somit dieser Fall auf den im §. 22, Fig. 28 zurückgeführt, und hinsichtlich der weiteren Construction als ein solcher behandelt. Es wird nämlich, wie in Fig. 28 die CD verlängert, durch O eine Senkrechte geführt, $OC'' = OD'' = \frac{CD}{2}$ gemacht, sodann in C nach aufwärts und in D nach abwärts Lothrechte gezogen, und mittelst dieser wie auch mittelst der zwei Punkte C'' und D'' auf der Axe XX' die fixen Punkte als Hilfspunkte und dann auch die der Ellipse, wie in §. 22, Fig. 28, gesucht.

§. 66.

Construction der Ellipse von der Ellipse, wenn in der Projectionsebene keine von den zwei Axen gegeben ist.

Ist bei der Projection eines Kreises, dessen Ebene doppelt schief gegen die Bildfläche also weder die grosse noch die kleine Axe der so erhaltenen Ellipse gegeben, oder wenn solche auch gegeben wären, keine von denselben parallel zur Basis der Tafel, so lässt sich auch dieser Fall auf einen einfachen reduciren. Es braucht hierbei nur die Projection des Mittelpunktes gegeben zu sein, wo dann durch diesen Punkt ein zur Basis paralleler Durchmesser gezogen, und mittelst der Tangenten auch ein zweiter als conjugirter Durchmesser aufgefunden werden kann.

Es sei nun (Fig. 76) die Ellipse $A'C'B'D'$ als die horizontale Projection eines Kreises, dessen Ebene doppelt schief gegen die beiden Projectionsebenen ist; es sei ferner O' der Mittelpunkt dieser Ellipse. Man ziehe $A'B'$ parallel zur Basis der Bildfläche, ferner $E'F'$ ∥ $G'H'$ ∥ $A'B'$, suche die Berührungspunkte C' und D', verbinde sie mit einander durch eine Gerade und ziehe $E'H'$ ∥ $F'G'$ ∥ $C'D'$. Man bringe ferner $A'B'$ und $C'D'$ in die perspectivisch-horizontale Ebene, wodurch man in derselben die zwei Geraden AB und CD erhält. Es ist also AB als der Durchmesser desjenigen Kreises anzusehen, durch dessen Drehung aus der verticalen Ebene um diesen horizontalen Durchmesser in die perspectivisch-horizontale Ebene die zu zeichnende Ellipse entstanden gedacht wird.

Wird also AB beiderseits verlängert, ferner Au, pq und Bw normal auf AB gezogen, sodann $Op = Oq$ gemacht, so kann man im Übrigen ganz nach der im §. 22, Fig. 28 angegebenen Weise verfahren, wie dies aus der Figur zu ersehen ist, wo hier mittelst der vier fixen Punkte $mnr's'$ acht Punkte für die zu zeichnende Ellipse gefunden wurden.

§. 67.

Construction der Ellipse von der gegebenen Ellipse, wenn jene durch die Drehung um die grosse Axe aus der verticalen Ebene in die perspectivisch-horizontale entstanden gedacht wird. Es sei (Fig. 77) die Ellipse $ACBD$ in der verticalen Ebene so gegeben, dass die grosse Axe AB parallel zur Basis der Tafel ist; es sei ferner ZZ die Horizontal-Linie, vv' die Vertical-Linie, $\triangle$ der Distanzpunkt und Ω der Augepunkt. Man verlängere die grosse Axe AB beiderseits, ziehe zwei Lothrechte in beliebiger Entfernung von einander, also MP und $NB \perp AB$, mache $MP = NB = BP$, führe dann durch die Fusspunkte dieser zwei Senkrechten, also durch P und B gerade Linien nach dem Augepunkte, mache $M'P = MP = D'P = N'B$ in der durch AB gelegt gedachten perspectivisch-horizontalen Ebene. Es entspricht also der Punkt M' dem Punkte M, der Punkt N' dem Punkte N u. s. w. Nun führe man aus dem Punkte M eine Gerade Mm so, dass die gegebene Ellipse in zwei Punkten a und b geschnitten wird; da nun die Punkte M' und m in der perspectivisch-horizontalen Ebene liegen, und die Gerade $M'm$ der Mm entspricht, so müssen in derselben Ebene auch die zwei Punkte a und b liegen; wird ferner aus N durch a die Gerade $N\alpha$, und aus demselben Punkte durch b die Gerade $N\beta$ gezogen, so liegen die zwei Punkte a und b auch in diesen Geraden, welche die zwei fixen Punkte n und p haben. Werden endlich aus N' durch die zwei fixen Punkte n und p Gerade geführt, d. i. $N'n\alpha'$ und $N'p\beta'$, so sind die zwei Durchschnittspunkte dieser zwei Geraden, mit der Geraden $M'm$, d. i. a' und b' Punkte der verlangten Ellipse.

Da ferner die zwei aus N gezogenen Geraden die gegebene Ellipse in α und β schneiden, so benützt man dies, verbindet α und β mit M, bestimmt dadurch die zwei fixen Punkte r und q, führt dann durch diese aus M' Gerade, wodurch sich α' und β' als die zwei anderen Punkte der verlangten Ellipse ergeben.

Werden zu diesen Punkten auch die correspondirenden Punkte gesucht, so hat man im Ganzen zwölf Punkte der zu zeichnenden Ellipse.

Um auch hier das Anhäufen von Linien zu vermeiden, verfahre man auf die bereits angegebene Weise, und lasse bei der Bestimmung der fixen Punkte die unnöthigen Hilfslinien weg, indem man nur die Einschnitte in der Axe macht.

Wird z. B. der fixe Punkt m bestimmt, a und b markirt, so braucht man die Gerade Mm nicht zu ziehen, sondern die Kante des Lineals um den fixen Punkt m bis auf M' zu drehen und nur die $M'm$ zu ziehen u. s. w., was der praktische Zeichner ohnehin leicht einsehen wird.

Man braucht also auch hier, um zwei Punkte der Ellipse zu bestimmen, nur eine einzige Linie zu ziehen, wenn sonst die Hilfspunkte so wie die fixen Punkte gehörig aufgefunden und kennbar bezeichnet werden.

Wie man aus diesem Beispiele sieht, ist die Construction der Ellipse von der Ellipse höchst einfach; und zwar aus dem Grunde, weil jede aus dem einen oder dem andern Hilfspunkte M oder N gezogene Gerade die gegebene Ellipse in zwei Punkten schneidet, aber nur Einen fixen Punkt hat.

Auch ist die angeführte Construction allgemein giltig und in den meisten Fällen anwendbar, mag die Drehungsaxe durch den Mittelpunkt der Ellipse gehen, dieselbe schneiden, berühren, oder ausserhalb derselben gegeben sein.

§. 68.

Zum Schlusse dieser Abhandlung wollen wir nur noch eine Aufgabe anführen, deren einfache aber auch allgemeine Lösung bisher nicht bekannt ist, nämlich: Es soll eine Ellipse construirt werden, wenn nur eine Axe und eine Tangente gegeben ist.

Die Anwendung dieser Aufgabe kommt, wie Taf. XII, Fig. 78 und 79 zeigt, in der Baukunst bei der Construction der Bohlendächer vor, wo nämlich die Kanten der Sparen ED und DH Fig. 78 als die Tangenten, und die Spannweite AB als die grosse Axe gegeben ist, OC aber nicht bekannt ist.

Hier handelt es sich vorerst um die geometrische Construction der Berührungspunkte der gegebenen Tangenten, alsdann aber über-

haupt um die Construction beliebig vieler Punkte für die zu zeichnende Ellipse.

Bekanntlich sind hierbei zwei Fälle zu unterscheiden, denn entweder werden sich die zwei gegebenen Geraden, gehörig verlängert, noch auf der Zeichenfläche schneiden, oder es ist dies nicht der Fall.

Die Lösung des ersten Falles findet man wohl in den Lehrbüchern der analytischen Geometrie, allein die des zweiten nicht, und es dürfte daher die Lösung des zweiten Falles durch die Construction nicht überflüssig sein; sie ist folgende:

Es sei (Fig. 80) AB die grosse Axe und tg die Richtung der Tangente, welche durch die Ordinaten Am und Bn gegeben ist. Der Berührungspunkt dieser Tangente wird gefunden, wenn man Am über A nach abwärts verlängert, $Aq = Am$ macht, q mit n durch eine Gerade verbindet, welche die gegebene Axe in O' schneidet, und in diesem Durchschnittspunkte eine Senkrechte errichtet, bis die gegebene Tangente in E geschnitten wird; so ist E der gesuchte Berührungspunkt.

Wird ferner $Bp = Bn$ gemacht, und durch p und q eine Gerade geführt, so ist diese, d. i. $t' g'$, eine zweite Tangente der zu zeichnenden Ellipse.

Man kann daher, wenn eine Tangente gegeben ist, auch eine zweite auf diese Art sehr leicht auffinden, und daher ein Trapez hier $mnpq$ construiren, in welchem sich nach bekannten perspectivischen Grundsätzen eine Ellipse einschreiben lässt, welche dann die verlangte Ellipse sein wird.

Um für diese Ellipse beliebig viele Punkte zu bestimmen, wird ferner Fig. 80^a aus O' mit dem Radius $O'E = O'F$ der Hilfskreis $A'EB'F$ beschrieben, und nach einer oder der andern von uns angegebenen Methode vorgegangen, indem man EF als Drehungsaxe annimmt und in derselben die erforderlichen fixen Punkte aufsucht.

Man wird also auch hier am bequemsten zuerst die Diagonalpunkte suchen, indem man aus E mit dem Radius gleich $A'E$ die Verlängerung der Axe FE in G schneidet, sodann G mit A und B verbindet, wodurch die Diagonalen in H und K geschnitten werden; die mit diesen zwei Punkten correspondirenden Punkte werden auf bekannte Art gefunden.

Da hier die Punkte oberhalb der Axe AB verschieden hoch liegen, so werden mittelst der zur grossen Axe AB gezogenen

Parallelen noch vier Punkte, somit im Ganzen zwölf Punkte für die zu zeichnende Ellipse gefunden.

Man kann aber mittelst der Ordinaten oder nach §. 22, Fig. 28 auch noch mehr Punkte sehr leicht finden.

Es erübrigt uns noch bei dieser Aufgabe, die Auffindung der kleinen Axe zu bestimmen, deren Richtung ohnehin bekannt ist; denn legt man durch den Halbirungspunkt O der grossen Axe die CD lothrecht auf AB, so liegt in dieser die kleine Axe. Hat man nun zuerst mehrere Punkte der Ellipse aufgefunden und diese gezeichnet, so wird dadurch gewissermassen auch die kleine Axe begrenzt.

Man untersucht also die Richtigkeit der Endpunkte der so erhaltenen Axe, z. B. des Punktes C', auf folgende Art: Es wird nämlich der zu untersuchende Punkt C' mit A durch eine Gerade verbunden, aus E mit EL ein Halbkreis beschrieben, welcher den aus O' beschriebenen Kreis in J schneidet; ferner aus J die JJ' normal auf EF gezogen, und aus m durch J' eine Gerade geführt, bis sie die AC' schneidet; erfolgt nun der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden in der Geraden CD, so ist dieser ein Endpunkt der kleinen Axe [1]).

§. 69.

Um das im letzten Paragraphe angegebene Verfahren gehörig zu begründen, wollen wir annehmen, dass sich die zwei gegebenen Geraden, d. i. die grosse Axe und die Tangente, wenn sie gehörig verlängert werden, noch auf der Zeichenfläche schneiden, wie Fig. 81 zeigt.

Es sei also AB die grosse Axe und $m'n'$ die Tangente, welche sich in Ω schneiden, durch welchen Durchschnittspunkt aber auch die correspondirende Tangente $p'q'$ gehen muss.

Legt man nun durch A und B die Verticalen $m'q'$ und $n'p'$, so entsteht dadurch das Trapez $m'n'p'q'$, in welchem die Diagonalen gezogen und bis zu der durch den Punkt Ω gezogenen Geraden ZZ' verlängert, dieselbe in $\triangle$ und $\triangle'$ schneiden. Es ist daher Ω der Augepunkt, $\triangle$, $\triangle'$ die Distanzpunkte, und $\Omega\triangle = \Omega\triangle'$ die Entfernung des Beobachters von der Tafel. Somit ist hier $m'n'p'q'$ das perspectivische Quadrat, welches bei dieser Distanz aus dem geometrischen Quadrate $mnpq$ entstanden ist, und weil die Distanz

[1]) Wir behalten uns vor über die Bestimmung der Axen als ein Anhang zu dieser Abhandlung vorzulegen.



zu gering ist, als ein verzehrtes Bild dieses Quadrates erscheint. Denn wie bekannt, erscheint ein und derselbe Kreis bei verschiedenen Distanzen des Beobachters auch verhältnissmässig mehr oder weniger gestreckt und gedrückt, jedoch behält er immer die Form einer Ellipse.

Wird die Distanz gleich o, so ist dann die grosse Axe ∞ lang, ist hingegen die Distanz ∞ gross, so wird die grosse Axe $= o$ u. s. w., was allerdings auch von anderen Punkten abhängt.

Ebenso kann man sich diese Ellipse durch die Drehung des aus O' mit $O'F$ über EF in der verticalen und zur Tafel parallelen Ebene beschriebenen Kreises entstanden denken, wobei nach den Grundsätzen der Perspective $mq \parallel np$ als Parallele zur Tafel auch nach der Drehung stets parallel bleiben müssen, während mn und pq, gehörig verlängert durch den Augepunkt Ω gehen müssen, wenn der Kreis aus der verticalen und zur Tafel parallelen Ebene in die perspectivisch horizontale und normale auf die Tafel gedreht wird. Kommt dann bei der Drehung dieses Kreises der Punkt A nach A', so muss gleichzeitig B nach B' kommen, indem die aus $\triangle$ und $\triangle'$ durch O' gezogenen Geraden, die in B errichtete Senkrechte in n' und p' schneiden u. s. w. Es kommt m nach m', n nach n', p nach p' und q nach q', und somit ist $m'n'p'q'$ das Bild des Quadrates $mnpq$.

Was also von diesem Quadrate gilt, das gilt auch von jedem Punkte der Ellipse, indem ein jeder solcher bei der bestimmten Distanz verhältnissmässig seine Lage verändern musste.

Die Richtigkeit der Construction bei der Bestimmung beliebiger Anzahl von Punkten für die Ellipse erfolgt aus der früher erklärten Verfahrungsart (Fig. 21 — 24).

Aus der näheren Betrachtung der Fig. 81 folgt ferner, dass man auch in dem 1. Falle, wenn die zwei gegebenen Linien sich noch auf der Zeichenfläche schneiden, sowohl den Berührungspunkt als auch beliebig viele Punkte der Ellipse auf eine höchst einfache Art auffinden kann. Denn man braucht nicht einmal die beiden gegebenen Linien bis zu ihrem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte zu verlängern und ebenso auch nicht über der grossen Axe einen Kreis zu beschreiben, sobald man die von uns angegebene Verfahrungsart kennt, wie in einem geometrischen Trapeze oder perspectivischen Quadrate die Ellipsenpunkte gefunden werden.

§. 70.

Wir haben in Fig. 12 und 13 bereits erklärt, dass man sich eine und dieselbe Ellipse auf verschiedene Art entstanden denken kann. In Fig. 12 und 13 entstehen die Ellipsen durch die Drehung zweier verschiedener Kreise, wovon der eine über der grossen und der andere über der kleinen Axe beschrieben wird.

Wird also über der grossen Axe (Fig. 81) ein Quadrat *MNPQ* verzeichnet, so dass die grosse Axe eine zu den zwei gegenüberliegenden Seiten dieses Quadrates parallele Halbirungslinie bleibt, und in diesem Quadrate ein Kreis eingeschrieben, so kann man sich die Ellipse *AC'BD'* auch durch die Drehung dieses Kreises entstanden denken. Diese Entstehungsart kann man aber nur dann benützen, wenn die Lage des Punktes *C* nach der Drehung bestimmt ist, was bei der vorgelegten Aufgabe in der Baukunst nie der Fall ist.

Eine nähere Betrachtung der vorgelegten Aufgabe (Fig. 80) zeigt uns, dass jedesmal, wenn eine Tangente gegeben ist, stets sechs Tangenten als gegeben betrachtet werden können, wovon je zwei und zwei correspondirende Tangenten sind.

In dem angeführten Falle werden zur Construction der Ellipse vier Tangenten benützt, d. i. diejenigen zwei, welche die Verlängerung der grossen Axe schneiden oder schneiden sollen, und die zwei, welche in den Endpunkten der grossen Axe normal auf diese gezogen werden. Es entsteht hierdurch das geometrische Trapez, welches in Bezug auf den Augepunkt so wie auf den Distanzpunkt nichts anderes als ein perspectivisches Quadrat ist, ohne welches man die Lösung der vorgelegten Aufgabe im zweiten Falle nicht im Stande ist auszuführen.

Sind aber zwei verschiedene Tangenten gegeben, so können auch zwei verschiedene Trapeze, deren jedes die Höhe gleich der grossen Axe hat, gezeichnet werden, und bei der Bestimmung der Ellipsenpunkte ist es hinreichend die vier Diagonalpunkte zu bestimmen, indem man mittelst der parallelen Sehnen auch die correspondirenden Punkte sehr leicht auffinden kann, in welchem Falle also im Ganzen 24 — 26 Punkte der Ellipse, also mehr als ein geübter Zeichner braucht, gefunden werden.

§. 71.

Ganz allgemein wird diese Aufgabe gestellt, wenn man die Ordinaten, mittelst deren die Tangente bestimmt wird, unter einem beliebigen Winkel annimmt, wie Fig. 82 zeigt, wo dann die Axe

AB nur einer von den zwei conjugirten Durchmessern ist, von dem zweiten aber nur die Richtung gegeben ist.

Es ist daher in diesem Falle zur Construction der Ellipse eine Tangente *tH* und ein conjugirter Durchmesser *AB* gegeben.

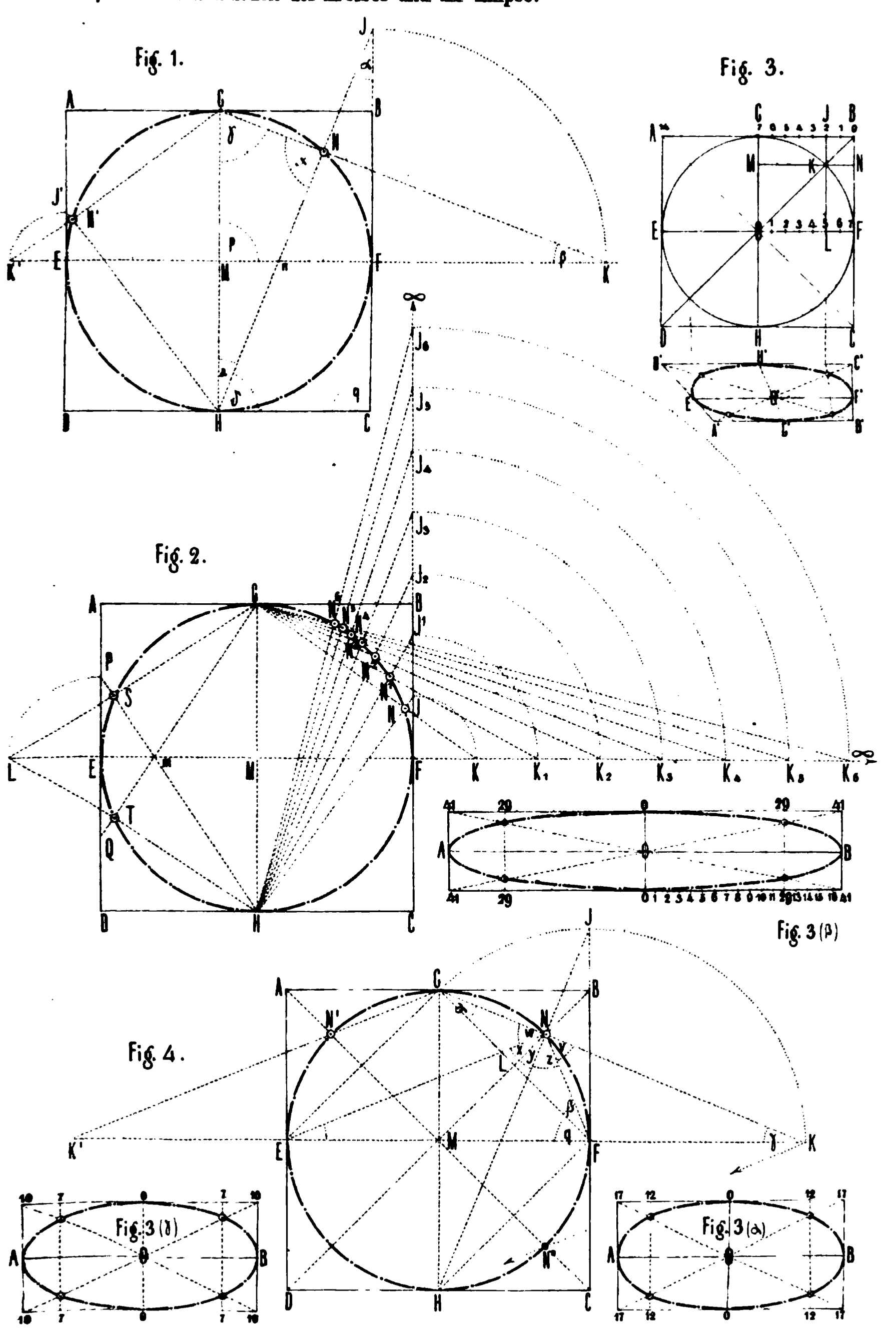
Die Auflösung dieser Aufgabe ist folgende:

Da die Richtung des zweiten conjugirten Durchmessers gegeben ist, so ziehe man durch *A* und *B* die *EF* und $HG \parallel CD$, mache $AF = AE$ und $BG = BH$, und verbinde *G* mit *F* durch eine Gerade, wodurch das geometrische Trapez oder das perspectivische Quadrat *EFGH* entsteht. Werden in diesem die beiden Diagonalen *EG* und *FH* gezogen, und durch den Durchschnittspunkt, welcher in der *AB* erfolgen muss, eine Parallele zu *CD* geführt, so sind *J* und *K* Berührungspunkte dieser Tangenten an die zu zeichnende Ellipse. Wird ferner aus *O'* mit $O'J = O'K$ über *JK* ein Kreis beschrieben, so ist er derjenige, durch dessen Drehung aus der verticalen Ebene in die perspectivisch-horizontale um die Axe *JK* die zu zeichnende Ellipse entstanden gedacht wird.

Vergleicht man Fig. 81 mit 82, so sieht man, dass die Construction der letzteren ganz allgemein ist, denn es gibt in der perspectivisch-horizontalen oder verticalen Ebene, welche normal auf der Bildfläche ist, jedesmal nur eine einzige Linie, welche geometrisch entweder horizontal oder vertical ist; alle anderen Linien sind schief, indem sie nach dem Hauptpunkte oder nach irgend einem andern Verschwindungspunkte convergiren.

Es sind also Fig. 82 *EF* und *GH*, ferner *JK* und *CD*, welche zu einander parallel gezogen wurden, nichts anderes als die zur Basis der Tafel gezogenen Parallelen, wenn man sich die Glastafel oder die Bildfläche in *EF* und in deren Verlängerung aufgestellt denkt. Daher ist auch dieser Fall auf den im §. 22, Fig 28 reducirt, wo dann die Construction der Ellipsenpunkte nach dieser oder jener Weise vorgenommen werden kann. Wie man aus Fig. 82 sieht, braucht man hierbei nur die vier Diagonalpunkte zu bestimmen, weil man schon dadurch, indem sie in verschiedener Höhe sind, im Ganzen 14 Punkte für die zu zeichnende Ellipse erhält.

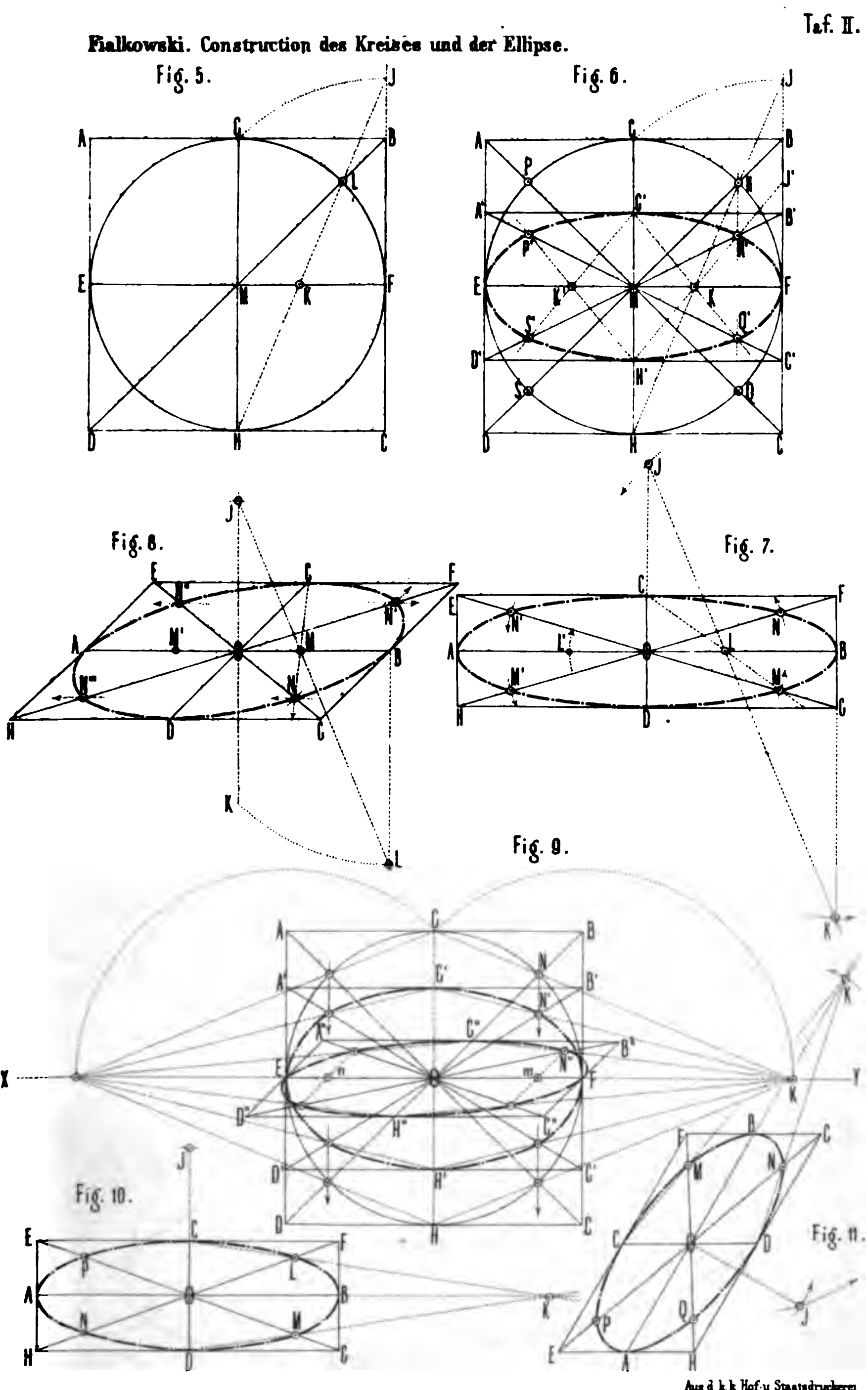
Es ist daher die Lösung der zuletzt vorgelegten Aufgabe, wie wir gesehen haben, selbst dann höchst einfach, wenn man den Durchschnittspunkt der beiden gegebenen Geraden auf der Zeichenfläche nicht erhalten kann, und die Richtung der beiden Axen beliebig ist.



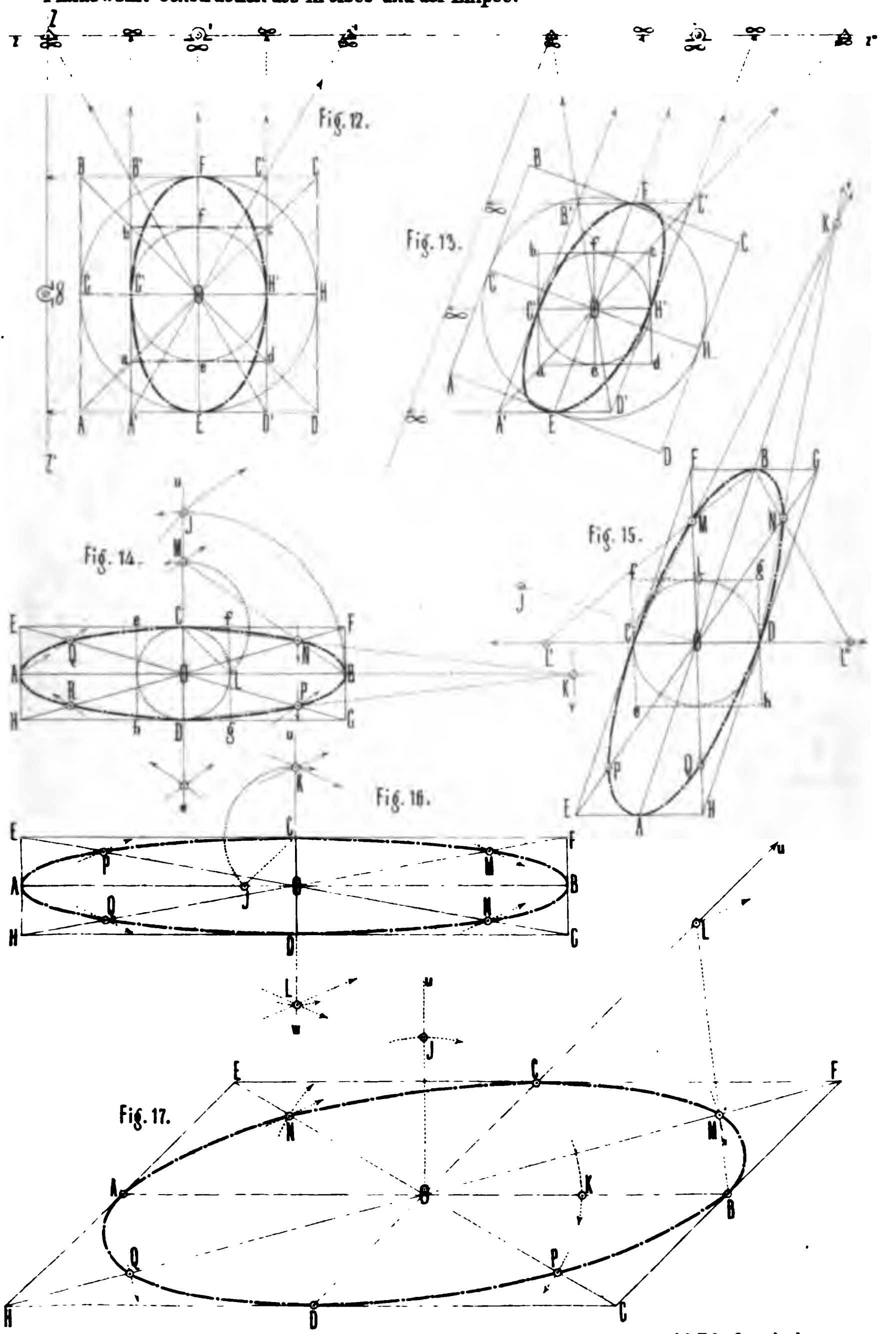
Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XVI. Bd. 1 Heft. 1855.

Fialkowski. Construction des Kreises und der Ellipse.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Fig. 18.

Fig. 23.

Fig. 19.

Fig. 20.

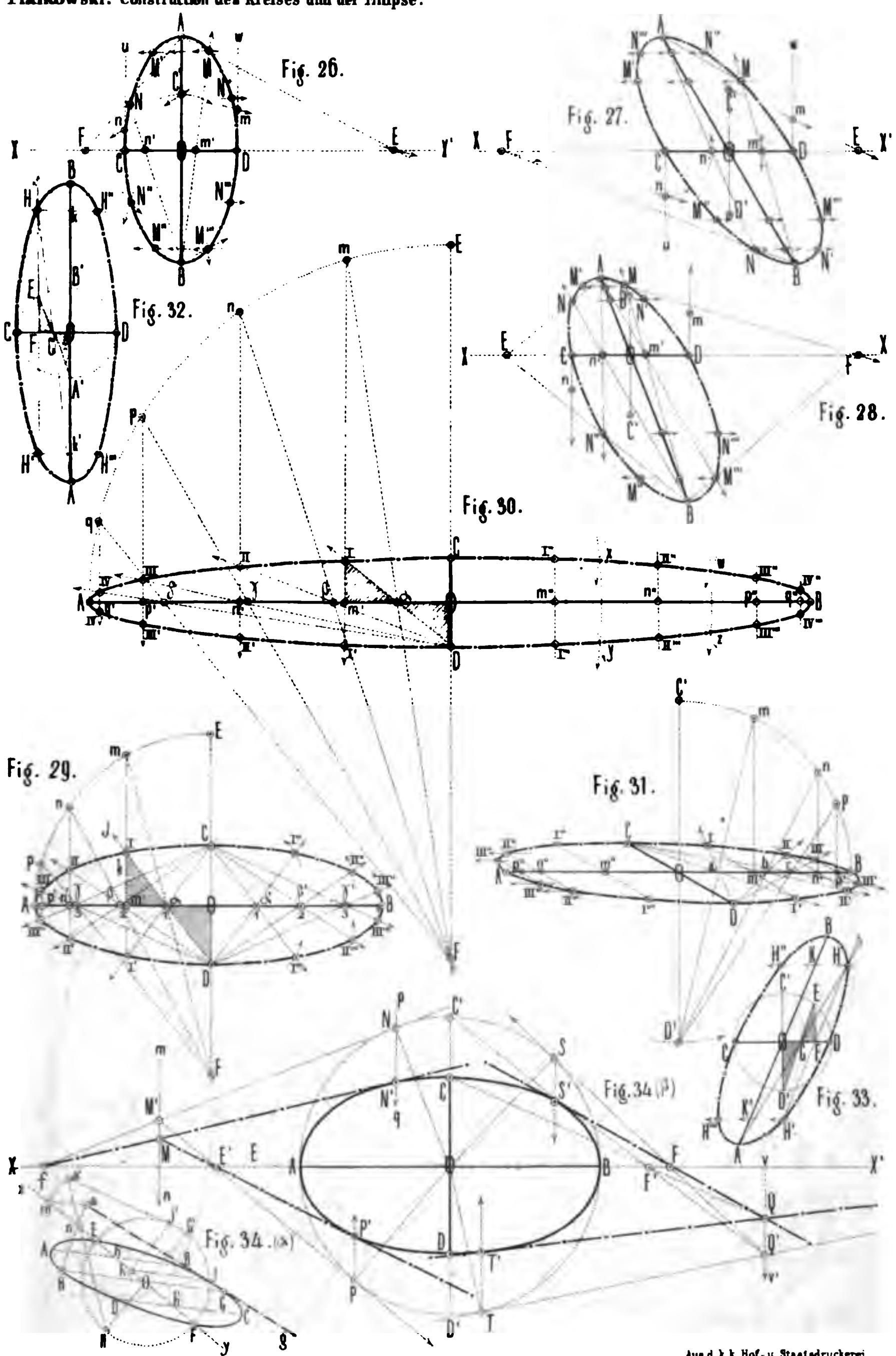
Fig. 21.

Fig. 24.

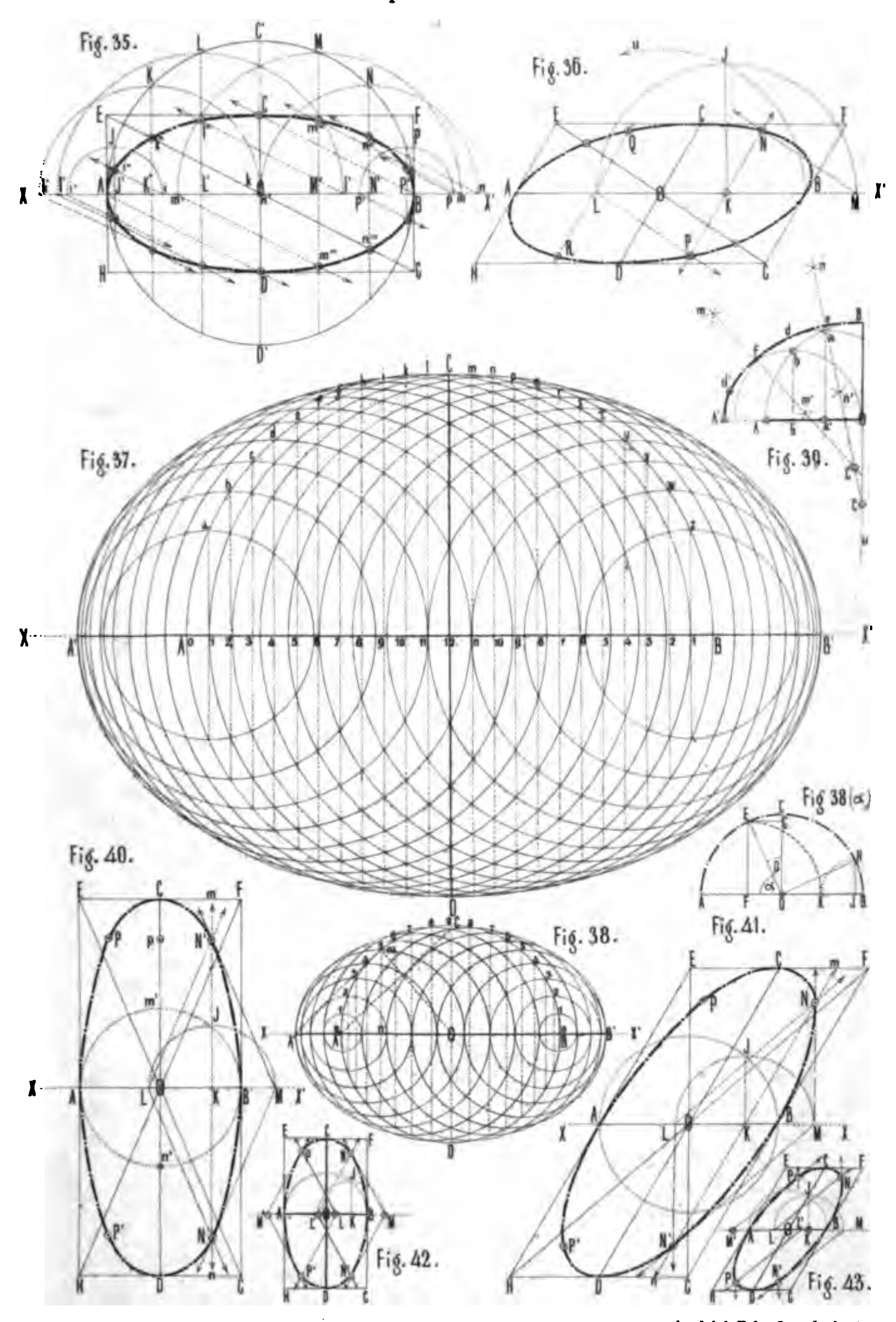
Fig. 22.

Fig. 25.

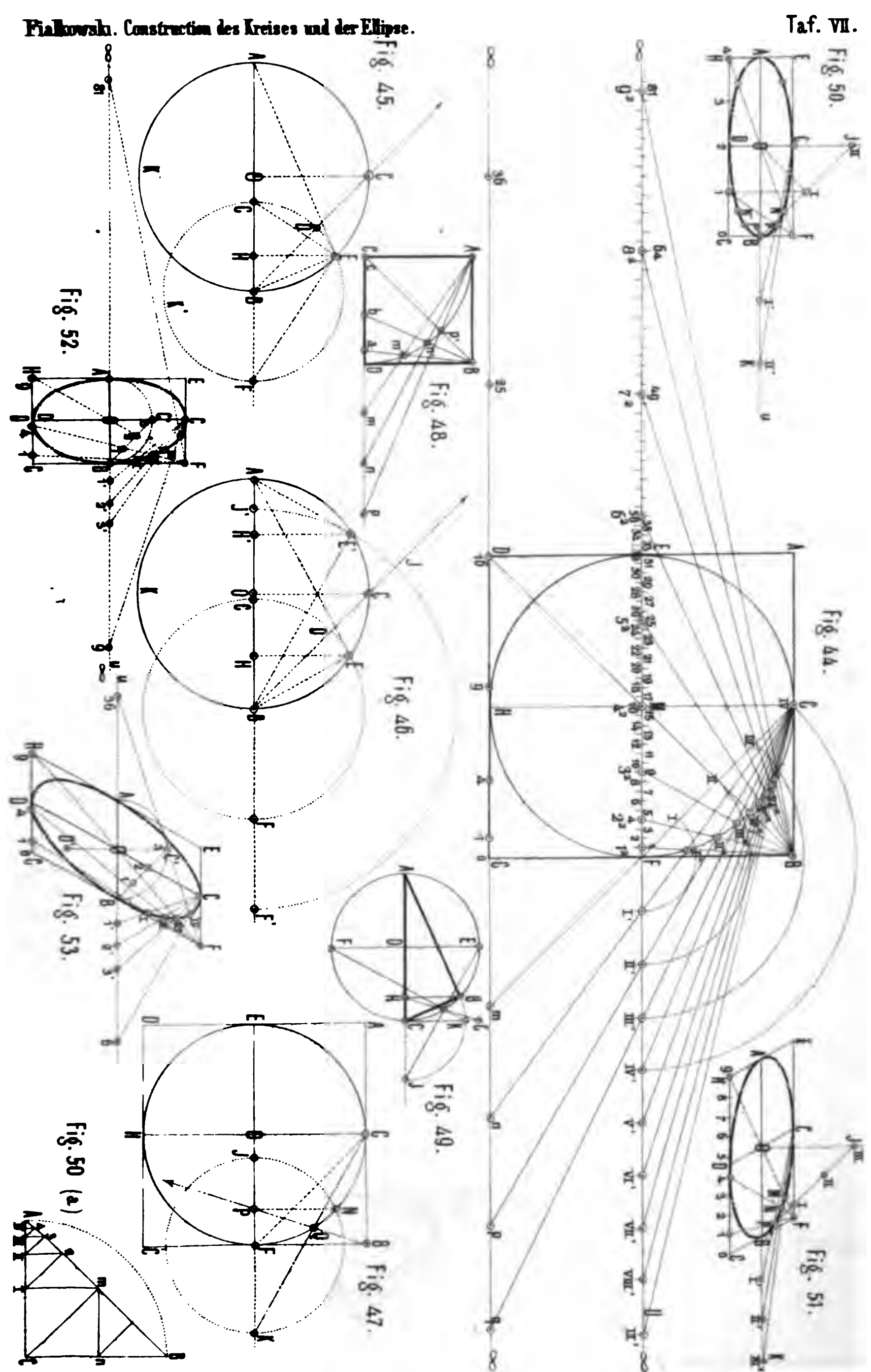
Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

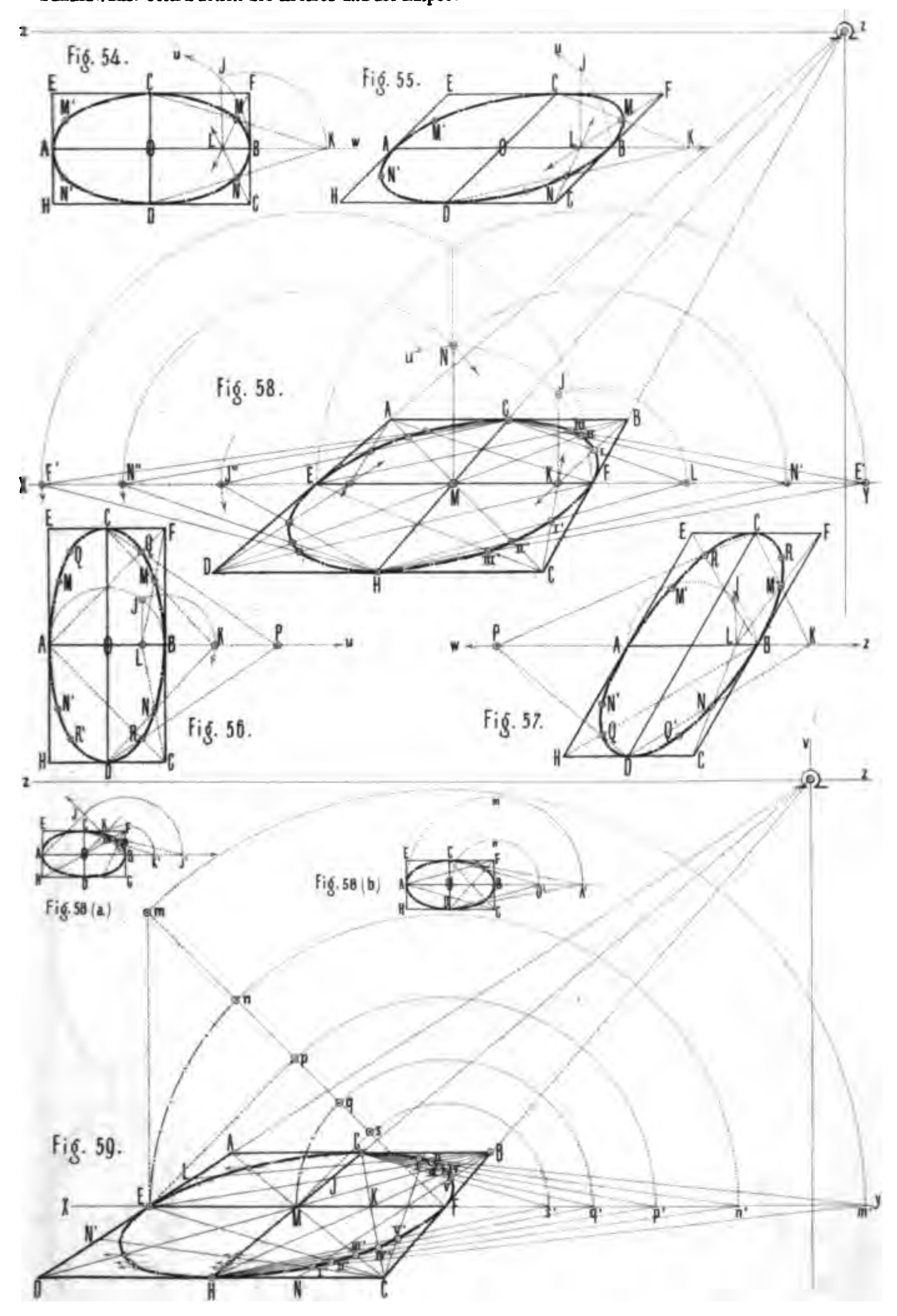


Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.



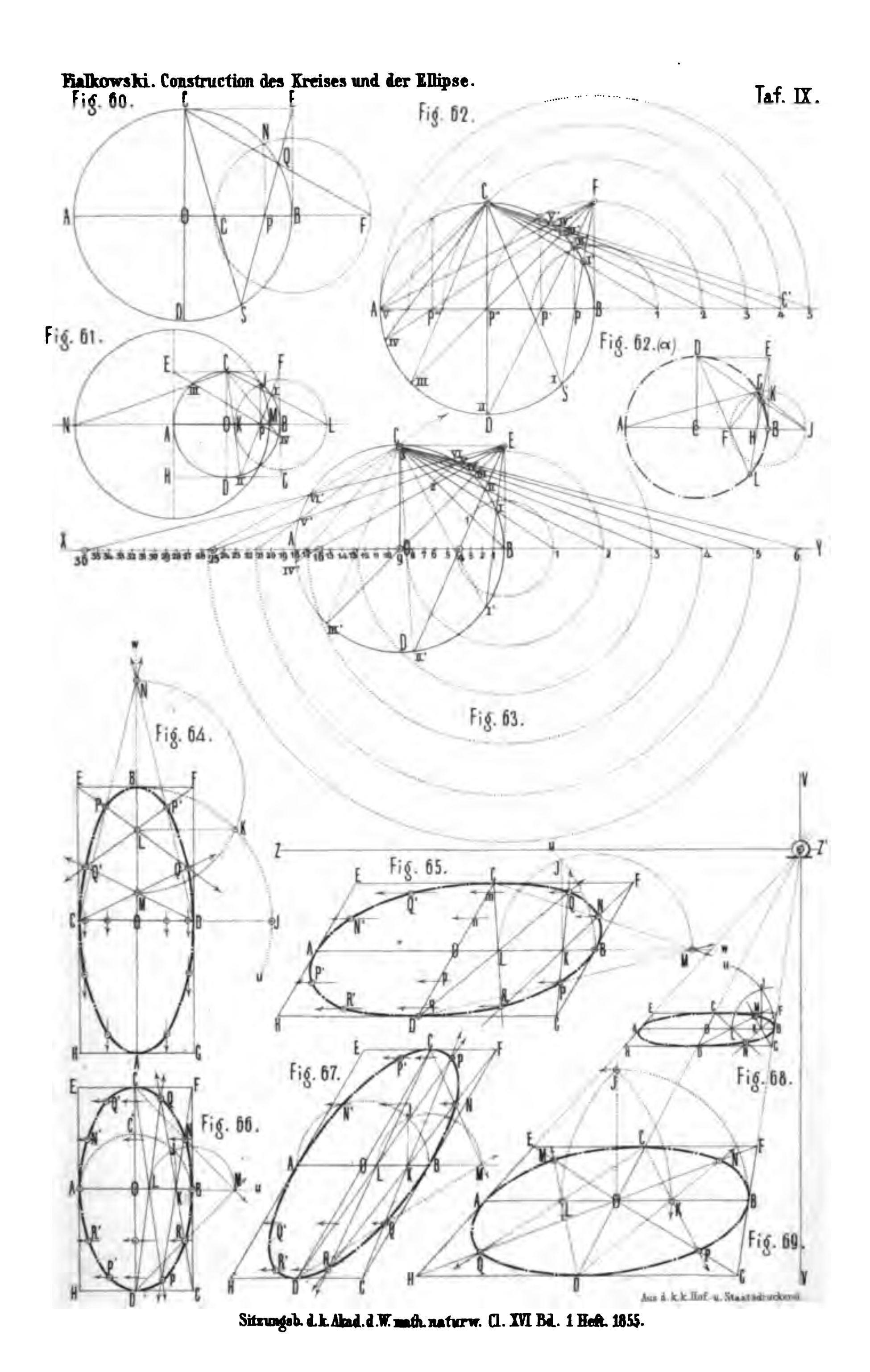
Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

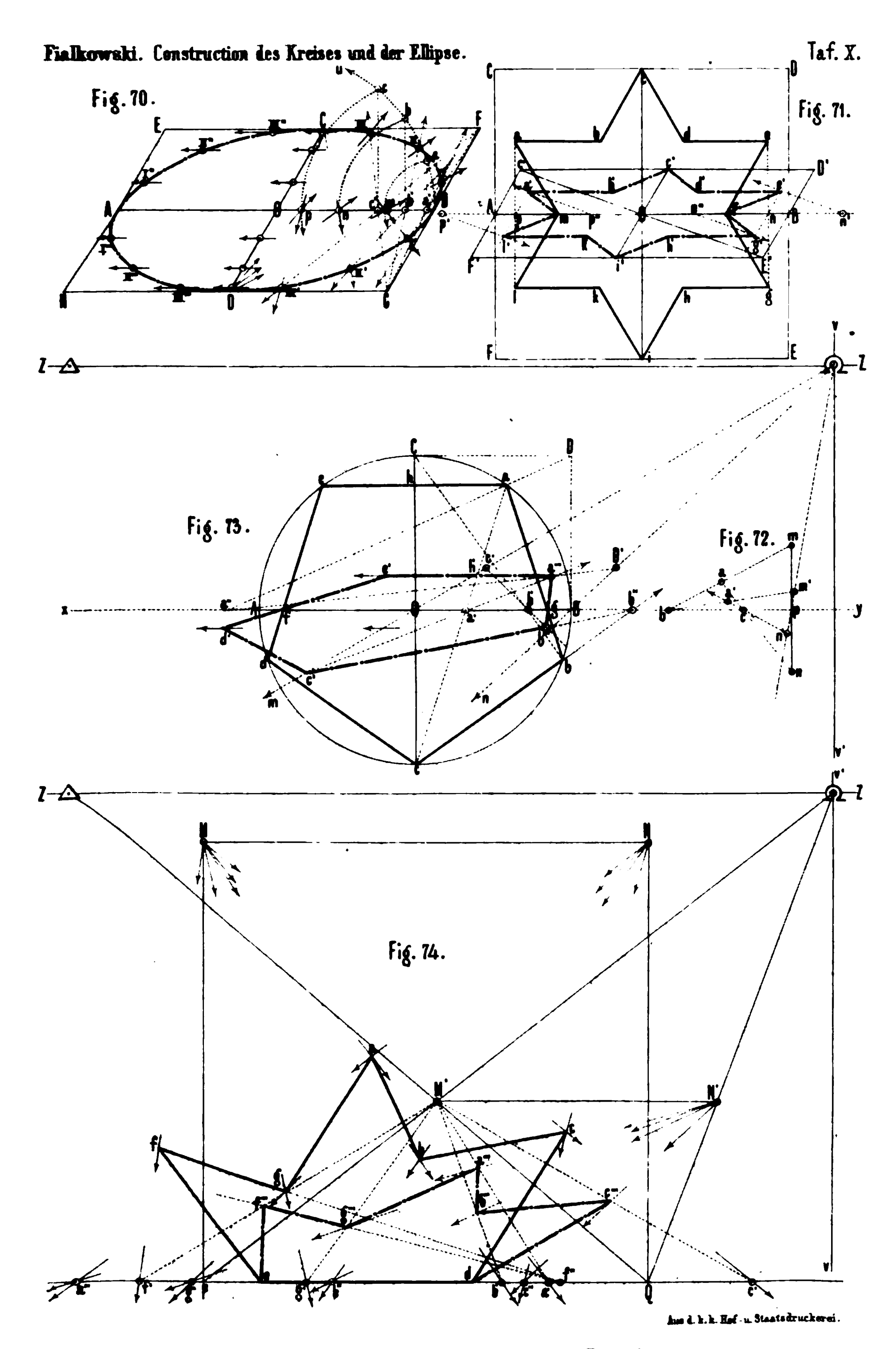




Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XVI Bd. 1 Heft. 1855.


Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 62. (α)
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66.
Fig. 67.
Fig. 68.
Fig. 69.
Aus d. k.k. Hof- u. Staatsdruckerei



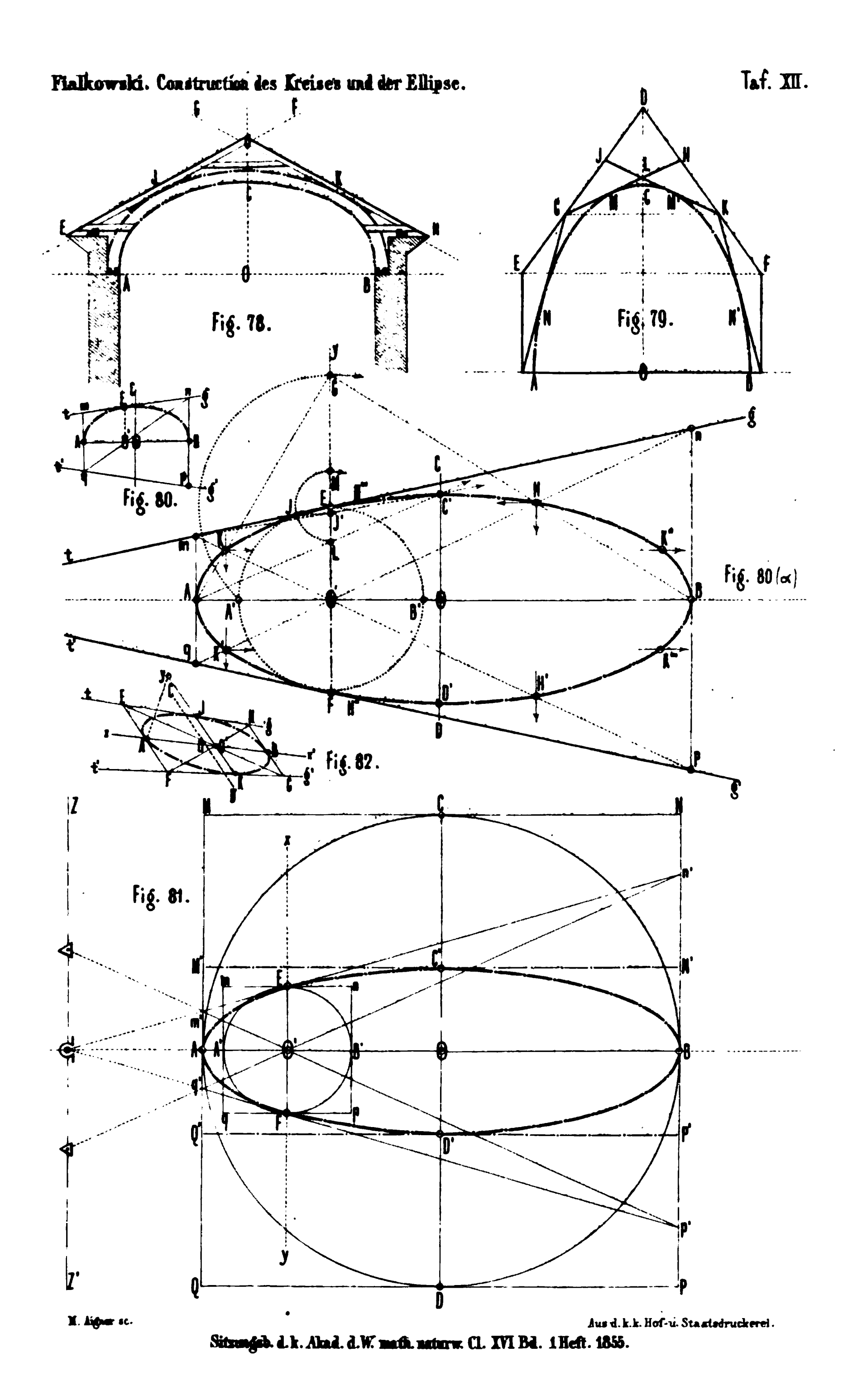
Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Fig. 75.

Fig. 76.

Fig. 77.

Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.



M. Aigner sc. Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Auf ähnliche Art würde man verfahren, wenn die kleine Axe und verschiedene Tangenten gegeben sind, wie dies Fig. 79 zeigt, wo zugleich die Anwendung dieser Aufgabe versinnlicht wird.

Da nun auch in diesem Falle die Construction der Ellipse ganz analog mit der im letzteren Falle angegeben ist, so finden wir es für überflüssig, selbe hier durchzuführen.

Dass sich aus den hier aufgestellten und bewiesenen Constructionen auch noch andere ableiten lassen, ist wohl nicht zu zweifeln, welches der Untersuchung der Wissenschaft anheimgestelll bleibt.

Die konische Refraction am Diopsid, nebst Bemerkungen über einige Erscheinungen der konischen Refraction am Aragon.

Von dem w. M. W. Haidinger.

1. Als Vorwort zu einer Mittheilung, die sich auf den Diopsid bezieht, bitte ich um Erlaubniss, wenn auch nicht für mich selbst, eine Reclamation zu erheben, veranlasst durch meine frühere Darstellung der Geschichte der Studien in Bezug auf die Lage der optischen Axen desselben [1]). Meinem hochverehrten Freunde Gustav Rose verdanke ich nämlich die Kenntniss der Thatsache, dass Herr Dr. Julius Wilhelm Ewald in Berlin bereits im Jahre 1837, also mehrere Jahre vor Herrn Professor Miller's Mittheilung in den *Cambridge Transactions* die Verhältnisse der optischen Axen des Diopsids mit vollständiger Genauigkeit dargestellt hat. Es geschah dies in seiner schönen Inaugural-Dissertation *De Crystallis duorum axium opticorum dissertatio optica*, die nur in lateinischer Sprache für sich veröffentlicht wurde, wovon aber leider keine Auszüge in die periodische wissenschaftliche Literatur übergingen.

Aber Herrn Dr. Ewald's Abhandlung enthält noch eine Angabe die als Berichtigung oder vielmehr als eine Ergänzung zu meiner früheren Angabe dienen kann, indem sie eine directe Beobachtung an die Stelle einer Schlussfolgerung stellt. Aus den Beobachtungen in Fig. 3 und Fig. 4 hatte ich nämlich für die Fig. 2 den Charakter

---

[1]) Pleochroismus einiger Augite und Amphibole. Sitzungsberichte d. kais. Akademie d. Wissensch. 1854. Bd. 12, S. 1074.

der optischen rothen und blauen Axenkeile combinirt und geschlossen, dass für beide Axen die rothen Keile innen, zunächst der Ersten Mittellinie oder optischen Elasticitäts-Hauptaxe liegen. Herr Dr. Ewald dagegen untersuchte unmittelbar eine senkrecht auf die Hauptaxe geschnittene Platte, in welcher sich beide Ringsysteme gut vergleichen liessen. Sie waren von gleicher elliptischer Gestalt, aber unterschieden sich doch dadurch von einander, dass bei dem einen der blaue, bei dem andern der rothe Keil zu innerst lag — *in altero systemate ruber, in altero caeruleus color ad interiorem partem versus est*. Pag. 25. Welche Lage übrigens diese beiden verschiedenen Farbenkeile in Bezug auf die Krystallaxe des Diopsids haben, ist hier nicht gesagt, und daher eine wünschenswerthe Aufgabe für spätere Untersuchung. Jedenfalls gebührt Herrn Dr. Ewald die Anerkennung, dass er es war, der zuerst den optischen Charakter der Diopsidkrystalle festgestellt hat.

2. Auch einer früheren Beobachtung der Idiostaurophanie des Diopsids muss ich hier gedenken, nämlich durch Herrn Biot, der vor langen Jahren die grünen Axenbüschel auf gelblichem Grunde wahrnahm, wie dies Herr v. Sénarmont in seiner schönen Arbeit über die künstlich gefärbten pleochromatischen Krystalle mittheilt [1]).

3. Noch ist die konische Refraction an wenigen Krystallen beobachtet worden. Man kennt sie vorzüglich am Aragon. Die Verhältnisse unter welchen sie erscheinen musste, waren zuerst theoretisch entwickelt, und sodann durch Versuche bestätiget worden, beides meisterhaft, das erste bekanntlich blos von der Fresnel'schen Voraussetzung der dreifachen Elasticität des Lichtäthers in drei senkrecht auf einander stehenden Richtungen ausgehend durch Sir William R. Hamilton [2]), den Entdecker der wahren Gestalt der Wellenfläche für die Fortpflanzung des Lichtes in zweiaxigen Krystallen, und namentlich der Tangentialkreise, welche die Axenpunkte umgeben, aus deren Dasein unmittelbar die Nothwendigkeit der konischen Refraction floss, das zweite durch Herrn Professor

---

[1]) *M. Biot a bien voulu mettre à ma disposition un échantillon de diopside vert où il les avait reconnues (ces phénomènes) depuis longues années. Expériences sur la production artificielle du polychroisme dans les substances cristallisées; par M. H. de Sénarmont. Annales de Chimie et de Physique, 3. série, t. XLI.*

[2]) *Third Supplement to an Essay on the Theory of Systems of Rays. Transactions of the Royal Irish Academy 1830—1835. Vol. 17, pag. 1.*

Humphrey Lloyd [1]), der durch die feinsten physicalischen Messungen die Wahrheit des mathematischen Ausspruches bestätigte. Gegenwärtig erscheint es uns allerdings als nicht möglich, dass die Bestätigung hätte fehlen können, dennoch war man seiner Zeit sehr darauf gespannt, und sie hat daher auch vieles Aufsehen erregt, billig durch die von allen Seiten entfaltete wissenschaftliche Tiefe und Hingebung dem so höchst anregenden Gegenstande, der so mächtig unter andern auch den Geist des grossen Physikers Plücker erfasste.

„Kein physicalischer Versuch hat einen solchen Eindruck auf „meinen Geist gemacht, wie der der konischen Refraction. Ein „einziger Lichtstrahl, der in einen Krystall eindringt und als Licht„kegel wieder heraustritt, das war eine unerhörte Sache, und ohne „alle Analogie. Herr Hamilton verkündete sie, von der Gestalt der „Welle ausgehend, die durch lange Rechnungen einer abstracten „Theorie abgeleitet war. Ich gestehe, ich hätte verzweifelt, ein so „ausserordentliches Ergebniss durch die Erfahrung bestätigt zu „sehen, welches einzig durch die Theorie vorausgesagt war, die „Fresnel's Genius neuerlich geschaffen hatte. Als aber Herr Lloyd „bewiesen hatte, dass die Versuche gänzlich mit Herrn Hamilton's „Vorhersagung übereinstimmten, musste jedes Vorurtheil gegen eine „so wunderbar gestützte Theorie verschwinden" [2]).

Die Beobachtungen wurden von Lloyd am Aragon durchgeführt. Sie sind leicht bis zu einer gewissen Ausdehnung anzustellen, wenn man sich einmal in der Krystallform orientirt hat. Herr Dr. Beer gibt ferner noch an: „Ich glaube behaupten zu können, die

[1]) *On the Phenomena presented by Light in its passage along the Axes of Biaxal crystals. Ibidem Vol. 17. I. 45.* — Poggend. Annalen 1833. Bd. 37, S. 91 u. 104.

[2]) *Aucune expérience physique n'a fait autant d'impression sur mon esprit que la refraction conique. Un rayon de lumière unique entrant dans un crystal et sortant sous l'aspect d'un cône lumineux : c'était une chose inouie et sans analogie. M. Hamilton l'annonçait en partant de la forme de l'onde, qui avait été déduite par de longs calculs d'une théorie abstraite. J'avoue que j'aurais désespéré de voir confirmer par l'expérience un resultat si extraordinaire, prédit par la seule théorie que le génie de Fresnel avait nouvellement créée. Mais M. Lloyd ayant démontré que les expériences étaient en parfaite concordance avec les prédictions de M. Hamilton, tout préjugé contre une théorie, si merveilleusement soutenue a dû disparaître. — Crelle, Journal für reine und angewandte Mathematik 19, S. 44. — Moigno, Répertoire d' optique moderne. T. I, pag. 97.*

„konische Refraction am Salpeter beobachtet zu haben" [1]). Ferner: „Eben so leicht wie beim Aragonit lässt sich die innere konische Refraction in einer Platte von doppeltchromsaurem Kali beobachten, die derjenigen Spaltungsfläche parallel ist, welche auf der einen optischen Axe ungefähr senkrecht steht" [2]). Das hohe Interesse, welches die erste Bestätigung erregte, ist nun freilich auf dieselbe beschränkt, und da sie nun von Herrn Dr. Beer bis zu den anorthischen Krystallen ausgedehnt ist, so würde auch der augitische Diopsid, dessen Symmetrie zwischen der des Aragons und des Chromsalzes liegt, kaum zu einer eigenen Mittheilung geeignet gehalten worden sein, wenn die Erscheinungen der konischen Refraction nicht gleichzeitig mit denen des Pleochroismus aufgetreten wären, durch welchen einige der Erscheinungen sehr an Deutlichkeit gewinnen, um derentwillen man sie vielleicht anziehend finden wird.

4. Während ich mit der Untersuchung der pleochromatischen Verhältnisse des Diopsids beschäftiget war, fiel mir der grosse Unterschied in den Angaben der Werthe für zwei Brechungsexponenten in Herrn Dr. Beer's Zusammenstellung den optischen Constanten zweiaxiger Krystalle [3]) auf, nämlich für die mittlere Brechung $\beta = 1{\cdot}680$ nach Miller, dagegen $\mu = 1{\cdot}378$ für ein unbestimmtes Brechungsverhältniss nach Jamin aus der Beobachtung des Haupteinfallswinkels. Je grösser der Winkel des bei der konischen Refraction gebildeten Kegels ist, um desto leichter musste die Beobachtung sein. Beim Aragon beträgt für die innere konische Refraction dieser Winkel 1° 55′ und doch stehen die Exponenten der stärksten und schwächsten Brechung nach Rudberg nur in dem Verhältnisse von $\alpha = 1{\cdot}69084 : \gamma = 1{\cdot}53264$, oder $\frac{\alpha}{\gamma} = 1{\cdot}103$. Beim Diopsid musste dieser Winkel viel grösser sein, da schon das Verhältniss des angegebenen $\beta : \mu = 1 : 1{\cdot}2122$ ist. An das idiostaurophane Zwillingskrystall-Stück *AB*, Fig. 1, von 8¾ Linien Länge zwischen zwei parallelen, senkrecht auf die Axe der gewöhnlichen Zwillinge geschliffenen Flächen *KA* und *BD*, wie es in meiner frühern Mit-

[1]) Einleitung in die höhere Optik, S. 369.

[2]) Ableitung der Intensitäts- und Polarisations-Verhältnisse des Lichtringes bei der inneren konischen Refraction. — Poggendorff's Annalen 1852. Bd. 85, S. 79.

[3]) Einleitung in die höhere Optik, S. 392.

theilung [1]) beschrieben ist, wurde einfach ein Stück schwarzes

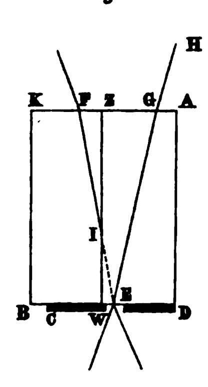


Fig. 1.

Papier *CD* mit einem feinen Nadelstiche bei *E* aufgeklebt, so dass der durch die kleine Öffnung *E* in der Richtung der optischen Axe *EG* hindurchdringende Strahl noch die Fläche *AK* traf. Eine Loupe auf dem Wege *GH* gehalten zeigte deutlich zwei Bilder von *E*, die mit grosser Leichtigkeit zum Zusammenfallen gebracht werden konnten, wobei sich alsogleich der Lichtring mit dem schwarzen Mittelpunkte ausbildete. Nach dieser leichten, schon von Lloyd angegebenen Methode hatte mir vor längerer Zeit Herr Regierungsrath v. Ettingshausen die innere konische Refraction an Aragonkrystallplatten gezeigt, namentlich an einer trefflichen zehn Linien dicken, von dem Mechaniker Hirschmann in Berlin gelieferten, zu dem Zwecke der Beobachtung in Messing gefassten Platte, die er mir nun zur Vergleichung mit den Ergebnissen des Diopsids freundlichst mittheilte. Eine nur wenig dünnere Platte von Aragon hatte Herr Professor v. Nörrenberg während einer Anwesenheit in Wien für Herrn v. Ettingshausen eigenhändig geschliffen.

Auch in der Richtung *FE* entlang der optischen Axe des durch die Zwillingsflächen *ZW* von dem *AD* getrennten andern Individuums *KB* des Zwillingskrystalles sah man deutlich den Lichtring, wenngleich nur der Theil *FI* der Axe ihn in dieser Richtung besitzt, und zwischen *I* und *E* nur ein Compensationsprisma aus dem andern Individuum *AE* bestehend liegt.

Schon in der schönen Lloyd'schen Abhandlung sind die Erscheinungen der verschiedensten Art beschrieben, namentlich auch solche Untersuchungsmethoden gewählt, um die Erscheinungen der innern konischen Refraction und die der äussern von einander getrennt übersehen zu können, den aus dem Krystall heraustretenden cylindrischen Lichtstrom der ersten und den konischen Lichtstrom der zweiten.

---

[1]) Pleochroismus einiger Augite und Amphibole. Sitzungsberichte d. kais. Akademie d. Wissensch. 1854. Bd. 12, S. 1074.

Auf einem Schirme aufgefangen, oder auf die Netzhaut projicirt ist im vollkommensten Zustande das eine wie das andere ein heller Ring oder Kreis. Dem „einfachsten und interessantesten Falle, wo eine kreisförmige ebene Welle von geringem Durchmesser auf eine dicke Krystallplatte senkrecht, und in der Richtung der optischen Axe auffällt“ [1]), ist auch für die innere konische Refraction die oben angeführte Abhandlung des Herrn Dr. Beer gewidmet.

Bei dem Diopsid erscheinen die zwei Bilder der Loupe verschiedenfarbig, das eine gelb das andere grün, in dem Lichtringe war der Unterschied der einen Seite von der andern zu sehr verwaschen, um noch deutlich gesehen zu werden, es schien mir wünschenswerth zuerst ihre gegenseitige Lage genauer festzuhalten, da jede der Farben mit einem bestimmten Polarisationszustande verbunden ist, und die Kenntniss der Lage der Farben auch einige Einsicht in die Kentniss der Lage der Polarisationsrichtungen geben konnte.

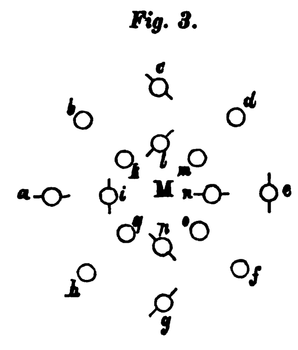
Fig. 2.

Man sehe immer wie in Fig. 1 mit der Loupe in *H*, nach dem Punkte in *E* hin, und wähle zum Anfange der Untersuchung die Lagen in der Ebene der Axen, also Fig. 2 von *G* gegen die Zwillingsfläche *Z*, und sodann von *G* von der Zwillingsfläche weg gegen *A* fortschreitend. Dort wie hier erhält man zwei Bilder der Lichtöffnung bei *E*, aber gegen die Zwillingsfläche *Z* zu ist das von der Axe *GE* entferntere Bild *a* grün, das nähere *i* gelb, gegen die Seite *A* zu ist das nähere Bild *n* grün, das entferntere *e* ist gelb. Die optische Axe zeigt also in Beziehung auf den Endpunkt *G* gerade den entgegengesetzten Charakter nach beiden Seiten zu in der Ebene der beiden optischen Axen, je nachdem an diesen Seiten die rechtwinkeligen Axen der kleinsten und grössten Elasticität *BE* und *CE* liegen, wo *BE* die Hauptaxe oder erste Mittellinie ist, und *CE* die zweite Mittellinie. Übrigens ist jedes der gelben Bilder senkrecht auf die Ebene

---

[1]) Beer, Poggendorff's Annalen 1852. Bd. 85, S. 67.

Fig. 3.



der Axen polarisirt, jedes der grünen in der Ebene der Axen. Das Grün der letztern ist also senkrecht auf die Axe der mittlern Geschwindigkeit polarisirt, und gehört also auch als Farbe zu dieser Axe, und zu dem von Miller angegebenen Brechungs-Exponenten 1·680.

Die Lage und Polarisation von *a*, *i*, *n* und *e*, ist auch in Fig. 3 als Grundansicht gegeben. Von der Axe ausgehend und senkrecht auf die Ebene der Axen untersucht, also in den sogenannten Kreisschnitten des Wellen-Ellipsoides sind die Bilder *c* und *l* ebensowohl wie die *g* und *p* vollkommen gleichfarbig, gelblichgrün, sie sind auch wie jede der beiden verschiedenfarbigen Bilderpaare senkrecht auf einander polarisirt, aber die Polarisationsrichtungen stehen nicht senkrecht oder parallel den Kreisschnitten, sondern sie machen mit denselben Winkel von 45°. Dies folgt augenscheinlich schon aus dem Umstande, dass die Polarisationsrichtung von *a* beginnend, wo sie in der Ebene der Axen liegt, für das äussere Bild, durch *b*, *c*, *d* herumgeführt in dem Bilde *e* wieder senkrecht auf der Ebene der Axen steht. Das Bild hat in Bezug auf den Mittelpunkt *M* einen Winkel von 180° beschrieben, die Polarisation nur einen Winkel von 90°. Bei 90° Drehung des Bildes ist also die Polarisationsrichtung nur um 45° gedreht.

Für diese und die dazwischen liegenden Bilder	ist die Drehung	und die Polarisationsrichtung
a	0°	0°
b	45°	22° 30′
c	90°	45°
d	135°	67° 30′
e	180°	90°

Ganz das Gleiche gilt für den andern äussern Halbkreis, durch *a*, *h*, *g*, *f* nach *e*; und ebenso für die beiden innern Halbkreise *n*, *o*, *p*, *q*, *i* und *n*, *m*, *l*, *k*, *i*. Den Polarisationsrichtungen entsprechend, gehen die Farben allmählich den erwähnten Halbkreisen folgend von *a* bis *e* aus Grün in Gelb, von *i* bis *n* von Gelb in Grün über. Man sieht leicht, dass die Polarisation dieser nur wenig ausserhalb des Berüh-

rungskreises welcher die Axe *GE* umschliesst, untersuchten Bilder vollkommen mit der schönen Darstellung der Polarisation auf der Peripherie des Berührungskreises der Wellenfläche, so wie mit der Figur übereinstimmt, welche von Beer in Fig. 176, 2 gegeben ist.

Es ist dies das Gesetz der konischen Polarisation wie es Hamilton[1]) für innere und äussere konische Refraction entwickelt, und auch Lloyd seinerseits wieder durch Versuch gefunden und bestätiget hat. Es zeigt sich hier durch die Austheilung der dichromatischen Farbentöne nur noch anschaulicher gemacht.

5. Die Beobachtung dieser Bilder geschah in der deutlichsten Sehweite durch eine Loupe, bei einer Entfernung, in welcher genau in der Richtung der Axe die Bilder in den Lichtring zusammenflossen. Das Auge und die Loupe näher an den Krystall oder entfernter gehalten gab keinen Ring, sondern einen hellen inneren Punkt von einem dunkeln Ring umgeben, der selbst wieder von einem hellern aber etwas weniger lebhaften Streifen umfasst wird. Später verglich ich die Erscheinungen mit gleichartigen am Aragon. Manches fiel mir auf, über das ich mich gerne belehrt hätte, doch fand ich nicht genügende Auskunft. Eine grössere Arbeit über den Gegenstand zu unternehmen, liegt mir auch zu ferne, da sie doch mancherlei Hilfsmittel erfordert, die weder zur Hand noch schnell vorzubereiten sind; doch möchte ich auch nicht gerade verschweigen, was mir merkwürdig schien, um vielleicht anderwärts als Anregung zu einer Reihe von Forschungen zu wirken, die das höchste Interesse gewährten.

Fig. 4.

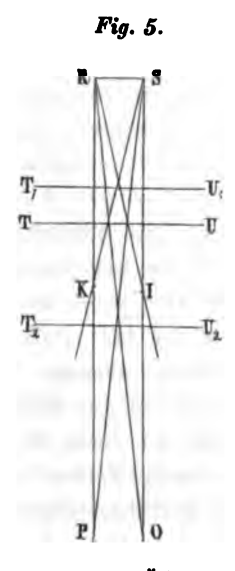
Bei der oben angewendeten Art der Beobachtung, einfach durch die Loupe hat man eigentlich, wenn sich der Ring vollständig bildet die äussere und innere konische Refraction zugleich zu einer einzigen Figur zusammenwirkend.

[1]) A. a. O., S. 138 u. ff.

Es sei nämlich in der Fig. 4, auf der Ebene des Kreisschnittes des Wellen-Ellipsoides verzeichnet, *ABCD* die senkrecht auf die Axe *FL* (secundäre optische Axe, *Cusp ray*, Hornstrahl) geschnittene Krystallplatte, *EF* sei der Weg einer senkrecht gegen *AB* fortschreitenden kreisförmigen ebenen Welle von geringem Durchmesser, so besteht gewiss das Ergebniss der innern konischen Refraction aus den zwei Wegen der in zwei Richtungen gebrochenen Welle *FG* und *FH*. Wo sie aus der Krystallplatte heraustreten beginnt der Lichtcylinder *GHIK*. Eine ebene kreisförmige Welle, die im Innern des Krystalles den der Axe parallelen Weg *FL* zurücklegt, verlangt zu ihrer Bildung vermöge der äussern konischen Refraction eine unendliche Anzahl von Wellen im Durchschnitte hier durch *MF* und *NF* angedeutet deren Wege kegelförmig in *F* zusammentreffen. Bei *L* verlassen die Wellen wieder die Krystallplatte, und ihre Wege gehen dem Einfallskegel parallel weiter fort im Durchschnitte in den Richtungen *LO* und *LP*. Eine Projection in der Entfernung *RS* würde den vollen Lichtring zeigen. Zwei concentrische Ringe würden sowohl für die Entfernung R_1 S_1, als auch für die Entfernung R_2 S_2 erscheinen. Im Einzelnen wurden diese beiden Erscheinungen bereits von Lloyd nachgewiesen, die kegelförmige Ausdehnung der äussern, der gleichbleibende Durchmesser des Cylinders der innern konischen Refraction. Die Divergenz des äussern Kegels ist sehr unbedeutend (2°56′51″), ebenso auch die Divergenz des Innern (1° 55′), durch dessen Einfluss der Cylinder gebildet wird. Schon die Krystalllinse bringt die Erscheinungen zur Convergenz und dadurch zur Projection auf der Netzhaut. Die erstere wird durch die Loupe vermehrt, und man sieht Alles grösser und deutlicher; sehr schöne Bilder sah ich auch durch ein Mikroskop bei 56facher Linearvergrösserung. Auch Herr Regierungsrath v. Ettingshausen hatte die Ringe durch ein Mikroskop mit ähnlicher schwacher Vergrösserung untersucht.

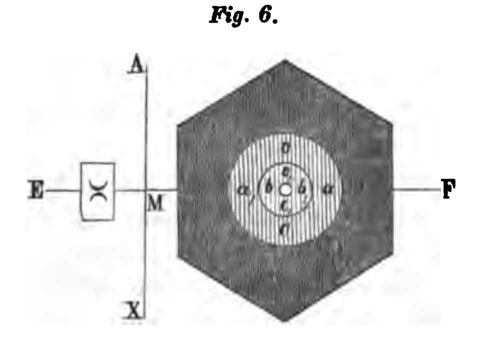
Der Einfachheit wegen bei der Entfernung *RS*, Fig. 5, beginnend, bringt man die Strahlen des Cylinders früher zur Convergenz nach *SK* und *RI*, Fig. 5, während der vorher divergirende äussere Kegel zu der späteren Convergenz nach *RO* und *SP* kommt. Die Lage der Netzhaut in *TU* empfängt das Bild eines von der innern und äussern Refraction gebildeten scharf begrenzten Ringes. Bei der Lage T_1 U_1 ist dieinnere helle Scheibe durch die innere, der

Fig. 5.



mehr verwaschene umgebende Ring durch die äussere konische Refraction gebildet; bei der Lage T_2 U_2 umgekehrt die helle Scheibe durch die äussere Refraction, der umgebende mehr verwaschene Ring durch die innere. Setzt man den Anfang, die Aufnahme des Bildes durch den Convergenz-Apparat, die Loupe, oder das Auge ohne Loupe näher und näher an *CD*, Fig. 4, den Austritt der Strahlen aus der Krystallplatte, so fasst man auch den Kegel der äussern Refraction immer näher an der Spitze, indem man sich mehr und mehr dem Punkte *L* nähert. Die Grenze dieser Erscheinungen ist, wenn man das Auge unmittelbar an den Krystall hält, zu innerst eine der entgegenstehenden Öffnung ganz gleiche kleine helle Scheibe, offenbar das Ende des Kegels der äussern konischen Refraction selbst, weil das Auge unmittelbar an der Spitze desselben sich befindet, und sodann zwei concentrische schwach beleuchtete Kreisflächen, welche durch die doppelte Strahlenbrechung nach den sämmtlichen einfallenden Richtungen hervorgebracht werden, welche von dem Winkel der Grösse der Pupille abhängen. Es sei in Fig. 6, *EF* die Projection der die Ebene der Axen und zur Orientirung *AX* die Projection der auf der Ebene der Axen senkrecht stehenden Ebene durch die Mittellinie, oder die Projection der Axe der mittleren Elasticität. Die Figur

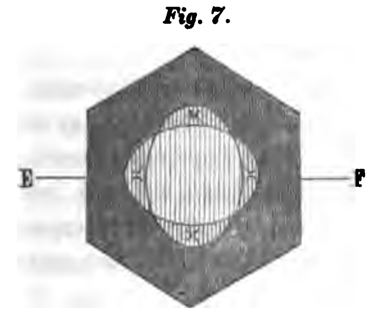
Fig. 6.



gibt eine Idee der eben beschriebenen Erscheinung, doch nur unvollkommen, weil die Beweglichkeit der Natur fehlt, durch welche bei der geringsten Neigung der Krystallplatte in der Richtung der Ebene der Axen zu beiden Seiten der helle Punkt aus der Mitte sich nach seitwärts bewegt, und das Ganze das Ansehen von zwei mit ihrer Spitze vereinigten Kegeln erhält, deren Basen die

Kreise sind, die übrigens bei stärkerer Neigung ebenfalls in andere, nämlich in elliptische Formen übergehen. Sieht man genau in der Richtung der Mittellinie hin, so gewahrt man zwei deutlich über einander liegende elliptische Flächen Fig. 7, aber keine helle Scheibe mehr. Die letzte fehlt, weil kein, aus Wellen von allen Seiten zusammengesetzter Lichtstrom vorhanden ist, wie in der Richtung der Axe *FL* in Fig. 4.

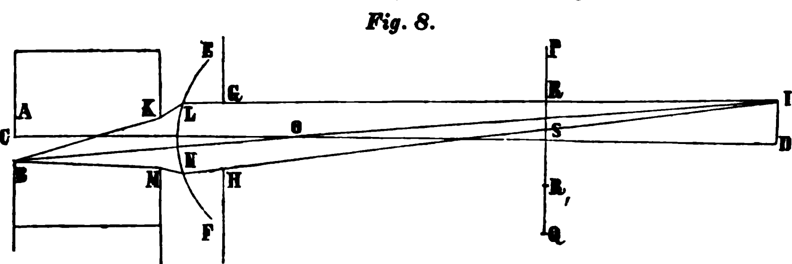
Fig. 7.



Die Polarisationsrichtung der über einander liegenden Ellipsenflächen geht der grossen Axe derselben parallel; wo sich die Flächen der beiden decken, ist der Lichtstrom in den zwei senkrecht auf einander stehenden den vorigen entsprechenden Richtungen polarisirt.

Beide Erscheinungen, Fig. 6 und 7, erklären sich leicht aus der Betrachtung des Vorganges im Krystall und im Auge.

Fig. 8.



Es sei *AB* Fig. 8 die Lichtöffnung in der von dem Auge abgewendeten Seite der Krystallplatte, *CD* die Gesichtsaxe der Krystalllinse *EF* mit der Pupille *GH*. Das Bild des Punktes *B* an der Grenze der eintretenden Lichtwelle entsteht jenseits des Durchkreuzungspunktes *O*, in dem Punkte *I*, durch die Gesammtwirkung der Strahlen, welche zwischen *G* und *H* eintraten. Für *G* wird der Strahl *BK* beim Austritte aus dem Krystall in die Luft vom Loth abgelenkt nach *KL*, und dann wieder zum Loth gebrochen bei *L*. Auf der entgegengesetzten Seite der Pupille ist auf gleiche Weise der Weg der Wellengrenze *BMNI*. Je grösser der Brechungsexponent des Krystalls ist, um desto stärker die Ablenkung bei *K* und *M*, desto stärker also auch die Divergenz der beiden Linien *KL* und *MN*, und desto grösser

auch die Entfernung des Punktes *I* von der Pupille *GH*. Aber die Netzhaut empfängt die Strahlen schon in der Lage *PQ*. Statt eines Bildes *I*, dem Rande *B* der bei *AB* eintretenden Welle angehörig, erhält die Netzhaut den über eine der Gestalt der Pupille entsprechende Scheibe *RS* verbreiteten Eindruck.

Dem entgegengesetzten Rande *A* entspricht der Projection auf der Netzhaut ein dem *R* gegenüber liegender Punkt R_1, zwischen welchem und *R* auf der Netzhaut eine der Pupille entsprechende gleichförmig beleuchtete Scheibe entstehen muss, während jenseits *R* und R_1 Alles dunkel bleibt. Je grösser der Brechungsexponent, desto grösser folglich auch der Durchmesser der beleuchteten Scheibe.

Die zwei concentrischen einander durchkreuzenden Ellipsen, Fig. 7, in der Richtung der Mittellinie entstehen durch den Einfluss der doppelten Strahlenbrechung. In einem isotropen Mittel wäre nämlich z. B. in Luft, das Bild der kleinen Lichtöffnung *AB* auf der Netzhaut die grössere, weniger stark beleuchtete Scheibe *RS*.

Längs der Mittellinie der doppeltbrechenden Platte gesehen werden die Durchschnitte der Lichtkegel auf der Netzhaut, oder die Grenzen der Welle den Hauptschnitten der Wellenfläche entlang durch die Maxima der Entfernungen vom Mittelpunkte der Erscheinung und von einander bestimmt, der mehr abgelenkte Strahl bringt den Endpunkt der grösseren, der weniger abgelenkte den der kleineren Axe jeder der beiden kreuzweise gegen einander liegenden Ellipsen hervor.

Die eine Ellipse wird so durch die innere, die andere durch die äussere Schale der Wellenfläche gebildet, die Polarisation jeder derselben findet in der Richtung der grossen Diagonalen Statt, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man eine Turmalinplatte vor die Öffnung *AB*, Fig. 8, in den beiden senkrecht aufeinander stehenden Richtungen hält. Die Polarisationsrichtung der einen Ellipse steht also senkrecht auf der Polarisationsrichtung der andern.

Man unterscheidet leicht, dass die Erscheinung der beiden Ellipsen, obwohl gleichzeitig auf der Netzhaut, doch eigentlich die eine hinter der andern liegt, denn wenn man die Mittellinie einen kleinen Winkel mit der Sehrichtung einschliessen lässt, indem man die dem Auge zunächst liegende Seite der Krystallplatte ein wenig vom Auge wegwendet, so weicht die scheinbar dem Auge nähere

Ellipse in eben derselben Richtung vor der entfernteren weg, welche ihren Platz behauptet. In der hier betrachteten Lage ist diejenige Ellipse, deren grössere Axe in der Ebene der optischen Axen der Aragonplatte liegt, die scheinbar entferntere, diejenige, deren grössere Axe senkrecht auf der Ebene der optischen Axen steht, die scheinbar nähere. Indessen wirken sie doch ungeachtet ihrer kreuzweise gegen einander liegenden Polarisation nicht auslöschend wie zwei Turmalinplatten, sondern die der einen angehörigen Schwingungen gehen ungehindert neben denen der andern in dem dipolarisirten Lichtstrome fort.

Man kann von dem Punkte der einander deckenden Ellipsen, Fig. 7, ausgehend, durch allmähliche Drehung der Krystallplatte in der Ebene der Axen, ohne das Auge zu verwenden bis zu der Erscheinung Fig. 6, gelangen. Auch hier gibt die flachkegelförmige Vertiefung in den Axenpunkten der Wellenfläche die zwei divergirenden auf einander folgenden Richtungen der Wellen, von der Axenspitze *(cusp)* beginnend kreisförmig längs der innern und äussern Schale. Die in die Krystallplatte eintretende Welle ist kreisrund, der doppelte concentrische Austritt aus derselben ebenfalls, und gleichfalls auch der Eintritt der divergirenden Wellen in die Pupille, welche also nach den zwei Geschwindigkeiten des Lichtes am Rande der Welle auch zwei aber concentrische kreisförmige Bilder auf die Netzhaut bringt. Die Polarisation findet nun nicht mehr in zwei senkrecht auf einander stehenden Richtungen Statt, sondern sie stimmt ganz, wie es auch nicht anders sein kann mit der Polarisation des Ringes selbst überein.

Man halte von der Mittellinie beginnend eine Turmalinplatte jenseits der kleinen Lichteintrittsöffnung, so dass die Polarisationsrichtung des durch die Turmalinplatte hindurchgehenden Lichtes in der Ebene der zwei optischen Axen der Krystallplatte liegt. Die innere Seite der äussern Kreisscheibe, zunächst der Mittellinie, a_1 wird gänzlich absorbirt, und verschwindet also im Gesichtsfeld, die Seite a der äussern Kreisscheibe bleibt hell, auch die obern und untern Räume c und c; von der innern Kreisscheibe wird dagegen b_1 dunkel und b bleibt hell, eben so wie c_1 und c_1 genau wie dies die oben bei Fig. 3 erwähnte konische Polarisation Hamilton's verlangt.

6. Selbst bei einigen etwas dunkler gelb gefärbten Aragonplatten bemerkt man eine, den zwei nicht sehr von einander verschiedenen

Farbentönen der Elasticitätsaxen entsprechende Farbenverschiedenheit in den beiden Bildern. Ich versuchte die Lichtströme durch kräftigere Farbentöne polarisirten Lichtes bei starker Erhellung zu färben, was auch in der That sehr leicht gelang, indem ich vor die kleine Lichtöffnung eine angemessene Vorrichtung klebte, und zwar nahm ich eine Platte von Andalusit mit einer Platte von Cordierit dergestalt combinirt, dass die helleren Töne absorbirt waren. Das noch hindurchfallende tiefe Violett zerfällt in der dichroskopischen Loupe in zwei senkrecht auf einander polarisirte Töne, blutroth und berlinerblau. Man hatte nun ganz ähnlich der Erscheinung des natürlichen pleochromatischen Diopsids, in Fig. 3, aber in viel lebhaftern, schönern Farben, die Gegensätze von Roth und Blau in der Ebene der Axen, mit dem Violett des Übergangs in der Ebene senkrecht auf dieselbe. Von den zwei Ellipsen in Fig. 6 war die eine roth, die andere blau, die Farben der Kreisscheiben in Fig. 7 zeigten sich analog den Erscheinungen bei Anwendung des Turmalins, gerade so, wie auch der eigentliche Ring in der günstigsten Beleuchtung doch noch die Verschiedenheit der Farbentöne zu beiden Seiten in der Ebene der Axen erkennen liess. Alle diese Erscheinungen erforderten indessen grosse Aufmerksamkeit bei der blosen Anwendung der Loupe. Im Mikroskop hat man sie deutlicher und auch mehr in der Hand. Aber die stärkere Vergrösserung erfordert tiefere Farbentöne der färbenden Platten, und stärkeres Licht, um ihre Wirkung sichtbar zu machen, weil sie dann überhaupt zu viel Licht absorbiren, So wurde die Farbe des Cordierits beinahe zu einem milchweissen nur wenig blaulichen Tone verdünnt.

7. Es lag sehr nahe, die Bilder des Mikroskops durch eine Doppelspathplatte zu betrachten, namentlich in derjenigen Stellung, wo die Polarisation der nun sichtbaren beiden Bilder mit der Ebene der Axen, und der auf diese Ebene senkrechten Ebene übereinstimmen. Es trennten sich nun sehr schön die beiden nahe mondsichelförmigen Bestandtheile des eigentlichen Ringes zunächst der Mitte, der Ebene der Axe angehörig, von den beiden am meisten contrastirenden Farben durch die gemischte gegen die Spitzen zu in die entgegengesetzte übergehend. In der Ebene der Axen sind nämlich die Farben vollständig getrennt, und ihre Polarisation stimmt, dem Gesetze der konischen Polarisation entsprechend mit der Polarisation der beiden Doppelspathbilder überein, während in der Ebene senkrecht auf die

Ebene der Axen beide Farben gemischt sind, aber auch die zwei vorhandenen Polarisationsrichtungen beide Ebenen unter Winkeln von 45° schneiden.

8. Die bisherigen Wahrnehmungen, obwohl sie bereits die beiden senkrecht auf einander stehenden Ströme des polarisirten Lichtes in verschiedenen Farbentönen unterscheiden liessen, zeigten diese doch gewöhnlich viel matter als man sie erwartet hatte, weil durch die Absorption der Platten viel Licht verloren ging, und die Vergrösserung selbst die Töne in ihrer Intensität herabstimmte. Aber eine senkrecht auf die Axe geschnittene Quarzplatte, unter den analysirenden Kalkspath auf das Mikroskop gelegt, musste die schönsten der Dicke derselben entsprechenden Töne der Interferenzringe erzeugen. Der Versuch folgte sogleich dem Gedanken; das Bild entsprach der Erwartung. Es verdient durch die Pracht seiner Farben in hohem Grade von den Freunden der optischen Erscheinungen aufgesucht zu werden. Die Quarzplatte deren ich mich bediente, war eine rechtsdrehende, sie polarisirte nahezu das Blau des zweiten Ringes bei paralleler Stellung der Polarisirer; bei der Herumdrehung oben rechts der analysirenden Vorrichtung folgten die Farbentöne blau, violett, roth, orange, gelb, grün. In den sämmtliche Farben gleichzeitig zeigenden Lichtringen folgte von oben gegen Rechts fortschreitend entgegengesetzt blau, grün, gelb, orange, roth, violett. In den beiden Fig. 9 und 10 stellt *EF* die Ebene der Axen vor, um die Lage der Beobachtung der Erscheinungen zu orientiren. Man beginnt von der Mittellinie, deren Projection als Punkt *M* bezeichnet ist, senkrecht auf die Axe der mittlern Elasticität *AX*. In der Fig. 9 sieht man die Lage der Farbentöne, wie sie entstehen, wenn man das Bild des Lichtringes durch den in der Richtung der Ebene der Axen der Aragonplatte polarisirten Lichtstrom des Doppelspathes auf der Netzhaut empfängt; Fig. 10 ist das Bild durch den senkrecht auf die vorhergehenden, also auch senk-

Fig. 9.

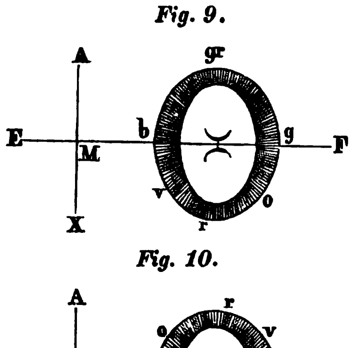
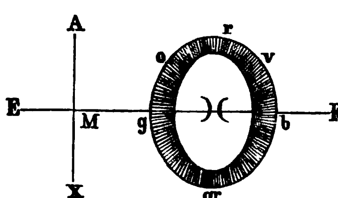


Fig. 10.



recht auf die Ebene der Axen polarisirten Lichtstrom. Dreht man den Doppelspath oben rechts herum, aus der Lage Fig. 9 bis in die Lage Fig. 10, also um einen Winkel von 90°, so ist der Farbenton *b*, Fig. 9, um 180°, also um den doppelten Winkel bis *b*, Fig. 10 vorgeschritten. Dieses unmittelbar aus der Lage der konischen Polarisation folgende Verhältniss könnte nicht eintreten, wenn nicht die Farbenfolge in dem Lichtringe gerade die entgegengesetzte von derjenigen wäre, welche die Quarzplatte zeigt, wenn sie für sich auf ihre Farbenfolge durch Drehung des Analysirers untersucht wird. Das Bild in Fig. 9 ist in Bezug auf Farbe das Complement zu dem in Fig. 10, aber nur mit demselben Charakter der Drehung, beide rechts oder beide links, nicht eine Ergänzung von Links zu Rechts; die gleichen Farben erscheinen in dem einen gerade um 180° entgegengesetzt denselben Farben in den andern.

Die unmittelbare Erscheinung der verschiedenen Farbentöne bei verschiedenen Azimuthal-Lagen der analysirenden Doppelspathplatte lässt sich vielleicht am anschaulichsten auf folgende Art bezeichnen:

Man stelle die analysirende Platte so, dass eine ihrer Polarisationsrichtungen mit der Ebene der Axen übereinstimmt, die andere senkrecht darauf steht. Durch die erste betrachte man den Punkt des Lichtringes zunächst der Mittellinie. Er besitzt einen gewissen Farbenton *A*, sein Complement *B* erscheint an der entgegengesetzten Seite des Lichtringes. Lässt man nun den Doppelspath eine Azinuthal-Drehung um einen Winkel φ machen, so schreitet die Farbe *A* um den doppelten Winkel 2φ in der Richtung der Drehung fort, und zwar gleichzeitig mit den sämmtlichen anderen Farbentönen, deren verhältnissmässige Lage gegen einander unverändert bleibt. Diese auf den ersten Augenblick überraschende Schnelligkeit der Bewegung ist aber auch erforderlich um bei einer Drehung von 90°, wenn also die Polarisationsrichtung des analysirenden Apparates senkrecht auf derjenigen steht, welche der Lichtstrom bei der ersten Beobachtung hatte, den um 180° von *A* entfernten complementären Farbenton *B* auf die Stelle nächst der Mittellinie zu bringen, welche vorher der Ton *A* einnahm.

9. Mit den gegenwärtigen Bemerkungen sind immer noch nicht alle sonderbaren Beziehungen erörtert, die sich mir darboten, und welche ich nicht anderwärts bemerkt fand. Möchte sich bald ein Freund dieser schönen Erscheinungen finden, der sie weiter untersuchte

und mit möglichster Ausführlichkeit darstellte. Zwei Erscheinungen sind indessen gar zu auffallend, als dass ihrer hier nicht doch mit wenigen Worten gedacht werden sollte, nämlich die so scharf ausgesprochenen schwarzen Linien, welche den Lichtring radial durchsetzen, auf welche Herr Plateau aufmerksam machte, und den dunklen feinen Kreis im Lichtring von Herrn Prof. Poggendorff [1]). Der letztere erscheint wohl vorzüglich deutlicher diesseits und jenseits der deutlichsten Sehweite des Lichtringes und hat, wenn die kleine Lichteinfallsöffnung dem Mikroskope genähert wird zu beiden Seiten schwache blaue, wenn sie entfernt wird eben so zu beiden Seiten rothe Dispersionssäume, während sich die entgegengesetzten rothen und blauen Säume zu innerst und zu äusserst der ganzen Erscheinung des dann eigentlich concentrischen Doppelringes finden. Übrigens geht, wenn man die Loupe nähert oder entfernt, jede der beiden durch den dunkeln Streif getrennten krummen Lichtlinien für sich und entgegengesetzt der andern in eine Conchoide über, zum Beweise, dass die Axe des Cylinders nicht zugleich die Axe des Kegels ist, sondern dass sie unter einem, wenn auch ganz kleinen Winkel divergiren, obwohl beide Axen in der Ebene der optischen Axen der Platte liegen. Die radialen Streifen hatte auch Herr Regierungsrath v. Ettingshausen als einen sehr der Erklärung bedürfenden Gegenstand bezeichnet. Ich möchte hier nur beifügen, dass man sie sehr deutlich bei Anwendung eines Mikroskopes bei 56facher Vergrösserung wahrnimmt, sei es in den farblosen Ringen im gewöhnlichen Lichte, sei es in den beiden senkrecht auf einander polarisirten Lichtströmen des Doppelspathes, sei es endlich farbig durch dichromatische Platten vor der kleinen Lichtöffnung, oder durch die gyroidische Polarisation der Bergkrystallplatte wie in Fig. 9 und Fig. 10. Nicht nur bei den vollkommen gebildeten Lichtringen sieht man sie, sondern sehr deutlich schon an den über einander liegenden Bildern der Lichtöffnung, in der Richtung der Mittellinie oder nahe derselben betrachtet, aber etwas ausserhalb der deutlichsten Sehweite.

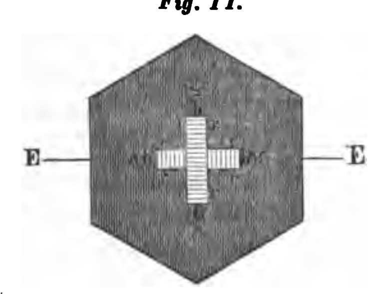
10. Die oben Fig. 7 erwähnten Ellipsen bilden die Grenze einer Reihe von Erscheinungen, deren Anfang jenseits des vollkommen

---

[1]) Moigno, Répertoire d'Optique moderne. I, 98.

deutlich sichtbaren Punktes ein Kreuz von zwei über einander liegenden schmalen Bändern, Fig. 11 ist, die bereits sehr deutlich die auf den längern Seiten senkrecht stehenden Streifen zeigen. Aus den Lichtbändern bildet sich, wenn man den Krystall gegen die Richtung der optischen Axe fortschreitend mehr und mehr neigt, allmählich der Lichtring. Je kleiner die Öffnung, desto mehr kommt auch besonders im Mikroskop die Erscheinung von Lichtstreifen. Als Vorbereitung zu einer Erklärung der einen wie der andern möchte ich sie mit den Zantedeschi'schen Longitudinalstreifen des Spectrums, oder mit den von Péclet beschriebenen Linien [1]) in Beziehung stellen.

Fig. 11.



11. Man sieht die Longitudinalstreifen sehr schön mit freiem Auge durch ein Prisma gegen eine so weit entfernte Kerzenflamme hinblickend, dass sie ebenfalls von dem freien Auge direct besehen nur als eine runde Scheibe, der Pupille entsprechend erscheint. Die Streifen gehen durch das ganze Spectrum; an der äussersten Kante wo man nur mehr das Roth als die am wenigsten abgelenkte Farbe sieht, zeigt ein schönes Plössl'sches Prisma von 60° einen mittlern hellen, dann zwei dunkle, dann wieder zwei helle Streifen, die dunkeln Streifen an den Grenzen hellerer und weniger heller Theile des betrachteten hellen Gegenstandes, gerade wie die namentlich von Knochenhauer gegebene Erklärung jener Streifen durch ein Fernrohr betrachtet. Die feinen Streifen in den Ringen der konischen Refraction würden also am Ende durch Dispersionsränder erfolgen, ursprünglich veranlasst durch die Begrenzung der kleinen Öffnung, durch welche die Lichtwelle in den Krystall tritt.

---

[1]) Moigno, Répertoire d'Optique moderne. II, 616.

Die Lichtabsorption des Cadmacetits, der Krystalle des essigsauren Cadmiumoxydes.

Von dem w. M. W. **Haidinger.**

Welcher Physiker hätte nicht längst als *pium desiderium* an die Möglichkeit eines Krystalles gedacht, der von zwei senkrecht gegen einander polarisirten Lichtströmen den einen hindurch liesse, den andern vollständig absorbirte, der also ähnlich dem altbekannten Turmalin, dem in neuerer Zeit entdeckten Herapathit, abgesehen von der Farbe, oder überhaupt einem gleich von der Natur gegebenen Nichol'schen Prisma gliche!

Wenn auch nicht ganz vollständig, doch sehr nahe, näher wenigstens als irgend ein anderer bekannter Krystall, unter gewissen Verhältnissen in der That selbst ganz vollständig, kommt einem solchen Ideal das kürzlich von Herrn Karl Ritter v. Hauer zuerst dargestellte essigsaure Cadmium, zusammengesetzt nach der Formel $C_4H_3CdO_4 + 3\,Aq$; indem es ganz farblos ist, und doch nach den drei senkrecht auf einander stehenden Elasticitätsaxen verschiedene Lichtabsorption zeigt, nach einer derselben in bedeutendem Grade.

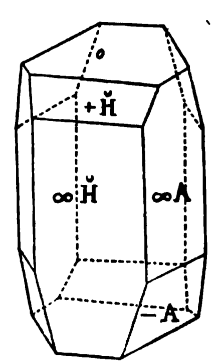
Nichts schien auf den ersten Blick bei diesen wohlgeformten graulichweissen öfters zolllangen und zwei bis drei Linien dicken Krystallen auf besonders merkwürdige optische Verhältnisse hinzudeuten.

Als ich aber wenigstens vorläufig den Charakter der doppelten Strahlenbrechung in zwei Bildern, welche durch ein von der Länge der Krystalle parallelen Flächen gebildetes brechendes Prisma hervorgebracht werden prüfen wollte, war ich sehr überrascht nur ein einziges Bild zu erhalten, welches indessen und zwar nahe in der Richtung der Axe der Krystalle vollkommen polarisirt war. Nur in ganz dünnen Krystallen zeigte sich das zweite, stärker gebrochene Bild deutlich, in den dickeren war es entweder ganz vollständig oder wenigstens bis auf eine ganz schwache Spur absorbirt. Und dies alles bei vollkommener Farblosigkeit, die Absorption der zwei senkrecht auf einander polarisirten Strahlen verschieden, aber doch durch das ganze prismatische Spectrum hindurch gleichförmig stattfindend.

Nun war es höchst einladend, die weitern Verhältnisse zu entwickeln. Zuerst für die Orientirung der Lage die regelmässigen Formen.

Eine spätere genaue Bestimmung den Forschern überlassend, welche mit einem Reflexions-Goniometer zu arbeiten gedenken, wandte ich die, der hochverehrten Classe von mir am 5. October 1854 vorgelegte graphische Methode der Entwickelung und Messung an. Das Ergebniss derselben war so günstig, dass ich wünschen muss, als Empfehlung zur Anwendung derselben, den ganzen Vorgang hier mitzutheilen.

Fig. 1.

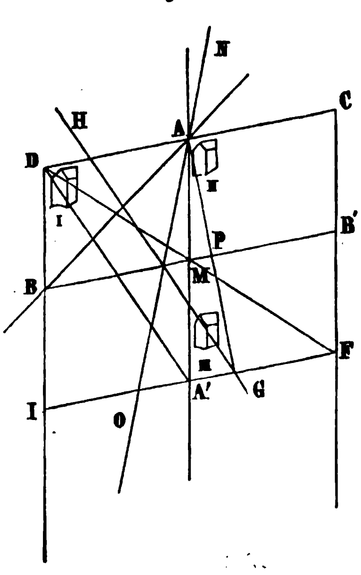


Die Symmetrie der Krystalle zeigte sogleich den Charakter des augitischen Krystallsystems. Man musste also die Projection auf der Längsfläche zu entwerfen beginnen, um die Abweichung der Axe und die Winkel der Hemidomen kennen zu lernen.

In der Stellung I erhielt ich die Linie *CD* und *DI*, die verlängert und mit einem Transporteur gemessen Winkel von 100° und 80° einschliessen, daher die Abweichung der Axe 10° = *MAP* Fig. 3 beträgt.

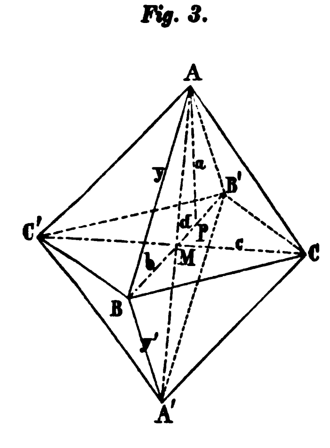
In der Stellung II erschien die Projection von $+\breve{H}$ als Linie *AB*, der Winkel *ABI* = 135° 10′; der Winkel *BAM* = 44° 50′.

Fig. 2.



In der dritten Stellung III war *GH* die Projection der Combinationskante zwischen der vordern Fläche von ∞ *A* und der rückwärtigen Fläche eines Augitoides. Eine Parallellinie durch den Punkt *D* gezogen traf die Axenlinie *AA′* in *A′* genau in der doppelten Entfernung von *AM*. Da nun *A′F* die Lage der Combinationskante des Augitoides hat, welches mit parallelen Combinationskanten zwischen der Base 0 und ∞ *A* liegt, so

Fig. 3.



ist DF die Lage der rückwärtigen Axenkante desselben, und das Augitoid selbst unmittelbar entwickelt $= -A$, wenn das vordere Hemidom $+\breve{H}$ ist.

Eine Stellung IV gab den Winkel von ∞A gegen die anliegende Fläche von $\infty A = 135° 30'$.

Eine Stellung V gab den Winkel an der Axenkante von $-A$, deren Projection in Fig. 2 durch DF ausgedrückt ist $= 60°$.

Da ich die Messungen nur für annähernde nahm, so begnügte ich mich, in den Ausdrücken für die Axen mit der ersten Decimalstelle. Die Abweichung von 10° hätte das Verhältniss von $a : d = 5{\cdot}671$ erfordert, wobei ich die logarithmische Entwickelung Kürze halber übergehe; dem Verhältniss von $a = 5{\cdot}7$ entspricht ein Winkel der Abweichung von 9°57′.

Man hat ferner

$$b = a \, tang \, (PAM + MAB) - 1$$
$$= 5{\cdot}7 \times tang \, (9° 57' + 44° 50') - 1,$$

daraus folgt $b = 8{\cdot}075 - 1$. Nimmt man wieder $b = 7$ ohne Decimalstellen, so folgt der Winkel $MAB = 44° 34'$.

Zur Bestimmung von c hat man

$$c = b \cos 9° 57' \times tang \, 22° 15'; \; c \text{ also } = 2{\cdot}822.$$

Ich nahm 2·8 und hatte also

$$a : b : c : d = 5{\cdot}7 : 7 : 2{\cdot}8 : 1;$$

für $c = 2{\cdot}8$ ist aber der Winkel des Querschnittes statt 22° 15′ nur 22° 6′ oder $\infty A = 135° 48'$, und dessen Supplement $= 44° 12'$.

Vermittelst der Formel (Handb. d. bestimm. Mineralogie, p. 144)

$$\cos y' = \frac{a^2 (b^2 - c^2) - c^2 (b - d)^2}{a^2 (b^2 + c^2) + c^2 (b - d)^2}$$

fand sich die Axenkante $y' = 59° 39'$.

Diese Axenkante ist um 0° 21′ kleiner als die Messung. Aber es war auch durch die Annahme von $c = 2 \cdot 8$ statt $= 2 \cdot 82$, der scharfe Winkel des Querschnittes von ∞A statt 44° 30′ nur 44° 12′, also ebenfalls schärfer.

Der Ausdruck $\frac{2 \cdot 82}{2 \cdot 8} \times tang \frac{59^\circ\, 39'}{2}$ gehört aber zu $tang\ 30^\circ$.

Man braucht also nur in dem Grundverhältnisse wirklich das gefundene 2·82 für c setzen, also:

$$a:b:c:d = 5 \cdot 7 : 7 : 2 \cdot 82 : 1,$$

um in dem Kantenwinkel von 60° einen Controlwinkel zu haben, der bis auf die Minute übereinstimmt. Es sind nach dem eben entwickelten Grundverhältnisse:

die Winkel:	gemessen:	berechnet:
$O : \infty \breve{H}$	100°	99° 57′
$+ \breve{H} : \infty \breve{H}$	135° 10′	135° 26′
∞A an der scharfen Kante	44° 21′	44° 21′
∞A an der stumpfen Kante	135° 39′	135° 39′
$- A : - A$ (Kante y')	60° 0′	60° 0′

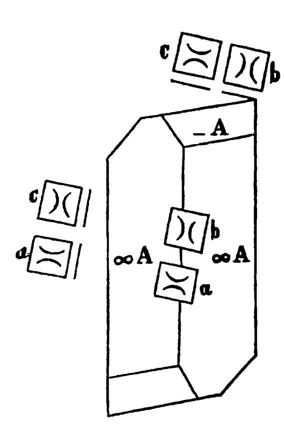
Gewiss will ich nicht dieser grossen Übereinstimmung einen höheren Werth beilegen, als sie wirklich besitzt, wenn die ursprüngliche Schätzung der Winkel keinen Anspruch auf eine entsprechende Genauigkeit machen kann, wie dies auch erst kürzlich Herr Bravais, aus Veranlassung von Untersuchungen schliesst, deren Zweck war zu erforschen, in wie ferne das Auge im Stande sei, den Parallelismus zweier gerader Linien zu beurtheilen. Auch nach Herrn Élie de Beaumont erscheint eine Linie nicht mehr horizontal, wenn sie um 0° 10′ von dem wahren Horizont abweicht [1]). Dennoch spricht sie so sehr für die Anwendbarkeit des graphischen Verfahrens der Entwickelung und Messung von Krystallen, vorzüglich wenn die Flächen nicht den höchsten Grad von Vollkommenheit besitzen, dass ich gerne der genaueren Darstellung des Verfahrens einige Zeilen widmen wollte, als Anregung für jüngere Forscher.

Die Lage der Elasticitätsaxen ist, übereinstimmend mit den zahlreichen von Herrn Professor Miller nachgewiesenen Fällen, in

[1]) Bericht von Herrn Élie de Beaumont in der Sitzung der *Académie des sciences* in Paris am 19. März 1855. — Moigno, Cosmos. 4. Année. 6. Vol. pag. 330.

keiner einfachen Beziehung des Parallelismus zu den Hauptlinien der Krystalle, denn nur eine derselben fällt mit der krystallographischen Queraxe zusammen.

Fig. 4.



Nach den Elasticitätsaxen sind die Bilder der dichroskopischen Loupe in Fig. 4 orientirt, welche die Projection des gewöhnlichen Krystalles auf der Längsfläche oder der Ebene der Abweichung darstellt. Auf Fig. 2 bezogen macht eine der Elasticitätsaxen *NO* mit der krystallographischen Axe *AA'* einen Winkel *A'AO* von etwa 12° und zwar in entgegengesetzter Lage des Perpendikels *AP* auf die Base *O*, deren Projection hier *CD* ist.

Die Helligkeit der Töne der Durchsichtigkeit ist nun folgende:

a mehr absorbirt als *b*, etwas mehr als *c*,	dunkelster	Ton.
b am wenigsten absorbirt,	hellster	
c mehr absorbirt als *b*,	mittlerer	

Man beobachtet die Unterschiede leicht, wenn man die Krystalle in der, in der Figur angedeuteten Stellung durch die dichroskopische Loupe betrachtet, und ist besonders durch den sehr starken Gegensatz der Helligkeit der beiden Bilder *a* und *b* in einer gegen die krystallographische Hauptaxe etwas schiefen Stellung überrascht. Bedient man sich statt der dichroskopischen Loupe einfach eines vor das Auge gehaltenen Turmalinplättchens, und betrachtet den, in der Entfernung des deutlichen Sehens dahinter gestellten Krystall, in den beiden durch die Polarisationsrichtung von *a* und *b* in Fig. 4 angedeuteten senkrecht auf einander stehenden Lagen, so erscheint der Krystall in der einen vollkommen durchsichtig, in der anderen aber nahe undurchsichtig, und so dunkel grau, dass man an Schwarz erinnert wird, wenn auch bei einer Dicke von nahe vier Linien diese totale Absorption noch nicht erreicht schien.

Da aber die Krystalle zum Theil nur von ziemlich unvollkommenen Flächen begrenzt sind, so stellte ich zur vorläufigen Prüfung der Stärke der Absorption und in Folge derselben, der Reinheit

des polarisirt durchgelassenen Lichtstromes folgenden Versuch an: Auf eine der durch ∞A bezeichneten Krystallflächen klebte ich mit Canadabalsam in Äther gelöst, sehr dickflüssig, eine Glasplatte. Auf die mit derselben den Winkel von 44° 30′ einschliessenden Fläche desselben Prismas, welche also von der vorhergehenden durch die Querfläche $\infty \breve{H}$ getrennt ist, klebte ich ein Glasprisma von 45°, so dass das Krystallprisma achromatisirt war.

In der Richtung des Strahles konnte man beim Hindurchsehen durch die nahe parallelen Flächen entfernte Gegenstände vollkommen deutlich ausnehmen. Wurde nun eine dichroskopische Loupe in die Sehrichtung gebracht, so verschwand das eine senkrecht auf die Polarisationsrichtung des Salzes polarisirte Bild derselben vollständig, so dass nicht die geringste Spur desselben übrig blieb, gerade als ob man die beiden Bilder durch ein Nichol'sches Prisma betrachtet hätte. Dennoch hatten nur etwa zwei Linien Dicke des Salzes gewirkt, denn die ganze aus dem Krystallprisma und dem Salze bestehende Platte war nicht dicker als vier Linien, und zwei Linien wurden ungefähr von dem achromatisirenden Glasprisma eingenommen.

Ich beschränke mich gegenwärtig auf die vorstehenden Angaben, welche, so viel mir scheint, dazu ganz geeignet sind, die höchste Aufmerksamkeit der Physiker für die in Rede stehenden Krystalle des essigsauren Cadmiumoxydes zu erregen. Vieles fehlt indessen noch zur genaueren Charakterisirung, auf das ich später zurückzukommen hoffe, da Herr v. Hauer bereits eine neue Menge des Salzes zur Krystallbildung angesetzt hat. Heute möchte ich nur noch für dasselbe, und da ich hoffe, dass es zwar nun zum ersten Male, aber später noch sehr oft genannt werden wird, den specifischen Namen Cadmacetit vorschlagen, der übrigens in etimologischer Beziehung für sich selbst spricht.

Namentlich hoffe ich, dass es möglich sein wird, aus den grösseren nun zu erwartenden Krystallen zu Polarisationsversuchen taugliche Platten zu erhalten. Einstweilen dient es als Beispiel der gleichzeitigen Existenz von dreierlei Graden von Absorption nach den drei senkrecht auf einander stehenden Elasticitätsaxen bei vollkommener Farblosigkeit. Es war mir nicht möglich die geringste Abweichung von reinem Weiss oder Grau, überhaupt von „Farblos" wahrzunehmen.

Zweierlei Grade von Absorption an einaxigen Krystallen bei vollkommener Farblosigkeit, wenn auch von minderer Intensität, hat indessen bereits Herr Dr. Beer, und zwar am Kalkspath erwähnt, indem er an einer Varietät das ordinäre, in der Richtung der Axe polarisirte Bild grau, das extraordinäre, senkrecht auf die Axe polarisirte vollkommen weiss fand [1]).

Die folgenden Angaben über die chemischen Verhältnisse des Cadmacetits verdanke ich dem Darsteller desselben, Herrn k. k. Hauptmann Karl Ritter v. Hauer, dem gegenwärtigen, ausgezeichneten Vorstande des chemischen Laboratoriums der k. k. geologischen Reichsanstalt.

Das Metallderivat der Essigsäure mit Cadmiumoxyd bildet nach einer Angabe von Stromeyer Krystalle, und zwar kleine, sternförmig zusammengehäufte Nadeln. Nach den Angaben von Meissner und John ist es nicht krystallisirbar, sondern bleibt beim Abdampfen seiner wässerigen Lösung als eine gallertartige Masse zurück [1]).

Eine neuere Arbeit über dieses hiernach in Frage gebliebene Salz existirt nicht.

Wiederholte Versuche führten mich zu dem Resultate, dass beide der obigen Angaben in gewisser Beziehung ihre Richtigkeit haben. Denn erstlich gelang es, die zur Bildung des Salzes in krystallinischer Form günstigen Bedingungen so weit zu erforschen, dass das Erhalten schöner Krystalle nicht mehr vom Zufalle abhängig erschien, wodurch die Existenz dieses Individuums ausser allen Zweifel gestellt ist; andererseits zeigte sich jedoch, dass beim Abdampfen der wässerigen Lösung desselben in der Wärme, besonders wenn keine freie Säure zugegen ist, eine Krystallbildung nicht stattfindet.

Zur Darstellung der Lösung ergab sich als am zweckmässigsten die Anwendung von Cadmiumoxyd, erhalten durch Glühen des kohlensauren Oxydes, welches von der Essigsäure, namentlich in der Wärme, leicht aufgesogen wird. Behandelt man unmittelbar kohlensaures Oxyd mit Essigsäure, so geht die Zersetzung auch wenn die Säure concentrirt ist, sehr flau vor sich; es bildet sich ein voluminöser, schwer zerstörbarer Schaum, welcher die Anwendung sehr grosser Gefässe nothwendig macht, um das Übersteigen zu verhüten

[1]) Poggendorff's Annalen, 1851. Bd. 82, S. 429.

und es bedarf bei grösseren Quantitäten tagelanges Digeriren in der Wärme, um die Säure annähernd zu sättigen.

Dampft man die erhaltene Lösung in der Wärme ein, so bekommt dieselbe nach und nach die Consistenz eines dicken Gummi, und trocknet endlich weiter ein, ähnlich der essigsauren Magnesia, ohne zu krystallisiren. Lässt man jedoch eine bis zur Syrupdicke eingedampfte Lösung möglichst langsam erkalten, und ist die Lösung stark sauer, so erhält man stäts Krystalle. Ein eigentliches weiteres Aufziehen schon erhaltener Krystalle gelang mir bisher nicht; denn legt man solche Krystalle in frische, dem Krystallisationspunkte nahe gebrachte Lösungen, so werden sie von neu sich bildenden Individuen inkrustirt, ohne weiter anzuwachsen. Es müssen daher grosse Krystalle gewissermassen in einem Anschusse erhalten werden. Dies wird dadurch ermöglicht, dass die Löslichkeit des Salzes in der Hitze eine sehr bedeutend höhere ist, als in der Kälte. Es sind sonach drei Hauptbedingungen, welche die Darstellung grosser, gut ausgebildeter Krystalle befördern:

1. Den richtigen Punkt zu treffen, bis zu welchem die freie Säure des Salzes eingedampft werden soll. Hat man zu weit eingedampft, so schiessen beim Erkalten zu viele Krystalle an, die Individuen haben keinen Raum zu ihrer Entwickelung und bilden eine verworrene Masse. Ist hingegen die Lösung vor dem Erkaltenlassen noch zu wenig concentrirt, so bilden sich wohl einige Krystalle, dieselben erreichen aber keine ansehnliche Grösse. Im ersteren Falle fügt man daher etwas Wasser zu, erwärmt neuerdings bis zur Lösung des Ganzen, und lässt erkalten. Im zweiten Falle dampft man etwas weiter ein. Diese Operationen lassen sich mit derselben Quantität beliebig oft wiederholen, und es gelingt daher stäts schöne Krystalle zu erhalten.
2. Ein möglichst langsames Erkaltenlassen, welches im Verlaufe durch Anwendung künstlicher Kältemischungen gesteigert werden kann.
3. Anwendung einer grossen Quantität, denn diese ermöglicht, wie überhaupt bei allen Salzen das Erhalten grösserer Krystalle, und dann erleichtert es ein langsames Erkaltenlassen.

Es gelang mir auf diese Art bereits Säulen von der Länge eines Zolles zu erhalten, indem ein halbes Pfund des Metalles angewendet

wurde. Da ich in diesem Augenblicke eine Lösung von mehreren Pfunden in Arbeit habe, so wie mit einer künstlichen Färbung der Krystalle beschäftigt bin, so müssen weitere Details einem späteren Berichte vorbehalten bleiben.

Die chemische Zusammensetzung des Salzes ergab sich gleich der des essigsauren Zinkoxydes nach der Formel:

$$C_4H_3CdO_4 + 3\,Aq.$$

für den lufttrockenen Zustand desselben. Da die Essigsäure eine einbasische Säure ist, so schien es vor der Hand genügend nur die Menge des Oxydes zu bestimmen.

1·561 Gramm in Wasser gelöst und mit Kalihydrat gefällt, gaben 0·699 Gramm = 44·78 Procente Cadmiumoxyd.

1·458 Gramm gaben 0·659 Gramm = 45·19 Procente Oxyd.

Dies gibt im Mittel 44·98 Procente Cadmiumoxyd.

Theorie			Versuch
1 Atom CdO	64	45·07	44·98
1 „ $C_4H_3O_3$	51	35·91	35·84
3 „ HO	27	19·01	19·18
$C_4H_3CdO_4 + 3\,Aq.$	142	99·99	100·00

Beim Trocknen über Schwefelsäure verwittert das Salz, an trockener Luft ist es unveränderlich, an feuchter zerfliesslich.

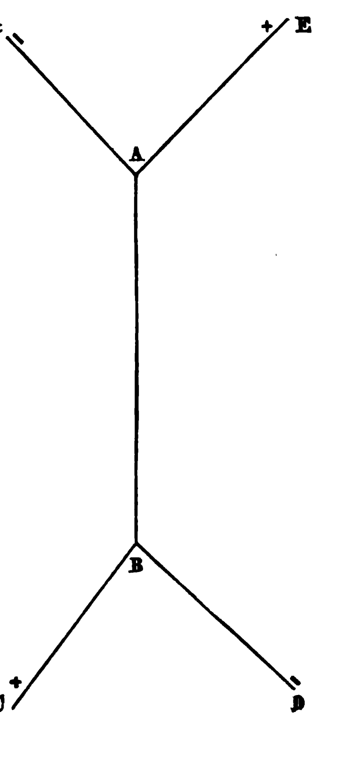
SITZUNG VOM 19. APRIL 1855.

Eingesendete Abhandlung.

Della interferenza luminosa, che presenta il filo metallico comune a' due circuiti chiusi, e dello stato d' incandescenza delle parti del circuito, che non sono comuni ad ambedue; con alcune osservazioni sulla natura dell' elettrico, calorico e luce e della loro reciproca dipendenza,

di **Zantedeschi.**

Lo studio dei fenomeni luminosi e calorifici, che presentano i circuiti chiusi metallicamente, e comunicanti fra di loro, riesce della più alta importanza, poichè sembra, che possa spargere qualche luce sulla natura di questi agenti e sulla loro dipendenza dalla elettricità.



Il filo, che chiudeva i poli dei due elettromotori, è rappresentato da *CBAG*, *DBAE*. In questi due circuiti, *AC* è la parte di filo comune. Esso era di platino del diametro di mezzo millimetro crescente, *AB* era della lunghezza di sette centimetri, e ciascuna delle parti *CB*, *BD*, *EA*, *GA* di tre centimetri, non compresa la porzione immersa nel mercurio in *G*, *E*, *D*, *C*. Gli elettromotori, dei quali io feci uso, furono alla Grove e alla Bunsen che uscirono dalle rinomate ufficine di Duboscq e Ruhmkorff di Parigi. L' elettromotore alla Grove era composto di 10 elementi, caricato con acido azotico di 45° B. e con

acqua acidulata con acido solforico, che segnava 12° B. Lo zinco con nitrato di mercurio era stato perfettamente amalgamato. E la pila alla Bunsen era formata di 19 elementi caricati egualmente di acido azotico e di acqua acidulata con acido solforico al medesimo grado.

Con ciascuno dei due elettromotori ho successivamente esplorata l'azione calorifica e l'incandescenza.

Chiuso il circolo in *G* e *C* coll' elettromotore alla Grove ebbi l'incanlescenza di tutto il filo *GABC* sino al bianco, comunquesi fosse la corrente diretta da *G* in *ABC*, ovvero da *C* in *BAG*. Identici effetti io m' ebbi collo stesso elettromotore, compiendo il circolo in *E* e *D* e dirigendo la corrente positiva tanto da *E* in *ABD*, quanto da *D* in *BAE*.

Rinnovati gli stessi identici esperimenti coll' elettromotore alla Bunsen, non ho potuto avere che l'incadescenza della solla parte di *AB* e solo portata al calor rosso.

Assicuratomi della costanza di questi effetti, feci trapasso all' esperimenti delle due simultanee opposte correnti, dirigendo quella fornita dall' elettromotore alla Grove da *C* in *BAG*, e quella fornita dell' elettromotore alla Bunsen da *E* in *ABD*. Compiuto da prima il circolo coll' apparato alla Grove in *G*, *C* colla corrente diretta da *C* in *BAG*, ed ottenuta l'incandescenca al bianco di tutto il filo, ho chiuso il circolo coll' elettromotore alla Bunsen, dirigendo la corrente da *E* in *ABD*. Subito l'incandescenza di *AB* diminuì, e per gradi in alcuni secondi si ridusse ad una temperatura del calor oscuro, ma però superiore ben di molto a quella dell'aria ambiente, che era circa di +1° R. come lo dimostrò il termometro, senza che però abbia potuto determinare la sua precisa temperatura. E frattanto le parti *GA*, *BC* conservarono perfettamente la loro incandescenza at bianco, e rimasero tuttavia oscure le parti *EA*, *BD*. Tutto il filo adunque, *EABD*, si conservò osouro in confronto delle porzioni di filo *GA*, *BC*, che erano incandescenti al bianco.

Questo fenomeno, che mi ha sorpreso, e che recò meraviglia a' miei uditori, che assistevano alla lezione del 13 Febrajo 1855, mi fece ripetere più volte l'esperienza, per comprovarne la costanza. Assicuratomi di questa, per verificare in un modo assoluto, se sul filo *AB* coesistevano le due opposte correnti, ovvero se non ne esisteva alcuna, tagliai il filo *AB*, ed allora si resero incandescenti ancora le parti *EA*, *BD*. M'ebbi adunque incandescenti al rosso i fili *CBD*, *GAE*. Prova evidente, che le correnti circolavano nei due elettromotori

sommandosi; ma prova ancora evidente che il filo *AB* non rimane estraneo alle due opposte correnti, ossia che il filo *AB* si prestò al simultaneo passaggio delle due opposte correnti. Era stato indotto ad ammettere questo risultamento da tutti i precedenti miei studii, ed ancora dal vedere *BD*, *AE* oscuri, mentre erano incandescenti *CB* ed *AG*. Non poteva, io comprendere, che circolando le due correnti per *CBD*, *EAG*, lasciato anche parzialmente da parte *AB*, potessero conservarsi incandescenti *GA*, *CB*; ed oscure le parti *BD* ed *AE*. Ma l'argumentum crucis si fu quello del taglio del filo *AB*.

Questoinaspettato fenomeno delle due incadescenze parziali divise dal filo oscuro comune alle due opposte correnti mi confermò nelle mie dottrine dinamiche, che luce e calorico non sieno, che effetti secondarii delle correnti elettriche, che movimenti vibratorii prodotti nei sistemi molecolari dei corpi dai ripetuti impulsi delle onde elettriche. Il carattere delle correnti elettriche è vibratorio, come mi sono convinto da miei esperimenti. Nel carattere adunque vibratorio vi è la causa sufficiente dei ripetuti impulsi, e nei ripetuti impulsi, la cagione sufficiente dell' esaltamento delle vibrazioni de' gruppi molecolari dé corpi. Fino a che non sia oltrepassato il limite della elasticità, i gruppi molecolari tolti dalla loro naturale posizione vi saranno richiamati dalla forza attrattiva.

Ora nella parte del filo comune alle due correnti, i gruppi molecolari saranno sottoposti ad impulsi uguali e contrarii, nell' ipotesi che le due sincroniche correnti, sieno di eguale intensità; e in questo caso non vi sarà nè luce nè calorico sulla porzione di filo comune alle due correnti, dovendosi trovare i sistemi molecolari in una condizione d'equilibrio. Ma nell' ipotesi che le correnti sieno di ineguale intensità, ineguali saranno pure gli impulsi impressi, e perciò i gruppi molecolari oscilleranno nella direzione dei prevalenti impulsi colla differenza di azione di questi sopra di quelli. In questo caso nel filo comune alle due correnti esisteranno per lo meno vibrazioni calorifiche oscure; dico per lo meno vibrazioni calorifiche oscure, perchè vi potrebbero essere ancora, secondo il diverso grado d' intensità, delle vibrazioni luminose. Nel caso mio non vi ebbero che vibrazioni oscure calorifiche, dimostrate dal termometro; e ai due lati *GA*, *BC* l' azione calorifica era così intensa da fondere il cristallo dei recipienti, ripieni di mercurie, col quale si chiudeva il circolo.

L' oscurità completa del filo comune *AB*, mi fece escludere l'ipotesi, che le due opposte correnti avessero a camminare ai due lati opposti del filo comune, imaginando un piano verticale, che lo avesse a dividere in due semicilindri eguali, perchè in questa ipotesi le intensità luminose avrebbero dovuto apparire concentrate à questi due lati opposti; rimasi perciò fermo nell' idea del principio dei piccoli moti sovrapposti, come ho scritto nella mia precedente Memoria (Atti delle adunanze del Gennajo 1855 dell' I. R. Istituto Veneto) sul sincronismo del passaggio delle due opposte correnti nel conduttore comune ai due circuiti chiusi ed isolati dalla terra.

Dopo tutto questo, credo, chc apparisca chiaro il concetto, che io mi sono formato della elettricità, del calorico e della luce. L' elettrico è materia elastica sollecitata da un moto di projezione, dovuto all' esercizio della sua crescente elasticità nella progressiva sua divisione. Il calorico e la luce non sono che effetti, o moti vibratorii, delle ripetute projezioni di materia in condizione elastica, che non ha per Inco acquistato quel sommo grado, che è contrasegnato dall' irraggiamento proprio al calorico e alla luce.

Da ciò si può dedurre come l' elettrico generi calorico e luce; e come luce e calorico possano ancora produrre elettrico. Materia elastica in projezione, od onde di correnti elettriche, esaltano il moto vibratorio spontaneo dei corpi, o generano calorico e luce od esaltate vibrazioni dei movimenti spontanei oscillatorii dei sistemi molecolari, che recano in condizione elastica la materia aggregata. L' antegonismo delle due forze attrazione ed elasticità, e il conseguente moto intestino molecolare de' corpi pare sia il fondamento d' ogni fenomeno.

Sostituiti al luogo del filo *AB* due fili paralleli della stessa natura di *AB*, diametro e lunghezza, e portati ad un apparente conlatto, ho veduto che l'intensità della incandescenza nelle parti attigue era maggiore della intensità della incandescenza nelle parti esterne anche nel case che le due correnti camminassero in direzione opposta. Il che dimostra come questo caso meriti di essere distinto dal primo. In altro mio scritto divo' de' lavori de' Fisici in questo argomento.

SITZUNG VOM 26. APRIL 1855.

Eingesendete Abhandlungen.

Paläontologische Miscellen.

Von dem w. M., **Prof. Dr. Reuss** in Prag.

(Auszug aus einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung.)

Diese Abhandlung enthält vier von einander unabhängige Aufsätze. Im ersten wird ein im Prager Museum aufgefundener Originalrest der Dronte *(Didus ineptus)* beschrieben, bestehend aus dem Oberkiefer, dem Zwischenkiefer, den Nasen- und Gaumenbeinen. Er stimmt mit den schon bekannten analogen Theilen des Schädels von Oxford und Kopenhagen überein, dürfte aber einem besonders alten Individuum angehört haben.

Der zweite Aufsatz behandelt ein im Pläner von Patek in Böhmen aufgefundenes Bruchstück des Rückenschildes einer Seeschildkröte, welche vollkommen mit der *Chelonia Benstedi* Ow. aus der weissen Kreide Englands übereinkömmt. Es ist dies der erste in Böhmen entdeckte Schildkrötenrest.

Die dritte Notiz gibt die Beschreibung des *Lepidoderma Imhofi* Rss., eines aus dem das Hangende der Steinkohle bei Wilkischen ohnweit Pilsen bildenden Schieferthone stammenden Krusters, der der aus devonischen und Kohlenkalkschichten bekannten Gattung Eurypterus sehr nahe steht, sich aber durch die feinschuppige Haut und das Vorkommen in reinen Süsswasserschichten unterscheidet. Das Thier scheint am meisten mit den Phyllopoden übereinzukommen; eine sichere Bestimmung seiner Stellung ist wegen des Mangels der Füsse, Fühler u. s. w. nicht möglich.

Im vierten Theile der Abhandlung endlich wird die Aufmerksamkeit auf in der jüngsten Zeit im Pläner des weissen Berges bei

Prag gefundene Reste von Zähnen und Knochen gelenkt, welche wahrscheinlich einem kolossalen Reptile aus der Familie der Krokodilier angehören und der ebenfalls der Kreideformation eigenthümlichen Gattung Polyptychodon zunächst stehen dürften. Wegen des Mangels der äusseren Schmelzfalten an den grossen konischen Zähnen wurde dem fraglichen Thiere der Name *Aptychodon cretaceus* beigelegt.

Die Krystalle des essigsauren Manganoxyduls.

Von dem w. M. W. **Haidinger.**

Die grossen schönen Krystalle des essigsauren Manganoxyduls verdienen wohl eine eigens denselben gewidmete Mittheilung, durch die Leichtigkeit, mit der man sie aus verhältnissmässig kleinen Mengen von Auflösung gross ziehen kann, durch ihre Beständigkeit an der Luft und das schöne Rosenroth ihrer Farbe, am meisten vielleicht durch den, wenn auch in nicht sehr dunkeln Tönen so deutlich hervortretenden Trichroismus.

Ich hatte diesen letzteren bereits vor einiger Zeit wahrgenommen, als mir der k. k. Herr Hauptmann, Karl Ritter von Hauer, die ersten von ihm dargestellten Krystalle zur Ansicht überbrachte, aber die Farbentöne waren doch noch sehr blass, da die längste Dimension der Krystalle nicht mehr als dreiviertel Zoll betrug, und ich bat ihn daher recht dringend, Alles anzuwenden, um grössere Krystalle zu erhalten, was ihm denn auch vorzüglich gut gelang.

Man kann nicht Studien über den Trichroismus machen, ohne zugleich sich in den regelmässigen Formen zu orientiren.

Die Hauptform der Fig. 1 war wohl bald nachgewiesen, auch ein Paar Winkel graphisch gemessen, aber es erschien auf den Flächen p, parallel dem Durchschnitte mit der breiten Fläche der Krystalle ein sehr flacher einspringender Winkel. Es standen daher mehr zeiterfordernde Arbeiten in Aussicht, als ich gerade zu beginnen mir vornehmen konnte, und ich hoffte, einer unserer jüngeren krystallographischen Freunde würde die Sache bis auf den Grund durchnehmen.

Dies ist auch in der That der Fall gewesen und ich verdanke Herrn Dr. Hochstetter die im Folgenden enthaltenen Angaben. Herr von Hauer selbst stellte dasjenige zusammen, was sich auf die chemischen Verhältnisse bezieht, und was hier den ferneren Betrachtungen vorangeschickt werden soll. Auf diese Art hatte sich jedoch meine Erwartung, dass sich meine Bemerkungen nur einfach einer Mittheilung jener Herren anschliessen würden, nicht erfüllt. Alles kam zu mir zurück, und damit auch die Veranlassung zu dem gegenwärtigen Berichte.

„*1. Das essigsaure Manganoxydul.* Von Karl Ritter v. Hauer. Nach John liefert die Lösung des kohlensauren Manganoxyduls in kochender wässeriger Essigsäure luftbeständige, durchsichtige, blassrothe rhombische Tafeln, die an zwei entgegengesetzten Enden zugeschärft sind. Das Salz enthält seiner Angabe zufolge 30 Procent Oxydul, ist in 3 ½ Theilen Wasser, und auch in Weingeist löslich. Klauer gibt an, es bilde büschelförmig vereinigte rhombische Säulen, die in 3 Theilen kaltem Wasser löslich sind. Endlich existirt noch von Fromherz eine Notiz über dieses Salz, worin er anführt, es lasse sich dasselbe auch in farblosen Nadeln erhalten unter übrigens nicht näher angegebenen Umständen [1]).

Ich habe das Salz durch Auflösen des kohlensauren Oxyduls in concentrirter Essigsäure dargestellt. Die Essigsäure wirkt auf diese, gleichwie auf viele andere kohlensaure Verbindungen nur langsam ein. Die Auflösung erfordert geraume Zeit und Anwendung von Wärme; wird diese letztere auch bis zur Siedhitze gesteigert, so findet dennoch eine vollständige Sättigung der Säure nicht Statt. Übrigens ist dies für die Krystallbildung durchaus nicht störend, denn das essigsaure Manganoxydul hat, so wie viele andere essigsaure Verbindungen die Eigenschaft, aus sauren Lösungen leichter zu krystallisiren. Da kohlensaures Manganoxydul fast stäts eine geringe Menge Oxyd beigemengt enthält, welches sich bei der Darstellung desselben während dem Auswaschen bildet, so erscheint auch die Auflösung dann nie farblos, sondern ist bräunlich, im günstigsten Falle rosenroth. Auch durch oftmaliges Umkrystallisiren verschwindet die Farbe nie ganz. Selbst schon fast vollkommen farblose Lösungen setzen noch immer rosenrothe Krystalle ab. Die Krystallisation erfolgt

---

[1]) Gmelin's Handbuch der organischen Chemie. 4. Aufl., I. Th., Seite 639.

leicht beim freiwilligen Verdunsten, wie bei Anwendung gelinder Wärme, und es lassen sich die Krystalle, wiewohl langsam, zu bedeutender Grösse heranziehen. Es gelang so. rhombische Blätter von mehr als einen Zoll in der Länge zu erhalten.

Es wurde versucht, das Salz unter modificirten Umständen anschiessen zu lassen; aus sauren, wie aus mehr neutralen Lösungen unter Anwendung von Wärme, und durch freiwilliges Verdunstenlassen, auch durch Concentriren und Erkaltenlassen. In allen diesen Fällen bekam ich stäts Krystalle von der Form, wie sie John beschrieb, und es gelang nie, das in farblosen Nadeln auftretende Salz, welches Fromherz anführt, zu erhalten.

Behufs der Analyse genügt es, in Rücksicht, dass die Essigsäure eine einbasische Säure ist, die Menge des Oxyduls zu bestimmen.

1·429 Gramm Substanz hinterliessen nach dem Glühen 0·450 Gramm Oxydoxydul = 29·29 Procente Oxydul.

1·343 Gramm gaben 0·417 Gramm Oxydoxydul = 28·88 Procente Oxydul.

Daher im Mittel 29.08 Procente Manganoxydul. Dieses Resultat führt zu der Formel:

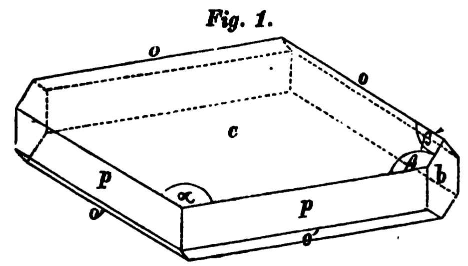
$$C_4H_3MnO_4 + 4\ Aq.$$

	Theorie:		Versuch:
1 Atom MnO	35·6	29·03	29·08
1 „ $C_4H_3O_3$	51	41·60	41·65
4 „ HO	36	29·36	29·27
$C_4H_3MnO_4$ + 4 Aq.	122·6	99·99	100·00

Für die Analyse war das Salz bei gewöhnlicher Zimmertemperatur getrocknet worden. Durch langes Aufbewahren in trockener Luft verliert es einen kleinen Theil seines Wassers, ohne jedoch desshalb eine Veränderung im äussern Ansehen zu zeigen. Eine Analyse von Krystallen, welche seit einigen Monaten aufbewahrt worden waren, ergab 29·67 Procente Manganoxydul, was einem Wassergehalte von nur 27·83 Procenten entspricht. Beim Trocknen über Schwefelsäure verwittert es, bei 100° C. verliert es sein Krystallwasser fast vollständig, und zwar binnen wenigen Stunden."

2. *Die Krystallform des essigsauren Manganoxyduls.* Von Dr. Ferdinand Hochstetter. „Zwei- und eingliederig. (Monoklinoedrisch, Naumann.)

Fig. 1.



Die dünntafelförmigen Krystalle erscheinen als rhombische Prismen (p) mit Abstumpfung der scharfen Seitenkanten (b) Schiefendfläche (c) und hinterem Augitpaar (o).

Folgende Winkel wurden bestimmt:

	gemessen:	berechnet:
Neigung von p zu p =	130° 22′	130° 24′
„ „ p „ p' =		49° 36′
„ „ p „ c =	115° 25′	
„ „ p „ c' =		64° 35′
„ „ b „ c =	90° 0′	
„ „ c „ o =	120° 20′	
„ „ o „ p' =	136° 18′	136° 15′
„ „ o „ o =		127° 42′

Die Messungen wurden mittelst des Frankenheim'schen Reflexionsgoniometers im k. k. mineralogischen Cabinet ausgeführt, und immer das Mittel aus mehreren Messungen aus verschiedenen Krystallen genommen. Ausserdem wurden noch nach Haidinger's graphischer Methode die Flächenwinkel von c gemessen und zwar $\alpha = 124° 40'$, auffallender Weise aber die Winkel β und β' nicht immer beide gleich, nämlich $= 117° 40'$ gefunden, sondern bei mehreren grösser aufgezogenen Krystallen β ungefähr $= 116°$, $\beta' = 119°$, als wären die Krystalle ein- und zweigliederig, ein Verhältniss, das aber wohl in der unregelmässigen Ausbildung der bei dieser Messung in Betracht kommenden Kanten $\frac{p}{o'}$ bei grösseren Krystallen durch Juxtaposition und Zwillingsbildung seinen Grund haben mag.

Die Axenzeichen der Flächen sind:

$$p = a : b : \infty c$$
$$c = \infty a : \infty b : c$$
$$b = \infty a : b : \infty c$$
$$o = a' : b : c$$

Aus den gemessenen Winkeln ergibt sich das Verhältniss der drei Axen:

$$a : b : c = 1 : 1{\cdot}907 : 1{\cdot}246$$

Der spitze Neigungswinkel der Hauptaxe (c) zur Klinodiagonale (Axe a)

$$C = 61°47',$$

oder die Abweichung der Hauptaxe

$$E = 28°13'.$$

Bezeichnung der Gestalten:

nach Mohs: $\underset{o}{\frac{P}{2}} \;.\; \underset{p}{P+\infty} \;.\; \underset{b}{\check{P}r+\infty} \; \underset{c}{P-\infty}$,

nach Naumann: $\underset{p}{\infty P} \;.\; \underset{o}{oP} \;.\; \underset{b}{\infty\check{P}\infty} \;.\; \underset{c}{-P}$.

Rammelsberg beschrieb die Krystalle zuerst als zweigliederig (Pogg. 90·32), neuerdings als zwei- und eingliederig (Handbuch der krystallographischen Chemie, Seite 289), fasste jedoch dieselben dünntafelartigen Krystalle als Combination zweier Augitpaare (p und o) und zweier Hexaidflächen (b und c) auf, von denen die letztere c vorherrscht. Die obige Stellung scheint die naturgemässere, zumal da unter den von Herrn Karl Ritter von Hauer dargestellten Krystallen die Grundform (p, c) als rhombisches Prisma mit Schiefendfläche für sich sehr schön vorkommt.

Bei Weitem die grösste Anzahl der untersuchten Krystalle sind aber Zwillinge parallel der Schiefendfläche (c) zusammengesetzt. Dadurch muss statt der Kante $\frac{o'}{p}$ mit 136° 15', wenn die Prismenflächen (p, p) unmittelbar zusammenstossen, eine Kante von 129° 10' entstehen, die ich jedoch nie beobachten konnte, da die Zwillinge immer durch Individuen gebildet sind, an denen das Augitpaar auftritt. Daher entstehen entspringende Winkel sowohl an der vorderen Seite der Krystalle durch Zusammentreten von p mit p', als an der hintern durch Zusammentreten von o und o' wie in Fig. 2. Jedoch sind zwei andere Fälle sehr häufig. Die Flächen o und o' sind bei beiden Individuen so ausgedehnt, dass p und p' ganz verschwinden und so durch o und o' einerseits ein ein-, anderseits ein ausspringender Winkel von 143° 20' gebildet wird.

Fig. 2.

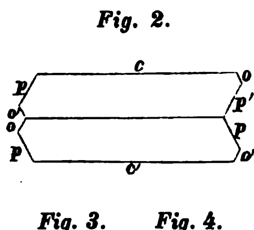


Fig. 3. Fig. 4.

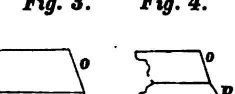


Fig. 3. Messungen gaben diesen Winkel in Werthen, die zwischen 143° und 143° 40′ schwankten. Oder es stossen *o* des einen Individuums und *p* des andern unmittelbar zusammen und bilden dann einen sehr stumpfen einspringenden Winkel von 172° 55′ wie in Fig. 4.

Solche Zwillingsbildungen scheinen bei grösser aufgezogenen Krystallen sich auch mehrmals zu wiederholen. Ausserdem findet auch eine blosse Juxtaposition in paralleler Stellung Statt.

Spaltbar nach der Basisfläche *c*, tafelförmig, lichtrosenroth, durchsichtig."

3. *Der Trichroismus der Krystalle.* Den Farbentönen entsprechend sind die optischen Elasticitätsaxen in folgender Weise orientirt.

Fig. 5.

Die eine derselben *c* steht senkrecht auf der Längsfläche $\infty \breve{H}$, und liegt also parallel der längsten Linie in den Krystallen, oder der krystallographischen Queraxe, von den andern beiden, welche in der Ebene der Abweichung liegen, steht die eine *a* nahe senkrecht auf der Basis *o*, die andere *b* steht senkrecht auf *a* und *c*.

Die Krystalle zeigen folgende Farbentöne:

	Axenfarben		
	a Axe	*b* Normale	*c* Queraxe
Kleinere, 3/4″ lange Krystalle	Farblos	Weiss, in sehr blasses Violett geneigt	Gelblich weiss
Grössere, 1 1/2″ lange Krystalle	Hell rosenroth	Tief rosenroth in das Kermesinrothe geneigt	Gelblich roth zwischen fleischroth und honiggelb
	Hellster	Mittlerer	Dunkelster
	Ton		

Der Farbenton *a* ist sehr viel heller als *b* und *c*, die beiden letzteren stehen sich an Intensität sehr nahe, doch erhält man deutlich die angegebene Verschiedenheit, wenn man ziemlich gleiche Dicke von Krystallen vergleicht.

Im Ganzen erscheinen die Krystalle mehr oder weniger tief rosenroth, ganz feine tafelartige Krystalle wohl sehr blass. Sehr nette

Krystalle befanden sich auch in der von Herrn Professor Böttger der k. k. geologischen Reichsanstalt gesandten Sammlung.

Zur Untersuchung der Brechungsexponenten bereitete ich drei Prismen vor, zwei parallel der Axe *a* anschliessend, gleichgeneigt an die Diagonalen *b* und *c*, aus welchen augenscheinlich folgte, dass der senkrecht auf *a* polarisirte Strahl, der am wenigsten gebrochene oder abgelenkte ist, und eines in horizontaler Lage parallel der krystallographischen Queraxe *c* anschliessend gleichgeneigt an die Diagonale *b*, woraus sich eben so deutlich der senkrecht auf *b* polarisirte Strahl schwächer gebrochen herausstellte, als der senkrecht auf *c* polarisirte. Senkrecht auf *b* steht also die Ebene der optischen Axen. Die Absorption folgt übrigens sehr gut dem Babinet'schen Gesetz, indem mit der stärkeren Brechung auch die stärkere Absorption verbunden ist.

Man wird bemerken, dass in meinen Angaben über den Trichroismus eine andere krystallographische Methode befolgt ist, als in Herrn Dr. Hochstetter's Darstellung der Formen. Ich glaubte an letzterer Nichts ändern, oder sie durch die von mir vorgeschlagenen Elemente ersetzen zu sollen. Gewähren lassen dürfte im Einzelnen wohl jetzt für Original-Mittheilungen das Einzige sein, wobei man das Studium der Natur fördert. Sind ja doch alle Methoden nur Mittel zur Verständigung. Dass ich die von mir befolgte nicht aufgebe, oder gegen eine andere vertausche, wird aber auch mir wohl Niemand verargen. Es wäre mir dann bald selbst unmöglich, aus dem Labyrinthe wieder herauszukommen. Als ich vor zehn Jahren das Handbuch der bestimmenden Mineralogie an das Licht förderte, konnte ich hoffen, dass es mir gelingen würde, durch fortgesetzte mineralogische Lehrcurse eine wahre Schule zu gründen, es war also meine Pflicht, in allen Abtheilungen der Lehre nach Kräften für Vereinfachung und Deutlichkeit zu wirken. Ungeachtet später eingetretener, für diese Richtung nachtheiliger Verhältnisse, hat sich doch sehr Vieles von dem was ich vorschlug, in weiten Kreisen Bahn gebrochen. Es wäre gewiss unbescheiden, zu verlangen, dass Alles angenommen würde, wo es doch unvermeidlich bleibt, dass jeder neue Vorschlag doch nur immer ein Versuch genannt werden muss. Blieb ich nun fast gänzlich allein für verschiedene Abtheilungen der krystallographischen Darstellungen, während ich sehe wie oft man sich mit unvollkommneren ganz veralteten Weisen begnügt, so will ich um so mehr nie den wahren Zweck aus dem Auge verlieren, Klarheit und Ver-

ständniss des Gegenstandes. Daher je weniger überhaupt Schlagwörter der Schule, desto besser, dagegen Unterstützung der Anschauung durch Zeichnungen der Krystalle.

Mineralogische Notizen, betreffend die bekannten Species: Karstenit, Dolomit, Millerit, Turmalin, Galaktit, Wasser, Plagionit, Diopsid, Zinkit, Calcit und Felsöbanyt, sowie zwei neue: den Enstatit im Geschlechte der Augit-Spathe und den Pseudophit im Geschlechte der Serpentin-Steatite.

(Siebzehnte Folge.)

Von Dr. Adolf Kenngott.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 15. März 1855.)

1. Die rauhen Basisflächen an Krystallen des Karstenit. An einem schönen Exemplare krystallisirten Karstenits von Aussee in Steiermark, welches das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet vor Kurzem von dem Mineralienhändler Dr. Baader in Wien angekauft hatte, und welches deutliche aufgewachsene und verwachsene Krystalle zeigt, konnte ich mit Bestimmtheit beobachten, wodurch die Basisflächen als rauhe erscheinen. — Die blass fleischrothen bis fast farblosen, durchscheinenden bis durchsichtigen Krystalle stellen die gewöhnliche Combination der orthorhombischen Quer-, Längs- und Basisflächen dar, an deren Combinationsecken die Flächen der Grundgestalt (der orthorhombischen Pyramide mit den Endkantenwinkeln 121° 32′ und 108° 35′ und den Seitenkantenwinkeln 99° 7′) oder auch noch mit dieser die Flächen der orthorhombischen Pyramiden der Querreihe $2\,P\breve{2}$ und $3\,P\breve{3}$ auftreten.

Schon mit freiem Auge konnte man sehen, dass die Combinationskanten der Basisflächen mit allen rundum liegenden Flächen keine horizontalen Kantenlinien darstellen, sondern dass der ganze Rand gekerbt erscheint, und dieses mit der Flächenbeschaffenheit der Basis zusammenhängt. Unter der Loupe betrachtet, zeigt es sich nun, dass eigentlich keine Basisflächen vorhanden sind, nicht die Spur davon, sondern, dass anstatt derselben zahllose kleine Endecken homolog gruppirter Grundgestalten durch ihre Summe die

Basisflächen gleichsam dem freien Auge construiren, welches nur den Totaleindruck empfängt und eine rauhe Fläche zu sehen glaubt.

Die Karstenitkrystalle, welche im Grossen die Combinationsgestalt $\infty P \bar{\infty} \,.\, \infty P \breve{\infty} \,.\, 0P \,.\, P$ (mit oder ohne $2P\bar{2}$ und $3P\bar{3}$) zeigen, stellen demnach ein Aggregat homolog gruppirter Kryställchen der Combinationsgestalt $P \,.\, \infty P \bar{\infty} \,.\, \infty P \breve{\infty}$ (mit oder ohne $2P\bar{2}$ und $3P\bar{3}$) dar und durch die Summe aller Endecken von P, welche nahezu in einer Ebene liegende Scheitelpunkte darbieten, werden die scheinbar rauhen Basisflächen construirt, während die Quer- und Längsflächen eben und glatt erscheinen. Oft erscheinen auch im Zusammenhange mit dieser homologen Gruppirung die Querflächen schwach vertical gestreift, welche Streifung sich auf den Pyramidenflächen entsprechend fortsetzt.

Bisweilen zeigen die Krystalle mangelhafte Ausbildung der Theile, Zerklüftungen, wie sie mannigfach an Karstenitkrystallen beobachtet werden, und Lücken oder Höhlungen von unregelmässiger Gestalt im Innern der Masse. Auch in diesen sieht man an den den Basisflächen parallelen Oberflächentheilen der Höhlungen dieselbe Ausbildung der Endecken der Grundgestalt, wie aussen. Farblose kleine Gypskrystalle sind ziemlich zahlreich auf den Karstenitkrystallen aufgewachsen zu bemerken und orangegelbe Cölestinkrystalle erscheinen da und dort ein- und aufgewachsen.

An und für sich wäre es von keiner besonderen Bedeutung, wenn man an Krystallen die Erscheinung rauher Flächen auf gewisse kleine Krystalltheile zurückführen kann und die kleinen hervorragenden Theile mit den Spaltungsstücken in Zusammenhang gebracht werden können, oder wenn man wenigstens sichtlich nachzuweisen vermag, dass die kleinen die grossen Krystalle zusammensetzenden Kryställchen auch sonst noch so vorkommen und die Übergänge an nahe liegenden Stücken sichtbar werden. Hier aber finden diese beiden Fälle nicht Statt, indem man die Combinationsgestalt $P \,.\, \infty P \bar{\infty} \,.\, \infty P \breve{\infty}$ einzeln nicht beobachtete und die Karstenitkrystalle keine Spaltungsflächen parallel den Flächen der Grundgestalt bis jetzt haben finden lassen, dieselben auch hier nicht vorhanden sind. Man muss vielmehr nach dem ganzen Stücke urtheilen, dass die auflösende Einwirkung des Wassers auf den Karstenit, mit welcher die Bildung der so häufig und auch hier als Begleiter auftretenden Gypskrystalle zusammenhängt, an den Karstenitkrystallen

die ursprünglichen Basisflächen derartig umgewandelt hat. Da nun der Karstenit in absteigendem Grade sehr vollkommen spaltbar parallel den Längs-, Quer- und Basisflächen ist, auch Spuren von Spaltbarkeit parallel dem Prisma ∞P gefunden werden, so ist das Heraustreten der Endecken von P anstatt der Basisflächen hier um so interessanter, weil die Krystalle sonst keine Einwirkung weiter auf den übrigen Flächen zeigen, und sich somit die Basisflächen als die für die Erosion empfindlichsten darstellen, was mit der Vertheilung der Moleküle im Zusammenhange stehen muss.

Die Einwirkung des Wassers auf den Karstenit, durch welche die kleinsten Theilchen in gewisser Ordnung hinweggenommen werden, musste dabei eine sehr langsame sein, weil die durch die Erosion hervortretenden Theile der die Endecken von P bildenden Pyramidenflächen an Stärke des Glanzes den ursprünglich in der Combination auftretenden P-Flächen nicht viel nachstehen und die so entstandenen rauhen Basisflächen nach dem Grade des Hervortretens der Endecken in der Stärke des Glanzes noch zwischen dem Matten und dem Wenigglänzend wechseln.

Die aufgewachsenen Gypskryställchen, welche eine unzweifelhafte Folge der Auflösung des Karstenit im Wasser sind, zeigen in ihrer Lage unter einander und zu den Krystallen des Karstenit keine Regelmässigkeit und Harmonie, sie setzten sich an, wo sie gerade Platz fanden. Da wo sie häufiger auftreten als hier und die Masse des Karstenit mehr zurück tritt, entstehen Gemenge von Gyps- und Karstenitkrystallen, gleichsam als wären dieselben gleichzeitig entstanden.

2. Notiz über eine Krystallgestalt des Dolomit.

Ein zweites bemerkenswerthes Beispiel rauher Flächen hatte ich Gelegenheit an einem Exemplare des sogenannten Miemit von Glücksbrunn bei Gotha in Sachsen zu beobachten, welches mir durch sein eigenthümliches Aussehen auffiel. Das spargelgrüne Mineral bildet einen krystallinischen Überzug, an dessen Oberfläche die nahe gruppirten kleinen hervorragenden Krystalle deutlich zu sehen sind. Es trat an dem Stücke das sonst gewöhnliche Gepräge rhomboedrischer Krystallbildung gar nicht hervor, wie man es bei anderen derartigen Überzügen von Dolomit und ähnlichen sieht und ich war desshalb über das Stück selbst bei vorübergehender Betrachtung zweifelhaft. Ich fand jedoch bald die Erklärung in der eigen-

thümlichen Bildung der einzelnen Individuen, welche erwähnt zu werden verdient. Die Krystalle bilden nämlich die Combination $2R' . R$, die Flächen R bilden schmale Abstumpfungsflächen der Endkanten an $2R'$, fallen aber durch ihren Glanz auf, während die Flächen $2R'$ nur in gewissen Richtungen schimmernd sind. Dies liegt nun daran, dass sie als Flächen gar nicht vorhanden sind, sondern die scheinbaren Flächen $2R'$ durch homolog gestellte Seitenecken der Rhomboeder R gebildet werden, welche als sehr kleine Partialgestalten die Krystalle zusammensetzen und dadurch scheinbar die rauhen Flächen $2R'$ hervorbringen. Es ist also eigentlich nur die Grundgestalt R vorhanden, und die vielen homolog gruppirten Kryställchen dieser Form erzeugen die Combinationsgestalt $2R' . R$ der mit freiem Auge sichtbaren Krystalle, die Flächen R treten durch ihren Glanz hervor und das Ganze hat das Aussehen, als wären tafelartige Krystalle vorhanden, welche in das orthorhombische Krystallsystem gehörten.

3. **Krystallgestalt des Millerit von Saarbrücken.**

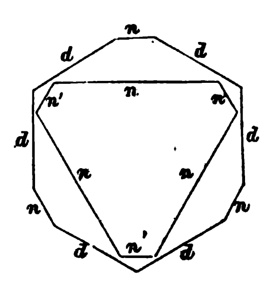
An zwei Exemplaren des unter dem Namen Haarkies bekannten Millerit von Saarbrücken in Rheinpreussen, welche von Herrn Dr. M. Bondi in Dresden an das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet in Wien eingesendet wurden, fand ich die bereits schon früher von mir an Exemplaren dieser Species von anderen Fundorten bestimmte Combination des hexagonalen Prisma in normaler, und des in diagonaler Stellung. Bei der Zartheit der linearen Kryställchen hatten sich nicht alle Flächen gleichmässig entwickelt und es liessen sich nicht alle zwölf Flächen auffinden, doch zeigte sich hier in dem Mangel einzelner keine bestimmte Tendenz, trigonale Prismen zu bilden, indem kein regelmässiger Wechsel der fehlenden (oder der Beobachtung entgehenden) Flächen bemerkt werden konnte. An dem einen der beiden Exemplare sind Kluftflächen in der Schwarzkohle mit Sideritkrystallen besetzt und auf diesen sitzen die haarförmigen Krystalle des Millerit, begleitet von einigen kleinen undeutlichen messinggelben Krystallkörnern, welche Chalkopyrit zu sein scheinen. An dem anderen Stück sind Kluftflächen in Schieferthon mit weissen Calcit- und gelben Sideritkrystallen bekleidet und die Kryställchen des Millerit sind sehr zart und büschelförmig gruppirt. Der Ausgangspunkt bei dieser Gruppirung ist, wie ich es an englischem Millerit von Merthyr Tydvil in Wales bemerkte, ein graues metallisches Korn. Chalkopyrit

ist auch hier in kleinen Krystallkörnern als Begleiter zu sehen, welche einzeln verstreut aufgewachsen und etwas deutlicher als an dem vorigen Exemplare sind.

4. Über eine Krystallverbindung des Turmalin.

Ein Krystallstück eines dunkelblaugrünen durchsichtigen Turmalin (aus Brasilien), an welchem die beiderseitigen Endflächen durch Abbrechen nicht mehr sichtbar, sondern nur die prismatischen Flächen zu sehen waren, zeigte einen interessanten Wechsel in der successiven Ausbildung. Es hatte sich nämlich um einen bereits ausgebildeten Krystall durch Ansatz weiterer Turmalinmasse von gleicher Beschaffenheit der Krystall vergrössert, eine Erscheinung, welche man an anderen Turmalinkrystallen, so wie auch an Krystallen anderer Species, wie z. B. bei Quarz und Fluss nicht selten beobachten kann, und welche in ihrer Deutlichkeit oft durch einen Wechsel der Farbe oder durch andere Verhältnisse unterstützt wird. Hier erlaubte das eine abgebrochene Ende die Umwachsung dadurch zu erkennen, dass der innere Krystall ein wenig aus der weiteren Umhüllung herausragte.

Das Interessante bei dieser Weiterbildung des Krystalls besteht in dem Wechsel der prismatischen Flächen und derselbe wird aus der beifolgenden Figur ersichtlich, welche die beiderlei Gestaltungen im horizontalen Querdurchschnitte darstellt. Die Wahl der Namen bezüglich der Stellung ist eine willkürliche, weil keine Endflächen vorhanden sind und es könnte eben so gut die Benennung eine umgekehrte sein, was auf die Darstellung keinen Einfluss hat.



Während der äussere Krystall die Flächen des hexagonalen Prisma in diagonaler Stellung $\infty P2$ (*d*) zeigt, an welchem die abwechselnden Kanten durch die Flächen eines trigonalen Prisma in normaler Stellung $\frac{\infty P}{2}$ (*n*) gerade abgestumpft sind, und die Flächen des trigonalen Prisma in normaler Stellung $\frac{\infty P'}{2}$ nur an zwei Kanten in Spuren zu sehen sind, zeigt der innere Krystall die Flächen des hexagonalen Prisma in normaler Stellung ∞P mit gleichzeitiger Ausbildung der beiden Hälften-Gestalten $\frac{\infty P}{2}$ und $\frac{\infty P'}{2}$ (*n* und *n'*)

und von den Flächen des hexagonalen Prisma in diagonaler Stellung sind an dem inneren Krystalle nur schwache Spuren an den Combinationskanten der beiden trigonalen Prismen zu erkennen. Dabei sind die Flächen der Prismen in normaler Stellung glatt, während die des Prisma in diagonaler Stellung vertical gestreift sind. Jedenfalls steht dieser Wechsel in der Ausbildung der Gestalt mit der oft vorkommenden verschiedenen Ausbildung der Endflächen in Zusammenhang und ist auf die verschiedene terminal-polarische Elektricität des Turmalin zurückzuführen.

5. Nachträgliche Bemerkung über den Galaktit.

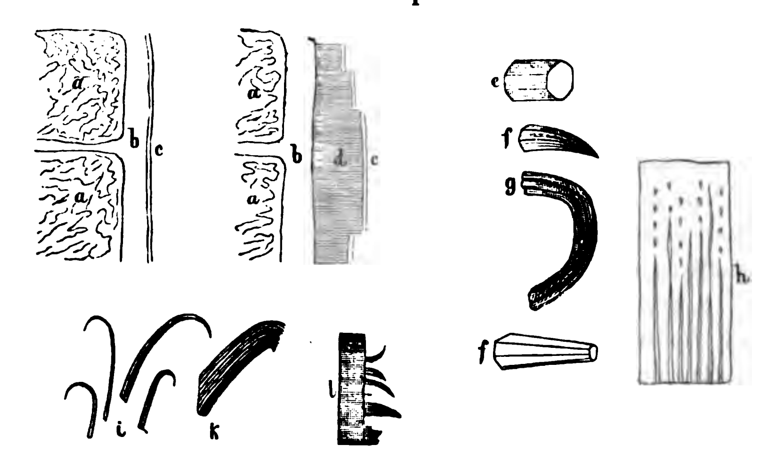
Nachdem ich den Galaktit in der eilften Folge meiner mineralogischen Notizen (Märzheft des Jahrganges 1854 der Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kais. Akademie der Wissenschaften, Band XII, Seite 290) beschrieben hatte, theilte mir Herr Sectionsrath W. Haidinger mit, dass er bei seiner Anwesenheit in England in früherer Zeit dem bezüglichen Minerale den Namen wegen der weissen Farbe gegeben habe, und dass der damals vorliegende Fundort Glenfarg in der Grafschaft Perth in Schottland war.

6. Über einige Erscheinungen beim Krystallisiren des Wassers.

Die durch mehrere Wochen andauernde niedrige Temperatur dieses Winters gestattete mir einen Krystallisationsprocess in seinem Verlaufe zu beobachten, auf dessen Beginn ich durch Zufall aufmerksam wurde, und welcher eigenthümliche Erscheinungen aufwies. In einem zum k. k. Hof-Mineralien-Cabinete gehörigen Souterrainlocale wurde ich bei eintretendem Froste auf ein Abblättern eines Kalkanstriches und Hebung ganzer Lagen aufmerksam und nach kurzer Zeit sah ich eine täglich zunehmende Eisbildung folgender Art:

Eine Wand, auf deren Ziegeln eine Lage Mörtel wie gewöhnlich als Verputz angeworfen ist, und welcher dann mit einem dünnen Kalkanstrich versehen ist (wie diese Theile die beifolgende Figur angibt, *a* die Ziegeln, *b* den Verputz, *c* den Anstrich), ist mit hygroskopischem Wasser erfüllt und ist so gelegen, dass auf der einen Seite, wo die Krystallisation eintrat, eine mindere Temperatur war, als auf der anderen. Die Ziegel und der Verputz sind poröser als der Kalkanstrich und dieser bildet eine, wenn auch dünne, doch immerhin

cohärente Schicht, welche das Wasser weniger hindurch lässt. Das wenige Wasser, welches durch die Ziegel und den Verputz hindurchgedrungen war, und sich innerhalb des möglichen Zwischenraumes zwischen Anstrich und Verputz befindet, begann durch die äussere Kälte zuerst fest zu werden, zu krystallisiren, wodurch eine Erweiterung des Zwischenraumes zwischen Verputz und Anstrich erzwungen wurde, welche auf die Entfernung der dünnen Anstrichdecke einwirkte, so dass dieselbe sich unmerklich erhob. Aus dem Verlaufe der Beobachtungen zu schliessen, begannen sich durch den Krystallisationsprocess sehr viele Individuen zu bilden, so viele vielleicht, als Poren an der Oberfläche des Verputzes vorhanden waren.



Der Act der Krystallisation auf der Oberfläche des Verputzes in dem Zwischenraume zwischen dem Verputz und dem Anstrich vergrösserte den Zwischenraum momentan und die Krystallisationskraft veranlasste das im Verputz befindliche Wasser der nächsten Nachbarschaft, sich den beginnenden Krystallen anzuschliessen, sie zog die Atome oder Moleküle desselben aus dem Verputze heraus, vergrösserte (verlängerte) die begonnenen Krystalle von der Ansatzfläche aus, drängte die Krystallanfänge vorwärts und erweiterte somit noch mehr den Zwischenraum zwischen dem Verputz und Anstrich, welcher letztere wieder etwas dadurch gehoben werden musste. Das durch die Krystallisationskraft aus dem obersten Theile des Verputzes herausgezogene Wasser veranlasste leere Räume und das Wasser der anderen Theile der Wand drang hindurch und durch die Porosität, respective Capillarität der Masse nach und nun konnte das einmal

begonnene Wachsen der Krystalle sich fortsetzen, so lange die übrigen Verhältnisse und die Menge des vorhandenen Wassers es möglich machten.

Der Anstrich wurde immer weiter vom Verputz weggedrängt und durch das Eis gehoben, das Eis selbst bildete eine immer dichter werdende Schicht *d* (stellenweise bis einen halben Zoll dick) und war in seiner Masse parallel laufend faserig, wie ähnliche Gänge ausfüllende Massen von Salz, Gyps oder Calcit, dabei klar und ziemlich durchsichtig. Die linearen Krystalloide erhielten ihren continuirlichen Zuwachs von der Basis aus und wurden so unmerklich und im engsten Anschluss der Massentheilchen vergrössert, dass keine Absätze oder Schichtungen parallel der Wand oder senkrecht auf die Längsaxe der Fasern bemerklich wurden. Der Anstrich bröckelte sich an einzelnen Stellen durch das ungleiche Wachsthum der Individuen zum Theil los.

An Stellen, wo kein Anstrich vorhanden war oder derselbe weniger Cohärenz und Sprünge zeigte, erhoben sich lineare Krystalloide von anscheinend prismatischer Gestalt mit vertical gestreiften Flächen und faseriger Bildung im Innern (*e* in der Figur), die auch zum Theil als spitze pyramidale Gestalten (*f*) erschienen (verjüngte Krystalle, wie beim Quarz), auf der Oberfläche des Verputzes vereinzelt, haarförmig bis zur Dicke einer Schreibfederspule und darüber. Dieselben wuchsen langsam, aber im Allgemeinen etwas schneller als die faserigen Schichten, und krümmten sich zum Theil freiwillig in freiem Raume des Locales in der Luft, wie gebogene Gypskrystalle, welche Krümmungen constant den einmal eingeschlagenen Weg verfolgten, so dass dergleichen Krystallstengel fortwachsend (*g* in der Figur) mit ihrem Anfange wieder den Verputz berührten und in dieser Stellung selbst noch an Länge zunahmen. Ich beobachtete dergleichen Krystalloide bis zur Länge eines Zolles.

Die faserigen Massen zeigten unter starker Vergrösserung parallele röhrenförmige Hohlräume und gereihte Bläschen, welche die eng verwachsenen linearen Krystalloide von einander trennten und nach unten (gegen den Verputz hin) an Ausdehnung zunahmen,

Ich entfernte nun an einigen Stellen die Lage des Anstrichs von der Oberfläche der faserigen Massen, schnitt dieselben in einem Flächenraume von zwei Zoll so zu, dass die Oberfläche möglichst glatt und eben war, und erwartete so das weitere Verhalten. Auf

diesen Flächen erhoben sich nur einzelne, lange, haarförmige Krystalle von ansehnlicher Länge (*i*) und faserige Krystallgruppen (*k*), welche sich gewöhnlich an ihren Enden hakenförmig krümmten und der Anblick dieser Massen mit ihren emporgesprossenen Krystallen und faserigen Gruppen ist aus dem Durchschnitte *l* ersichtlich. (James D. Dana beschrieb Seite 188 der vierten Auflage seines *System of mineralogy* ähnliche gekrümmte faserige Gruppen linearer Krystalloide des Eises, welche sich an Baumstämmen bildeten und ein ähnliches Hervorspriessen der Krystalle darstellen.)

Solche einzelne haarförmige Krystalle und faserige Gruppen emporwachsender linearer Kryställchen von ansehnlicher Länge und täuschender Gleichheit des Aussehens beobachtete ich an einem Stücke vitriolescirenden Markasits, aus dessen Oberfläche viele Krystalle eines weissen Vitriolsalzes ebenso emporstiegen.

7. Nachträgliche Bemerkungen über den Plagionit.

Als Anhang zu den früher von mir beschriebenen und für Wolfsbergit gehaltenen Krystallen des Plagionit (siehe die sechzehnte Folge meiner mineralogischen Notizen in dem Februarhefte des Jahrganges 1855 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kais. Akademie der Wissenschaften), welche sich durch ihre einfache Krystallgestalt auszeichnen, habe ich eine in kugelig-blätterigen Partien vorkommende Abänderung des Plagionit zu erwähnen, welche gleichfalls für Wolfsbergit ausgegeben wurde. Nachdem sich nämlich die früher beschriebenen Krystalle als Plagionit erwiesen hatten, übersandte Herr Dr. Bondi in Dresden zwei eigenthümliche Druschen an das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet, welche ihm gleichfalls als Wolfsbergit zugekommen waren und über welche er jetzt gleichfalls Zweifel hegte. Er übersandte sie mit dem richtigen Bemerken, dass er etwas Ähnliches von Wolfsberg noch nicht gesehen habe.

Die angestellte Untersuchung liess mich finden, dass die lamellaren Krystalloide, welche die kugelig-blätterigen Partien zusammensetzen, stark gekrümmt sind, und wo sie deutlicher werden, auch die von mir beschriebene einfache Combination des Plagionit erkennen lassen, und dass dazu die eigenthümliche Streifung sehr viel beiträgt, wenn man damit die Streifung vergleicht, wie sie von G. Rose am Wolfsbergit angegeben wurde. Das Aussehen der kugeligen Partien erinnert an gewisse Calcitkugeln, die durch Krystalle in der Gestalt eines stumpferen Rhomboeders zusammengesetzt

werden und das Analogon derselben würde für sie die allereinfachste in der genannten Folge angegebene Combination sein. Dieselbe tritt jedoch da, wo die einzelnen Krystalle sich erkennen lassen nicht hervor, sondern man beobachtet nur die dem Titanit ähnliche. Die Oberfläche der Kugeln ist nicht glatt, sondern der Zusammensetzung gemäss gekerbt. Vor dem Löthrohre liessen sich die Bestandtheile des Plagionit mit Bestimmtheit nachweisen. Der Fundort ist Wolfsberg am Harz und die Kugeln sind mit Calcit und Quarz verwachsen.

Ein zur Ansicht beigefügtes Exemplar des echten Wolfsbergit zeigte nur dünne tafelartige Krystalle mit starker Streifung der breiten Flächen. An den Enden waren sie verbrochen, scheinbar rechtwinkelig gegen die Hauptaxe parallel dem horizontalen Hauptschnitt, woran man die von G. Rose bestimmte undeutliche Spaltungsfläche parallel den orthorhombischen Basisflächen erkennen konnte.

8. Eine dem Serpentin ähnliche Pseudomorphose des Diopsid.

Von dem k. k. Rechnungs-Officialen Herrn L. Kaczvinsky erhielt ich zur Bestimmung ein Exemplar eines sogenannten krystallisirten Serpentin angeblich aus China stammend und einen losen Krystall von gleicher Beschaffenheit. Die Untersuchung ergab, dass diese dem Serpentin sehr ähnlichen Krystalle umgewandelte Krystalle des Diopsid sind, wie derselbe als Abänderung des Augit in blassgrünen am Ende auskrystallisirten Krystallen im Alathale in Piemont und an anderen Orten vorkommt. Die bezüglichen Krystalle mögen auch, dem Ganzen nach zu schliessen, aus dem Piemontesischen, nicht aus dem Chinesischen stammen. Die Combination ist $\infty P \infty . (\infty P \infty) . \infty P$ mit einer vorderen und einer hinteren Hemipyramide und anderen Flächen in Spuren. Spaltbarkeit ist nicht mehr zu bemerken und der Bruch ist uneben. Unrein pistaziengrün und durch eingewachsene fremdartige Theile gelblich gefleckt, schwach wachsartig glänzend, trüb durchscheinend. Härte = 2·5 — 3·0. Milde, im Striche grau. Specifisches Gewicht = 2·801. Fast fettig anzufühlen.

An dem Stücke, welches die Krystalle aufgewachsen zeigt, bemerkt man auf dem Gemenge von Aktinolith und Calcit, welches die gemeinschaftliche Unterlage bildet, noch ein zweites Umwandlungsproduct als neuere Bildung, nämlich als Überzug kleine Partien eines stalaktitischen kugelig-nierenförmigen Minerals, welches am meisten an den Dermatin erinnert. Es ist licht graulichgelb

und gelblichbraun gefärbt, an der Oberfläche wachsartig glänzend, durchscheinend und etwas fettig anzufühlen. Die Härte ist = 2·5 und es ist gleichfalls milde.

9. Über den Enstatit, eine neue Species in dem Geschlechte der Augit-Spathe.

Gleichzeitig mit der dem Serpentin ähnlichen Pseudomorphose des Diopsid, welche oben (unter Nr. 8) beschrieben worden ist, erhielt ich von dem k. k. Rechnungs-Officialen, Herrn L. Kaczvinsky ein kleines Stück zur Bestimmung, welches gleichfalls ein körnig-krystallisirter Serpentin in derbem aus China sein sollte. Das Aussehen des dichten Minerals, in welchem die Krystalle eingewachsen waren, sprach unzweifelhaft dafür, dass es ein Serpentin sei, obgleich es auch nicht der Fall war, wie ich weiter unten besprechen werde, sondern eine eigene Species, der Pseudophit. Die in dem dichten Minerale aber eingewachsenen Krystalle hatten nicht die geringste Ähnlichkeit mit Serpentin, sondern erinnerten im ersten Augenblicke an Skapolith, wozu noch die rechtwinkelig vierseitigen, scheinbar quadratischen Gestalten des Querbruches der linearen Krystalle, die Farbe und der Glanz beitrugen. China erschien mir auch als problematisches Vaterland, und ich sah desshalb unter den Skapolithen in den Sammlungen des k. k. Hof-Mineralien-Cabinetes nach, ob sich nicht ein gleiches Mineral vorfände. Ich war auch bald so glücklich, in der Reservesammlung, unter der Etiquette: glasiger Skapolith im edlen Serpentin vom Berge Zdjar in Mähren, ein identisches Stück zu finden, hörte von dem Mineralienhändler Herrn Dr. Bader, dass der Fundort ganz richtig sei, da er selbst früher reichliches Material dieses Skapolith im Serpentin gehabt, und fand auch in dem Werke des Herrn Professor F. A. Kolenati (die Mineralien Mährens und österreichisch Schlesiens, deren Fundorte und ökonomisch-technische Verwendung, Brünn 1854), auf Seite 41, unter Skapolith, dass Skapolith in gegliederten, discordant gelagerten Stangen, eingewachsen im Serpentin vom Berge Zdjar bei Aloysthal angegeben war. Zur weiteren Vergleichung und Untersuchung erhielt ich auch noch zwei Exemplare aus den Sammlungen der k. k. geolog. Reichsanstalt und durch meinen geehrten Freund, den k. k. Militär-Verpflegs-Verwalter Herrn Schmidt in Brünn, zwei Exemplare aus dortigen Sammlungen zugesendet, so dass mir nun hinreichendes Material dieses schönen mährischen Minerals zu Gebote stand.

Auf den Anschein hin, dass das Mineral Skapolith wäre, wofür es seit langer Zeit ausgegeben und in die Sammlungen übergegangen war, prüfte ich einen kleinen Splitter vor dem Löthrohre und fand zu meiner Überraschung, dass das Mineral fast unschmelzbar war und sich bei starkem Feuer an den Kanten nur ein wenig abrundete, dass es mit Kobaltsolution befeuchtet und geglüht nicht blau wurde, dass es in Salzsäure nicht löslich war und bei Anwendung selbst feinen Pulvers und langem Kochen in der Säure keine Spur von Kalkerde sich zeigte. Hieraus und weil es scheinbar in Serpentin eingewachsen war, schloss ich, dass es vielleicht ein Skapolith sein könnte, der anstatt Kalkerde Talkerde enthielte und übergab somit dem k. k. Hauptmann Herrn Karl Ritter v. Hauer wohl ausgesuchtes Material zur analytischen Bestimmung, so wie auch gleichzeitig von dem dichten Minerale, dem scheinbaren Serpentine, dem nunmehrigen Pseudophit, und er übernahm die Untersuchung mit gewohnter freundlicher Bereitwilligkeit.

Inzwischen setzte ich meine Untersuchungen fort und als ich das Resultat der Analysen erfuhr, trafen meine Untersuchungen mit den erhaltenen Resultaten zusammen und es zeigte sich, dass das fragliche krystallisirte Mineral kein Skapolith, auch kein talkerdehaltiger sei, sondern dass es ein Augit-Spath ist, das Analogon des Wollastonit, das Bisilikat der Talkerde, $3MgO.2SiO_3$, welches somit als eigene Species constatirt wurde. Die Eigenschaften dieses von mir mit dem Namen Enstatit belegten Minerals sind nun nachfolgende:

Es findet sich krystallisirt in langen eingewachsenen linearen Krystallen, welche so fest eingewachsen sind, dass sie sich äusserst schwierig aus der Grundmasse heraus trennen lassen und viel eher zerbrechen. Selten gelingt es, ein Krystallstück so herauszulösen, dass dessen Flächen ringsum sichtbar sind. Hiermit sind aber nur die Flächen in der verticalen Zone gemeint, welche für die eines quadratischen Prisma gehalten wurden; Endflächen waren an keinem der Stücke zu erhalten. Der Grund der schwierigen Trennbarkeit und der unvollkommenen Ausbildung äusserer Krystallflächen liegt in dem sicher grossen Widerstande, welchen die Krystalle bei ihrer Bildung innerhalb der Masse fanden, wie man aus dem Ganzen ersieht.

Die linearen Krystalle sind nämlich, worauf sich auch der von Herrn Professor Kolenati gebrauchte Ausdruck „gegliedert" bezieht, häufig an mehreren Stellen quer durchgebrochen und die

Bruchstücke etwas verschoben, wodurch ein gewissermassen gegliedertes Aussehen erzeugt wird. Die durch die Verschiebung entstandenen Zwischenräume sind mit der damals noch weichen Grundmasse ausgefüllt worden, so dass die Krystalle, da ohnehin noch die nächste Umgebung um die ganzen Krystalle in dem Bereiche des Contactes etwas dunkler erscheint, und die Krystallstücke wie dunkel umsäumt in der lichten grünen Masse liegen. Diese dunklere Umsäumung, eine scheinbare, aber doch nicht wirklich verschiedene und von der Grundmasse getrennte Hülle der Krystalle ist sehr schmal, und man könnte diese durch die Färbung unterschiedene Schicht bei der natürlichen Grösse der Krystalle (2 — 6 Millimeter dick und 4 — 6mal so lang) etwa mit einem dicken Federstrich vergleichen, den man um die Krystalle herumzöge, um sie in ihrem Umrisse zu bezeichnen. Die durch das Verschieben der Bruchstücke der geknickten Krystalle entstandenen und durch die Grundmasse ausgefüllten Zwischenräume sind oft über ein Millimeter breit und die Querbrüche bald rechtwinkelig bald schiefwinkelig gegen die Hauptaxe, was vielleicht nur von der verschiedenen Ansicht bei verschiedener Lage herrührt.

Man erinnert sich hierbei an die geknickten Beryll- und Turmalinkrystalle und kann sich recht gut vorstellen, dass die Enstatitkrystalle in einer weichen breiartigen Masse sich bildeten und als lange lineare Krystalle durch irgend welche Bewegung in der weichen Masse geknickt und die Bruchstücke etwas verschoben wurden, dass aber die Grundmasse noch immer weich genug war, um die Lücken in continuo auszufüllen. Die dunklere Farbe im Contact ist nicht auffallend und man findet sie oft bei Krystallen, welche fest eingeschlossen sind.

Die Flächen der verticalen Zone entsprechen den Flächen des Augitgeschlechtes, als klinorhombische Quer- und Längsflächen, welche rechtwinkelig gegeneinander stehen und zu der Deutung quadratischer Prismen Veranlassung gaben. Dass es aber die klinorhombischen Quer- und Längsflächen wirklich sind, zeigt ausserdem die Spaltbarkeit, indem die Krystalle deutlich spaltbar parallel den Flächen des klinorhombischen Prisma von nahezu 87° sind, ausserdem auch noch Spaltungsflächen parallel den Quer- und Längsflächen selbst bemerkbar sind. Der Unterschied der Spaltbarkeit ist für die zweierlei Flächenpaare wenig verschieden, in beiden Fällen aber die Spaltbarkeit sehr nachstehend der deutlichen Spaltbarkeit parallel den Prismen-

flächen. Man kann nur durch jene schwach das Bild eines Kerzenlichtes wahrnehmen, während man auf den Spaltungsflächen parallel den Prismenflächen ziemlich deutliche Bilder äusserer Gegenstände erhält, die noch deutlicher wären, wenn nicht ein gewisses Zerrissensein und faseriges Aussehen in der Längsrichtung der Spaltungsflächen, wahrscheinlich die Folge der mehrfachen Spaltbarkeit, wie man es bei dem Skapolith und Wollastonit auch sieht, die Deutlichkeit hinderte.

Die Krystalle des Enstatit sind graulichweiss, zum Theil etwas gelblich oder grünlich, der glasartige Perlmutterglanz ist auf den vollkommenen Spaltungsflächen ziemlich stark, die Krystallflächen selbst sind aber matt oder schimmernd, wie man es bei dem festen Verwachsensein nicht anders erwarten kann. Halbdurchsichtig bis an den Kanten durchscheinend, in kleinen Spaltungsstückchen fast durchsichtig und farblos. Strich weiss; spröde. Härte = 5·5. Specifisches Gewicht = 3·10 — 3·13.

Vor dem Löthrohre ist das Mineral, wie schon oben angegeben wurde, für sich fast unschmelzbar, es wird weiss und undurchsichtig und rundet sich an den Kanten etwas ab und erlangt, unter der Loupe betrachtet, an diesen Stellen das Aussehen eines weissen emailartigen Überzuges. Mit Kobaltsolution geglüht erscheint keine blaue Farbe. In Salzsäure ist der Enstatit nicht löslich, auch bei Anwendung des Pulvers konnte ich keine Löslichkeit bemerken.

Wegen der Beharrlichkeit vor dem Löthrohre habe ich den Namen Enstatit gewählt, von dem griechischen Worte ἐνστάτης, der Gegner, um dadurch auf den wesentlichen Gegensatz in Rücksicht auf die anderen Augit-Spathe hinzudeuten und das Merkmal hervorzuheben, durch welches es sich so leicht von dem Skapolith unterscheidet, mit dem es verwechselt wurde.

Herr Karl Ritter v. Hauer fand in 100 Theilen nachfolgende Bestandtheile:

1.	2.		
56·91	57·28	Kieselsäure,	
2·50	5·00	Thonerde,	
2·76		Eisenoxydul,	
35·44	36·25	Talkerde,	
0·41	„	Wasser	als Verlust beim Erwärmen bis 100° C.
1·51	„	Wasser	als Verlust beim Glühen.
99·53			

Die Zerlegung geschah mittelst kohlensauren Natrons. Nach dem Glühen zeigt das gepulverte Mineral eine lichtbraune Färbung. Von Kalkerde war keine Spur vorhanden. Die geringe Menge Thonerde und Wasser rührt, wie die unten angegebene Analyse des Pseudophit zeigt von demselben her, da es nicht möglich war, denselben gänzlich davon zu trennen.

Die Berechnung ergibt nachfolgende Äquivalentverhältnisse:

12·563	Kieselsäure,	oder	2·000	oder 2
0·486	Thonerde,		0·077	
0·767	Eisenoxydul,	} 18·487	2·943	3
17·720	Talkerde,			
1·677	Wasser,		0·269	

woraus die Formel $3\,MgO\ .\ 2\,SiO_3$ hervorgeht.

Der in das Geschlecht der Augit-Spathe gehörige Enstatit (vergleiche meine Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems, Seite 69) bildet somit ein neues Glied dieses schönen und in sich so vielfach gegliederten Geschlechtes, welches sich durch die allgemeine Formel $3\,RO\ .\ 2\,SiO_3$ (den Akmit ausgeschlossen) darstellen lässt und sich wesentlich durch die vier Basen: die Kalkerde, die Talkerde, das Eisenoxydul und das Manganoxydul in isomorphen einfachen und zusammengesetzteren Verbindungen auszeichnet, zu denen sich noch selten das Natron und das Zinkoxyd gesellt.

Durch den Enstatit ist es gestattet, ein übersichtliches Schema zusammenzustellen, welches die Verbindung aller Glieder auf das Deutlichste darstellt und wo die mineralogische Abgrenzung der einzelnen Species durch den Wechsel der vikarirenden Stoffe einerseits bestimmt, andererseits erschwert wird, wenn drei oder vier, selbst fünf Basen zusammentreten. Ich glaube, dass das beigegebene Schema dazu dient, zu zeigen, welche Species und wie sie zu unterscheiden sind, und dass die Wahl, wohin man einzelne Augit-Spathe zu setzen habe, nicht schwierig ist. Um die Übersicht des Schema zu erleichtern, habe ich die Schreibweise der Formeln gewählt, welche den Sauerstoff durch Punkte ausdrückt, und das Schema gestaltet sich nun folgendermassen:

Wollastonit — Diopsid — Enstatit

$\dot{Ca}^3\,\ddot{Si}^2$ . . . . $\left.\begin{matrix}\dot{Ca}^3\\ \dot{Mg}^3\end{matrix}\right\}\ddot{Si}^2$ . . . . $\dot{Mg}^3\,\ddot{Si}^2$

$\left.\begin{matrix}\dot{Ca}^3\\ \dot{Mg}^3\\ \dot{Fe}^3\end{matrix}\right\}\ddot{Si}^2$ Augit

Bronzit

Bustamit $\left.\begin{matrix}\dot{Ca}^3\\ \dot{Mn}^3\end{matrix}\right\}\ddot{Si}^2$ — Hedenbergit $\left.\begin{matrix}\dot{Ca}^3\\ \dot{Fe}^3\end{matrix}\right\}\ddot{Si}^2$ — $\left.\begin{matrix}\dot{Mg}^3\\ \dot{Fe}^3\end{matrix}\right\}\ddot{Si}^2$ Hypersthen

Pajsbergit $\left.\begin{matrix}\dot{Ca}^3\\ \dot{Mn}^3\\ \dot{Fe}^3\end{matrix}\right\}\ddot{Si}^2$ Jeffersonit

$\dot{Mn}^3\,\ddot{Si}^2$ . . . . $\left.\begin{matrix}\dot{Mn}^3\\ \dot{Fe}^3\end{matrix}\right\}\ddot{Si}^2$ . . . . $\dot{Fe}^3\,\ddot{Si}^2$

Rhodonit — Fowlerit — Grunerit

Vier Species, der Wollastonit . . = $3CaO\,.2SiO_3$
„ Enstatit. . . . . = $3MgO\,.2SiO_3$
„ Grunerit . . . . = $3FeO\,.2SiO_3$
„ Rhodonit . . . . = $3MnO\,.2SiO_3$

bilden gleichsam die extremsten Glieder des Geschlechtes und die übrigen Species erscheinen als Mischlinge dieser vier Glieder. Durch das Auftreten von zwei verschiedenen Basen in der Zusammensetzung lassen sich wieder, so weit es bekannt ist, fünf Haupttypen unterscheiden, wobei auf geringe Mengen der anderen vikarirenden Bestandtheile nicht Rücksicht genommen wurde und es bilden

der Diopsid . . . . . . = $3Ca,\,MgO\,.2SiO_3$
„ Hedenbergit . . . = $3Ca,\,FeO\,.2SiO_3$
„ Bustamit . . . . . = $3Ca,\,MnO\,.2SiO_3$
„ Hypersthen . . . = $3Mg,\,FeO\,.2SiO_3$
„ Fowlerit . . . . . = $3Fe,\,MnO\,.2SiO_3$

die entsprechenden Mittelglieder, in denen auch einzelne Vorkommnisse aufgenommen werden müssen, wo andere Bestandtheile in untergeordneten Mengen eintreten, um nicht ohne Grund die Anzahl der Species zu vermehren. Es können hierbei freilich Fälle eintreten, wo von den beiden basischen Hauptbestandtheilen der eine bedeutend

zurücktritt, diese Übergänge sind dann nothwendigerweise den Hauptgliedern einzuverleiben. Zwei derartige Übergänge wurden, weil sie als solche eigends getrennt worden sind, beispielweise beigefügt, der Bronzit und der Pajsbergit, dieselben entfallen aber als eigene Species und werden nur denjenigen Species beigesellt, der sie entsprechend der Berechnung am nächsten stehen.

Durch das Zusammentreten von mehr als zwei Basen in entsprechender Menge können nun mehrere Mischlinge hervorgehen und von diesen wurden zwei wesentliche hervorgehoben,

der Augit $= 3Ca, Mg, FeO \, . \, 2SiO_3$

„ Jeffersonit $= 3Ca, Mn, FeO \, . \, 2SiO_3$,

ohne dass desshalb in jenem das Manganoxydul, in diesem die Talkerde ausgeschlossen sind. Die Analysen des Jeffersonit haben auch Zinkoxyd ergeben, doch gehören unter diese Gruppe auch andere Augit-Spathe, die man nicht Jeffersonit genannt hat, die aber die angeführten der Bestandtheile als wesentliche enthalten, und hiernach glaube ich, ist die Trennung dieses Gliedes am zweckmässigsten zu gestatten.

Minerale, welche man als Diallag, Diaklasit, Schillerspath, Malakolith u. s. w. trennte, gehören ihren Bestandtheilen gemäss in eine der obigen Gruppen und sind als eigene Species, namentlich, wenn eine beginnende Veränderung ihres Zustandes einzelne Eigenschaften verschieden erscheinen lässt, nicht zu trennen, den Nephrit hat man dann füglich als einen dichten Diopsid oder Augit aufzufassen. Der Breislakit scheint sich dem Fowlerit anzuschliessen, da Chapman neben der Gestalt des Augit in dem Silikate als die wesentlichen Basen Eisen- und Manganoxydul hervorhebt.

Eine eigenthümliche Reihe würde der Aegyrin beginnen, welche neben Eisenoxydul noch Natron enthält. Seine Zusammensetzung scheint bis jetzt der Formel $3Fe, NaO \, . \, 2SiO_3$ zu entsprechen und seine übrigen Eigenschaften machen es nothwendig, ihn in das Geschlecht der Augit-Spathe zu stellen. In Hinblick auf das obige Schema eröffnet der Aegyrin eine neue Reihe von Silikaten und es dürften sich in dieser oder in einer anderen Richtung noch mehr Species auffinden, welche den Umfang des Geschlechtes bezüglich der basischen Bestandtheile erweitern. Dem Aegyrin am nächsten steht dann der Akmit, dessen chemische Formel aber noch bezüglich

des Eisenoxyduls bei der Übereinstimmung in den Gestalten der Aufklärung bedarf. Dieselbe aber macht es trotzdem möglich, ihn, wie es am passendsten erscheint, als Augit-Spath in dem Systeme einzureihen.

Bei den verschiedenen Ansichten über den Begriff der Mineral-species dürfte es leicht Mineralogen geben, welche mehr, andere welche weniger Species aufstellen möchten, als hier in dem Augitgeschlechte aufgestellt worden sind, je nachdem es ihre Ansichten erheischen. Die Erfahrung hat jedoch gezeigt, dass man da, wo vikarirende Bestandtheile vorhanden sind, mit grosser Vorsicht ein zu viel und zu wenig vermeiden muss, um nicht völlig inconsequent gegenüber anderen Species zu werden. Je mehr dergleichen Gruppen eng zusammengehörender Species aufgefunden werden, wozu die jährlich steigende Anzahl der Species beiträgt, um so richtiger werden wir in der Folge beurtheilen können, wie weit der Umfang einer jeden Species grundsätzlich ausgedehnt werden kann und werden dafür allgemeine Regeln aufzustellen im Stande sein. Es ist dabei durchaus nicht immer nothwendig, dass, wie bei den Alaun-Salzen, den Epidot- und Amphibol- Spathen, den Granat- und Spinell-Skleriten und anderen, alle derartigen isomorphen Glieder, welche unter dieselbe allgemeine chemische Formel fallen, in dasselbe Geschlecht gehören, dessen ungeachtet, wird aber die Wahl der Mittelglieder, wie sie oben vorgenommen wurde, die zweckmässigste Vertheilung der einzelnen Vorkommnisse in besondere Species nach sich ziehen und es wird weder genügen, alle unter einer allgemeinen Formel stehende in eine Species zu vereinen, noch zweckmässig sein, so viele Species aufzustellen, als specielle Formeln möglich sind, in denen die Mengen der vikarirenden Bestandtheile gegenseitig durch Zahlenverhältnisse abgegrenzt werden.

Zur Vergleichung mit obiger Gruppirung und zum Beweise, wie zweckmässig die Wahl der Mittelglieder ist, dient zum Beispiel die Reihe rhomboedrisch-krystallisirender Bicarbonate, in denen dieselben Basen wie oben vorkommen. Sie unterscheiden sich nur dadurch, dass sie nicht in ein Geschlecht, ja nicht einmal in eine Ordnung gehören. Die bezüglichen Mineral-Species sind folgende:

Magnesit	Mesitin	Siderit	Monheimit	Smithsonit
$\dot{Mg}\ddot{C}$	$\left.\begin{matrix}\dot{Mg}\\ \dot{Fe}\end{matrix}\right\}\ddot{C}$	$\dot{Fe}\ddot{C}$	$\left.\begin{matrix}\dot{Fe}\\ \dot{Zn}\end{matrix}\right\}\ddot{C}$	$\dot{Zn}\ddot{C}$

Dolomit: $\left.\begin{matrix}\dot{Ca}\\ \dot{Mg}\end{matrix}\right\}\ddot{C}$

Ankerit: $\left.\begin{matrix}\dot{Ca}\\ \dot{Fe}\\ \dot{Mn}\\ \dot{Mg}\end{matrix}\right\}\ddot{C}$

Oligonit: $\left.\begin{matrix}\dot{Fe}\\ \dot{Mn}\end{matrix}\right\}\ddot{C}$

$\dot{Ca}\ddot{C}$ . . . . $\dot{Mn}\ddot{C}$

Calcit Rhodochrosit

10. Über den Pseudophit, eine neue Species in dem Geschlechte der Serpentin-Steatite.

Die so eben beschriebenen Krystalle des Enstatit vom Berge Zdjar bei Aloysthal in Mähren sind, wie bereits erwähnt worden ist, in einem dichten grünen Minerale eingewachsen, welches dem Aussehen nach für Serpentin gehalten wurde und in der That mit demselben die überraschendste Ähnlichkeit hat. Der Zufall wollte es, dass ich es für gut fand, reines Material desselben auszusuchen, um es von Herrn Karl Ritter von Hauer analysiren zu lassen, obgleich ich selbst nicht daran dachte, dass es etwas anderes als Serpentin sei. Um so mehr überraschte das Resultat der Analyse, weil es eine grosse Verschiedenheit von dem Serpentin zeigte. Herr Karl Ritter von Hauer nämlich fand in 100 Theilen nachfolgende Bestandtheile:

1.	2.	
33·51	33·33	Kieselsäure,
15·42 }	18·63 {	Thonerde,
2·58 }		Eisenoxydul,
34·41	33·67	Talkerde,
0·46	„	Wasser } als Verlust { bei 100° C.
12·75	12·61	„ } als Verlust { beim Glühen.

Die Zerlegung geschah mittelst kohlensauren Natrons. Von Kalkerde wurde keine Spur gefunden.

Die daraus berechneten Äquivalentverhältnisse sind folgende:

7·397	Kieselsäure,		2·466 oder	4·932 oder	5
3·000	Thonerde,		1	2	2
0·717	Eisenoxydul, }	17·922	5·974	11·948	12
17·205	Talkerde. }				
14·166	Wasser,		4·722	9·444	9

ie zweckmässigste Art, die erhaltenen

$$12MgO \quad 9HO \quad 2Al_2O_3 \quad 5SiO_3$$

zu verbinden, um eine Formel aufzustellen, ist wohl folgende:

$$7(MgO . HO) \quad 2(HO . Al_2O_3) \quad 5(MgO . SiO_3),$$

wodurch die einfache Formel

$$5[MgO . HO + MgO . SiO_3] + 2[MgO . HO + HO . Al_2O_3]$$

hervorgeht.

Wegen der grossen Ähnlichkeit mit dem Serpentin habe ich nun dieses Mineral Pseudophit genannt (Ophit gleichbedeutend mit Serpentin), um diese Ähnlichkeit und die Verwechslung mit Serpentin auszudrücken. Es gehört diese Species in das Geschlecht der Serpentin-Steatite (siehe meine Bearbeitung des Mohs'schen Mineralsystems, Seite 44) und wird seine passendste Stelle neben dem Piotin erhalten, welcher sich wie der Saponit durch seinen Thonerdegehalt neben Talkerde, Kieselsäure und Wasser auszeichnet.

Die übrigen Eigenschaften dieses Minerals sind folgende:

Das Mineral ist unkrystallinisch und dicht, mit unvollkommen muscheligem Bruche im Grossen und splitterigem Bruche im Kleinen, die Bruchstücke sind nicht scharfkantig. Hin und wieder sieht man unter der Loupe kleine glänzende Schüppchen, welche auf eine sehr geringe Beimengung eines glimmerigen Minerals hindeuten, deren Menge aber verschwindend ist.

Die Farbe ist ein grauliches Oliven- bis Pistaziengrün, mehr oder weniger dunkel.

Die Stücke sind an den Kanten, und wenn sie klein sind, ganz durchscheinend.

Glanz ist nicht vorhanden, das Mineral ist matt oder wenig schimmernd. Milde, fein anzufühlen, fast etwas fettig; Strich weiss. Härte = 2·5. Specifisches Gewicht = 2·75 — 2·77.

Vor dem Löthrohre wird es für sich weiss oder gelb, und ist unschmelzbar. Im Glaskolben erhitzt gibt es ziemlich reichlich Wasser. In Salzsäure nur unvollkommen löslich, da grössere Stückchen selbst in concentrirter tagelang fast unverändert bleiben und das Pulver auch nur langsam zersetzt wird, keine Kieselgallerte bildend, sondern ein weisses Kieselpulver zurücklassend.

11. Über den Isomorphismus des Zinkoxydes (des Zinkit) und des Schwefelkadmium (des Grenockit).

Nachdem durch die nicht mineralogischen Krystalle des Zinkoxydes die krystallographischen Verhältnisse dieser Verbindung, welche auch als Mineral vorkommt, richtig erkannt worden waren, so liessen sich ihre Gestalten mit denen anderer analoger Verbindungen vergleichen, zumal dieselben insofern die Aufmerksamkeit erregen mussten, weil sie nicht tessularisch sind. G. Rose machte in seinem krystallo-chemischen Mineralsysteme S. 65 darauf aufmerksam, dass der Endkantenwinkel einer hexagonalen Pyramide in normaler Stellung 127° 40—43′ beträgt und mit einem analogen Winkel bei dem Korund so nahe übereinstimmt, dass der Unterschied nur 20′ beträgt. Er hob desshalb diese Übereinstimmung des Zinkoxydes, eines einatomigen Oxydes, mit dem Korund, einem Sesquioxyde als sehr merkwürdig hervor und betrachtete sie als einen derjenigen Fälle, die wir nach unseren jetzigen Theorien nicht erklären können und mit allen ähnlichen im Auge behalten müssen, um eine Erklärung dafür zu finden.

So richtig diese Bemerkung an sich ist, wenn man wegen der nahen Übereinstimmung des betreffenden Winkels den Zinkit und Korund für isomorph hält, so glaube ich doch, dass man auf diese Übereinstimmung, selbst wenn sie noch näher läge, keinen so grossen Werth zu legen hat, und dass man keinen Fall des wirklichen Isomorphismus vor sich hat. Wir finden bisweilen bei verschiedenartigen Verbindungen übereinstimmende Krystallgestalten und können dann diese Übereinstimmung wohl kaum höher anschlagen, als wenn wir verschiedenartige Verbindungen tessularisch krystallisirt finden. Bemerkenswerther scheint mir der Umstand zu sein, dass das Zinkoxyd mit seinen hexagonalen Krystallgestalten ein Beweisstück mehr für die übereinstimmenden Verhältnisse ist, welche sich bei gewissen binären Verbindungen der einfachsten Art zeigen.

Der Isomorphismus und Dimorphismus (oder allgemeiner der Polymorphismus) haben uns schon vielfache Aufklärung gegeben und jetzt, wo man die Krystallographie in der Ausdehnung an Krystallen überhaupt, mineralischen und nicht mineralischen (den fälschlich künstlichen) betreibt, wie es die Wichtigkeit des Gegenstandes erfordert, haben wir noch öftere zu erwarten. So zeigt sich auch hier, dass das Zinkoxyd mit seinen hexagonalen Gestalten kein ver-

einzelter Fall ist, sondern dass dasselbe in eine Gruppe gehört, in welcher wir schon das richtige Verhältniss ahnen konnten. Wir finden von den Elementen beginnend in allen Verbindungsstufen krystallographische Verhältnisse im Einklange mit den chemischen und können bereits die Beispiele des Isomorphismus in reichlicher Anzahl aufführen, nebenbei aber finden wir auch von den Elementen beginnend in allen Verbindungsstufen Beispiele des Dimorphismus, seltener des Isodimorphismus, welche aber auch nicht dem blossen Zufalle zugerechnet werden können, sondern ihre Begründung finden müssen.

Die binären Verbindungen in dem einfachsten Verhältnisse zeichnen sich durch die tessularischen Gestalten aus und der Isomorphismus ist hier durchaus nicht zu verkennen. Es ist schon eine grosse Anzahl dieser tessularischen Krystallspecies bekannt und mehrere finden sich als Mineralspecies vor. Aus ihrer Zusammenstellung

KF	KCl	KBr	KJ				
NaF	NaCl	NaBr	NaJ				
	AmCl		AmJ				
LiF	LiCl						
CaF							
				MgO			
	UCl			UO			
	FeCl			FeO	FeS		
					MnS		
				NiO			
				CdO			
			ZnJ		ZnS		
			PbJ	PbO	PbS	PbSe	PbTe
	AgCl	AgBr			AgS	AgSe	
					HgS	HgSe	
	Cu_2Cl			Cu_2O	Cu_2S		

lässt sich wohl der Schluss ziehen, dass alle binären Verbindungen der einfachsten Art, welche durch die Elemente Te, Se, S, O; J, Br, Cl, F

mit den Metallen (und dem gleichgeltenden Ammonium und dem Doppeltkupfer,

K, Na, Am, Li; Ba, Sr, Ca, Mg; U, Ni, Co, Fe, Mn, Cr; Sn, Cd, Zn, Ti; Pb, Ag, Hg, Cu_2 und anderen

gebildet werden, tessularisch krystallisiren können und als isomorphe Stoffe und Verbindungen, namentlich innerhalb gewisser Gruppen auch als vikarirende Bestandtheile zu gelten haben.

Viel seltener treten diese Verbindungen in hexagonalen Krystallgestalten auf, nachweisbar

NiS, FeS, CdS, ZnO, PbJ, HgS

und unter diesen sind FeS, CdS, ZnO, welche einen Isomorphismus nachweisen und im Vergleiche mit den tessularisch krystallisirenden Verbindungen

FeO, FeS, CdO, ZnS

den Isodimorphismus, welcher möglicherweise durchgängig bestehen kann, deutlich hervortreten lassen. Wenn wir übersichtlich die bis jetzt bekannten Krystallgestalten der drei Species: FeS (Pyrrhotin), CdS (Grenockit) und ZnO (Zinkit) zusammenstellen, so zeigen sich zufolge der bisherigen Bestimmungen nachfolgende Resultate.

	FeS	CdS	ZnO
oP	beob.	beob.	beob.
∞P	„	„	„
$\infty P2$	„	nicht beob.	„
P	126° 52′ ; 125° 52′	127° 26′ ; 124° 37′	127° 32′ ; 124° 16′
$\frac{4}{5}P$	nicht beob.	nicht beob.	135° 56′ ; 97° 14′
$\frac{1}{2}P$	138° 36′ ; 90° 0′	139° 39′ ; 87° 13′	nicht beob.
$\frac{1}{3}P$	nicht beob.	nicht beob.	144° 54′ ; 74° 10′
$\frac{1}{4}P$	„	155° 29′ ; 50° 56′	nicht beob.
$\frac{1}{12}P$	170° 34′ ; 18° 56′	nicht beob.	„
$\frac{8}{5}P$	nicht beob.	„	123° 20′ ; 143° 20′
$\frac{7}{5}P$	121° 28′ ; 155° 48′	„	nicht beob.
$P2$	128° 40′ ; 120° 0′	„	„
parallel oP	vollkommen	unvollkommen	deutlich spaltbar.
„ ∞P	weniger deutlich	deutlich	wen. deutl. „

Ausserdem ist es auch bekannt, dass Schwefelkadmium wie Schwefeleisen als vikarirende Bestandtheile für Schwefelzink, beispielsweise in der Species der Blende selbst vorkommen, so wie umgekehrt auch die Oxyde als gegenseitige Stellvertreter beobachtet werden. Der Isodimorphismus ist daher gewiss ausser allem Zweifel gestellt und es kann bei unserer verhältnissmässigen beschränkten Kenntniss der krystallographischen Verhältnisse nicht auffallen, dass Schwefelkadmium und Zinkoxyd hexagonal, Kadmiumoxyd und Schwefelzink tessularisch krystallisiren, sondern es muss gerade dieses wechselweise Vorkommen bei ohnehin übereinstimmenden Gestalten und bei dem bekannten Vikariren in anderen Verbindungen der Beweis sein, dass Isodimorphismus hier obwaltet.

Nachträglich ist hier anzuführen, dass Descloizeaux (Ann. d. chim. et d. phys. XL, 85) die Angaben Dufrénoy's (vergl. meine Übersicht der Resultate min. Forsch. 1853, 44) bestätiget hat, dass der citronengelbe Jodit aus Chili hexagonal und isomorph mit Greenockit krystallisirt. Proben von Chanarcillo in Chili, schwefelgelbe, durchsichtige, im Bruche demantartig glänzende, parallel oP sehr leicht spaltbare Krystalle liessen ausser oP und ∞P die hexagonalen Pyramiden $2P = 122^\circ\ 12'$ und $150^\circ\ 14'$

$$P = 127^\circ\ 36' \quad „ \quad 124^\circ\ 0'$$
$$\tfrac{1}{2}P = 155^\circ\ 26' \quad „ \quad 50^\circ\ 22'$$

finden. Ausserdem fand J. L. Shmith (Sillim. Amer. Journ. XVIII, 374), dass der Jodit aus Chili = AgJ ist, wonach sich diese Species als isomorphe den obigen drei angeführten anreiht.

12. Notiz über eine Zwillingsbildung des Calcit.

In einem Stücke dichten grauen Calcits, welcher im wilden Anger am Salzberge bei Hall in Tirol in einer Höhe von 6000 Fuss vorkommend gefunden wurde, woselbst dieser durch seine eigenthümliche oolithisch-knollige Bildung im Grossen auffällt und desshalb von Escher von der Linth Riesenoolith genannt wurde, finden sich kleine unregelmässige Drusenräume, besetzt mit sehr kleinen farblosen und durchsichtigen Krystallen von Calcit. Dieselben bieten ein Beispiel von Zwillingsbildung dar, wie man es sonst nicht zu sehen gewohnt ist, wenn auch das Gesetz der Zwillingsbildung ein bekanntes ist.

Auf den ersten Blick erscheinen die kleinen aufgewachsenen und aufliegenden Krystalle als spitze trigonale Pyramiden, deren Endecken durch die Flächen einer sehr stumpfen trigonalen Pyramide in gleicher Stellung dreiflächig zugespitzt sind, die Flächen der letzteren gerade auf die Flächen der ersteren aufgesetzt, wie die beifolgende Figur angibt.

Genauer betrachtet, namentlich unter der Loupe sieht man eine sehr stumpfe Kante in der Mitte der Paralleltrapeze, welche die Flächen der vorherrschenden Gestalt bilden, wie dieselbe an der Figur durch die langgestrichelten Linien angedeutet ist, so dass die trigonale Pyramide zur ditrigonalen Pyramide wird, deren über den Flächen der trigonalen liegende Flächenpaare einen sehr stumpfen Winkel bilden.

Da die ditrigonalen, so wie die trigonalen Pyramiden am Calcit nicht vorzukommen pflegen, so würde man sich die Erscheinungsweise dieser Krystalle so erklären müssen, dass Zwillinge der bekannten Art (zwei Skalenoeder mit gemeinschaftlicher Hauptaxe und Basisfläche, so zur Hälfte in einander verwachsen und das eine um $^1/_6$ seines Umfanges um das andere herumgedreht, dass drei abwechselnde stumpfe vierkantige Ecken und drei abwechselnde einspringende Ecken entstehen) so verwachsen sind, dass von den beiden Skalenoedern noch weniger als die Hälften da sind, und somit die drei abwechselnden einspringenden Ecken verschwinden, und durch drei spitze symmetrische vierkantige Ecken ersetzt werden. Auf diese Art werden die rhomboedrischen Zwillinge zu trigonalen und die skalenoedrischen Zwillinge zu ditrigonalen Pyramiden.

Dass nun die oben angegebenen Krystallgestalten wirklich derartige Zwillinge sind, dies zeigt deutlich der eine aufliegende Krystall, welcher gerade so aufliegt, dass man eine der drei abwechselnden stumpfen symmetrisch-vierkantigen Ecken sehen kann. Man bemerkt daselbst, wie auch in der Figur durch die gestrichelten Linien es ferner angedeutet ist, eine Fläche, welche an jedem einzelnen Skalenoeder als die eines sehr spitzen Rhomboeders auftreten würde, aufgesetzt auf die stumpfen Endkanten und die Seitenecken schief abstumpfend. Ein geringes Hervortreten der besagten Flächen unterstützt durch eine sichtliche Ungleichheit der beiden Individuen in der Grösse bringt eine geringe Verschiebung der Theile, ein Übereinandergreifen an dieser Ecke hervor und die Combinationskanten des Rhomboeders mit dem Skalenoeder lassen sich unter der Loupe als sehr stumpfe, jedoch deutlich erkennen.

Wäre diese Fläche an allen stumpfen vierkantigen Ecken zu sehen, was vielleicht wirklich der Fall ist, durch die Kleinheit und Lage der aufgewachsenen Krystalle nicht deutlich wird, so würde dieses Rhomboeder im Zwillinge eine stumpfe Zuschärfung der stumpfen vierkantigen Ecken hervorbringen, während sie bei dem tiefen Eindringen der beiden Skalenoederhälften an den spitzen vierkantigen Ecken gar nicht erscheint.

Bei der gewöhnlichen Ausbildung derartiger Skalenoederzwillinge müsste dann eine solche Rhomboederfläche einspringende diedrische Winkel an der Stelle der spitzen vierkantigen Ecken zeigen.

Das betreffende Stück hatte der Assistent am k. k. Hof-Mineralien-Cabinete Herr E. Suess, von seiner vorjährigen Untersuchungsreise mitgebracht und mir zur näheren Kenntnissnahme übergeben.

13. Bemerkungen über ein mit dem Felsöbanyt verwechseltes Mineral.

Nachdem durch den Herrn Sectionsrath W. Haidinger und Herrn Karl Ritter von Hauer festgestellt worden war, dass das von W. Haidinger mit dem Namen Felsöbanyt belegte Mineral eine eigene Species ist, welche wesentlich Wasser, Thonerde und Schwefelsäure in dem Verhältnisse enthält, dass man dafür die Formel $2(3HO.Al_2O_3) + 4HO.SO_3$ aufstellen kann, erscheint es mir nothwendig, darauf aufmerksam zu machen, dass noch ein anderes kugeliges Mineral unter dem Namen Felsöbanyt in den Handel gekommen ist, welches jedenfalls von dem echten Felsöbanyt verschieden zu Verwechselungen Veranlassung geben dürfte.

Das kugelige Mineral, welches mir von drei verschiedenen Seiten zur Ansicht zukam, ist von Kapnik, enthält auch Wasser, Thonerde und Schwefelsäure und ist, so viel man ohne Analyse im Vergleiche mit dem Felsöbanyt Haidinger's beurtheilen kann, nicht dasselbe Mineral.

Das erste Stück erhielt ich durch den k. k. Finanz-Concipisten in Hermannstadt, Herrn E. A. Bielz zugesendet. Man sieht auf krystallisirtem Tetraedrit und Quarz aufgewachsene kugelige und büschelige Partien nadelförmiger Kryställchen. Die Kugeln sind gelblichweiss, an den Kanten durchscheinend, unter der Loupe betrachtet an der Oberfläche rauh, durch Krystallenden, welche wie es scheint, orthorhombische Domen darstellen. Zerbrochen zeigen die Kugeln excentrisch strahlige Bildung und die einzelnen trennbaren Nadeln sind fast durchsichtig und farblos. Der Glanz ist auf den Kugeln glasartig, auf den durchgebrochenen Theilen durch die strahlige Bildung zwischen Glas- und Perlmutterglanz. Ausser den kleinen Kugeln und büscheligen Partien, welche die Kryställchen mehr vereinzelt zeigen, sind sämmtliche Tetraedritkrystalle wie grau beschlagen, was ebenfalls Krystallanfänge dieses Minerals sind. Die Härte ist = 3·5 — 4·0 und dürfte, wenn sie sicher bestimmt werden könnte, vielleicht noch höher sein.

In Salzsäure unlöslich. Die Kugeln zerlegen sich beim Kochen nach und nach nur in die einzelnen Nadeln. Im Glasrohre erhitzt gab

es ziemlich reichlich Wasser unter gleichzeitiger Entwickelung schwefeliger Säure, welche das Lackmuspapier röthet, so wie auch das Wasser sauer reagirt. Die ausgeglühte Kugel war grau, mit Kobaltsolution befeuchtet und geglüht, wurde sie schön blau.

Wegen des Mangels an disponiblen Material konnte ich dem k. k. Hauptmann Karl Ritter v. Hauer nur sehr wenig Stoff zur qualitativen, wenn möglich zur quantitativen Bestimmung übergeben (90 Milligrammen) und er fand

6·20 Schwefelsäure,
75·75 Thonerde,
18·55 Wasser (Verlust)

mit dem Bemerken, dass das Resultat wenig Anspruch auf Genauigkeit machen könne, sich aber jedenfalls herausstelle, dass die Zusammensetzung keine Ähnlichkeit mit der von ihm bestimmten des Felsöbanyts zeige.

Bei seiner Anwesenheit in Wien schenkte der Mineralienhändler, Herr Dr. A. Krantz in Bonn, ein Exemplar dieses vermeintlichen Felsöbanyts von Kapnik an das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet, welches er in mehreren Exemplaren aquirirt hatte. Es bildet aufgewachsene Kugeln von 1—2 Millimeter im Durchmesser auf einem krystallinischen Gemenge von Blende, Pyrit, Bleiglanz und Tetraedrit. Die Kugeln sind zusammengesetzt aus radial gestellten linearen Kryställchen, die Oberfläche der Kugeln ist auch durch die hervorragenden Krystallenden, welche sich hier, wie in dem obigen Stücke durch die Beobachtung unter der Loupe als orthorhombische Domen erkennen und deuten liessen. Farbe, Glanz, Durchsichtigkeit und alle anderen Verhältnisse zeigten sich ebenso, wie in dem zuerst beschriebenen Stücke, nur war das hier in Rede stehende von viel frischerem und schönerem Aussehen.

Ein drittes Exemplar desselben Minerals, angeblich zwar von Felsöbánya, richtiger aber auch von Kapnik erhielt ich von Sr. Excellenz dem Herrn Grafen von Beroldingen in Wien zur Ansicht und Bestimmung, dessen schöne Sammlung noch manches für die Wissenschaft wichtige Exemplar zu neuen Beobachtungen liefern wird. Auch hier sieht man auf einem krystallinisch-körnigen Gemenge von Pyrit, Bleiglanz, Blende und Chalkopyrit aufgewachsene aber um vieles grössere Kugeln mit matter oder wenig schimmernder und kaum unebener Oberfläche. Innen sind die Kugeln radial-

faserig, die oberste Schicht ist fast dicht mit bemerkbarer concentrisch schaliger Bildung entsprechend der äusseren Kugelform. Während der innere krystallinische Theil fast farblos oder gelblich, durchsichtig bis halbdurchsichtig, fast seidenglänzend in Perlmutterglanz geneigt ist, ist die äussere Schicht gelblichweiss und an den Kanten durchscheinend, wesshalb die Kugeln durch diese Rinde undurchsichtig erscheinen. Im Übrigen gleicht dieses Mineral den beiden anderen und die Bestandtheile sind Thonerde, Schwefelsäure und Wasser.

Aus Allem geht hervor, dass hier ein kugeliges Mineral von gleichen Bestandtheilen von Kapnik mit dem echten Felsöbanyt Haidinger's von Felsöbánya verwechselt wird, wesshalb zu wünschen ist, dass durch eine Analyse der Unterschied constatirt werde. Die morphologischen und physicalischen Eigenschaften allein dürften nicht ausreichend sein, so lange nicht reichlicheres Material vorliegt als das mir vorgelegene und die Krystalle beider so mikroskopisch kleine erkennbare Theile zeigen. Die bis jetzt unterscheidbaren Eigenschaften sprechen entschieden für eine neue Species.

14. Calcit, als Einschluss in Pleonast.

Einer kurzen Erwähnung verdient der krystallisirte schwarze Pleonast, welcher sich am Monzoniberge in Tirol eingewachsen in einem grauen, aus Batrachit und Calcit bestehenden Gemenge vorfindet und das Oktaeder als Krystallform zeigt. Mehrere der eingewachsenen, meist scharf ausgebildeten Krystalle sind durch das Formatisiren des Stückes zufällig zerschlagen und von ihnen enthalten einige ein unvollkommen ausgebildetes Calcitindividuum als mittleren weissen Kern, um welchen die schwarze Pleonastmasse herum ungestört die äussere Gestalt ausbildete. Der eingeschlossene Calcit bildet einen Krystall, dessen äussere Flächen sich nicht in ihrer Umgrenzung darstellen konnten, weil dies die umhüllende Pleonastmasse hinderte, man erkennt aber die Anwesenheit nur eines Individuums durch die im Durchbruche dargelegte Spaltungsfläche, welche nur eine ist und bis an die Pleonastmasse fortläuft. Das Volumen derartiger Calcitkerne ist nicht gering und beträgt selbst die Hälfte des ganzen Volumens der Pleonastkrystalle. Gleicher blaulichweisser körniger Calcit umschliesst auch an einzelnen Stellen die Pleonastkrystalle oder bildet für sich in dem Gemenge des Batrachit und Calcit deutlich ausgeschiedene Partien.

Vorträge.

Der Copir-Zirkel, eine einfache Einrichtung des Pantographen.

Von **Josef Sedlaczek**,
Mechaniker des k. k. physicalischen Institutes.

Das Princip, welches der Einrichtung meines Pantographen zum Grunde liegt, dürfte sich folgender Massen am fasslichsten dar-

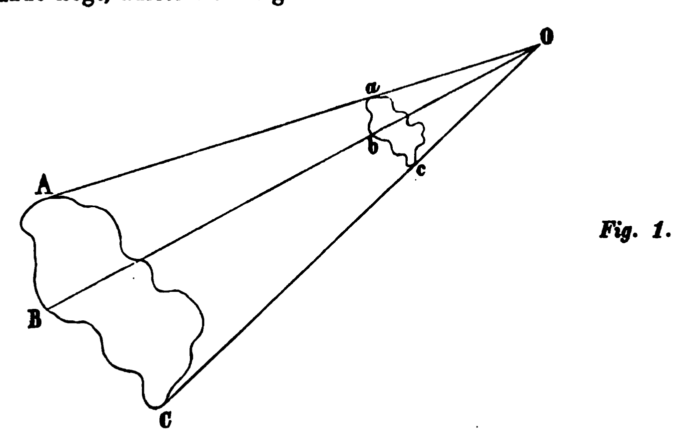


Fig. 1.

stellen lassen. Es sei eine auf einer Ebene (auf einem Reissbrette) vorhandene Zeichnung A, B, C in einem vorgeschriebenen Verhältnisse, z. B. in einem Drittheil ihrer Grösse zu copiren. Man nehme in dieser Ebene irgend einen Punkt O, denke sich von demselben zu allen Punkten, wie A, B, C u. s. w., der Zeichnung gerade Linien OA, OB, OC u. s. w. gezogen und auf jeder derselben von O aus gegen A, B, C u. s. w. hin Stücke Oa, Ob, Oc. u. s. w. abgeschnitten, welche im Vergleiche mit den ganzen Linien in dem geforderten Verhältnisse kleiner sind; also, in dem gewählten Beispiele $Oa = {}^1/_3\, OA$, $Ob = {}^1/_3\, OB$, $Oc = {}^1/_3\, OC$ u. s. w., so stellen die solcher Weise bestimmten Punkte a, b, c u. s. w. offenbar den Umfang einer Figur dar, welche dem vorgelegten Originale vollkommen ähnlich und bezüglich desselben in dem verlangten Verhältnisse verkleinert

ist. Hätte man nun zwei gewöhnliche Zirkel-Instrumente zur Hand, wovon die Schenkel des einen in dem geforderten Verhältnisse kürzer wären, als die des andern und denkt man sich, nachdem man mit dem grösseren Zirkel nach und nach jeden der von *O* an das Original gehenden Fahrstrahlen *OA*, *OB*, *OC* u. s. w. gefasst hat, dem kleineren Zirkel dieselben Öffnungen gegeben, die dabei der grössere erhält, so würde der kleinere Zirkel mit der einen Spitze in dem Fixpunkte *O* eingesetzt, mit der andern Spitze in den entsprechenden Linien *OA*, *OB*, *OC* u. s. w. die Punkte *a*, *b*, *c* u. s. w. markiren; der kleinere Zirkel muss, wie leicht einzusehen ist, von selbst die gehörigen Öffnungen annehmen, wenn man den zu *O* gehenden Schenkel mit jenem des grossen Zirkels in eine und dieselbe Richtung fallen, und die Spitze des andern Schenkels in jeden zu verkürzenden Fahrstrahl eingreifen lässt. Letztere Bedingung wird mit grösster Leichtigkeit zu erfüllen sein, wenn die Ebene in welcher sich der kleinere Zirkel öffnet, mit jener des grösseren übereinstimmt; denn dann käme es nur darauf an, dass auch der kürzere Schenkel das Reissbrett berührt, sobald der längere an die zu copirenden Stellen gebracht wird, wobei es ganz gleichgiltig bleibt, welche Lagen bei den verschiedenen Schritten die gemeinschaftliche Öffnungsebene der Zirkel annimmt.

Das von mir construirte Instrument, welches ich hier der hohen kaiserl. Akademie vorzuzeigen die Ehre habe, ist die genaue Verwirklichung des soeben Erklärten.

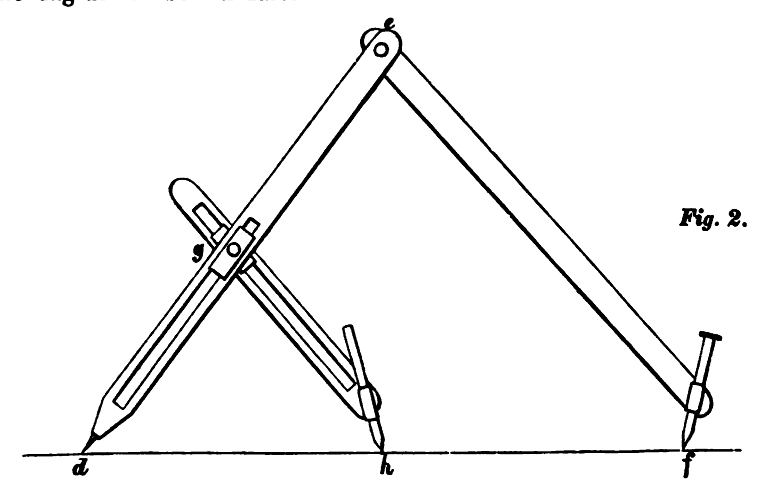


Fig. 2.

Wie aus Fig. II ersichtlich ist, bilden die Schenkel *de* und *ef* den grösseren, *dg* und *gh* den kleineren Zirkel, welche beide um die Axen *g* und *e* in einerlei Ebene beweglich sind, so zwar dass die drei Punkte *d*, *h*, *f* in jeder Richtung und Ausdehnung in eine und dieselbe Gerade fallen, wobei *d* eine Stahlspitze, *h* ein Bleistift und *f* ein Griffel ist, welcher letztere längs dem Originale herum bewegt wird. Der Abstand von *d* bis *e* ist = *ef* und beträgt bei vorliegendem Instrumente 300 Millimeter. Dadurch dass sich die Axe *g*, in der Richtung der Stahlspitze *d*, in einer Nuth verschieben und feststellen lässt, und längs dieser eine mit den Punkten *de* correspondirende Scala angebracht ist, wird ermöglicht, jedes beliebige Verhältniss *dg* zu *de* herzustellen; zu welchem Behufe auch nur eine einzige Scala nothwendig ist, indem der kürzere Schenkel *gh*, welcher ebenfalls mit Nuth und Schieber versehen ist, und mit der Axe *g* in Verbindung steht, ganz einfach so gestellt wird, dass, bevor man zu zeichnen beginnt, die Bleistiftspitze *h*, sowie der in einer Hülse verschiebbare Griffel *f* mit der Stahlspitze *d*, am zusammengelegten Instrumente zusammenfallen.

Hierdurch wären nun alle Bedingungen erfüllt, welche das Gelingen einer richtigen Zeichnung voraussetzt, wenn man noch die Vorsicht übt, die Bleistiftspitze, welche sich durch den Gebrauch abnützt, wodurch der Zirkelschenkel kürzer wird, von Zeit zu Zeit nachzustellen. Sollte das Instrument die Zeichnung auf einmal nicht umfassen können, müssen Papier und Original nach Bedarf über-einander gelegt, und letzteres partienweise copirt werden. Was endlich das Vergrössern einer Zeichnung betrifft, so dürfen nur Bleistift und Griffel verwechselt werden; besondere Genauigkeit ist aber hier so wenig wie bei gewöhnlichen Pantographen zu erreichen, da sich hierbei die Fehler multipliciren.

Über die Cephalopoden aus dem Lias der nordöstlichen Alpen.

Von dem c. M. **Franz Ritter v. Hauer.**

(Auszug aus einer für die Denkschriften bestimmten in der Sitzung am 26. April 1855 vorgelegten Abhandlung.)

Lange bekannt ist das Vorkommmen zahlreicher Cephalopodenreste an verschiedenen Fundstellen in den nordöstlichen Alpen, die der Liasformation angehören. Abgesehen von älteren Schriftstellern geben Partsch, Boué, Münster, Lill, Sedgwick und Murchison mehr oder weniger ausführliche Schilderungen solcher Localitäten.

Erst etwas später wurde die Bestimmung einzelner Arten versucht: so veröffentlichten Quenstedt, Schafhäutl, Kudernatsch Listen der in Adneth bei Hallein vorkommenden Arten, Stur solche der Cephalopoden von Enzesfeld und Hörnstein, Merian und Escher aus verschiedenen Localitäten in Vorarlberg, Emmrich von der Kammerkar- und Lofer-Alpe. Ich selbst gab ausgedehntere Listen in meiner Abhandlung über die Gliederung der Trias-, Lias- und Juragebilde der nordöstlichen Alpen [1]) und später die vollständige Beschreibung der Arten von zwei Familien und zwar der Heterophyllen [2]) und Capricornier [3]).

Die vorliegende Abhandlung nun enthält die Fortsetzung dieser Arbeit, ausgedehnt auf alle übrigen Cephalopoden welche die hiesigen Sammlungen, namentlich das Museum der k. k. geologischen Reichsanstalt aus dem Lias der nordöstlichen Alpen enthalten. Vorausgeschickt ist eine kurze Übersicht der geologischen Verhältnisse der wichtigsten Fundorte, von denen der bei Weitem grösste Theil jener Gruppe des oberen Lias der nordöstlichen Alpen angehört, die unter dem Namen der Adnether Schichten bekannt ist, und in dem Zuge der Kalkalpen zwischen Wien und dem Salzaflusse liegt; abgesehen von den durch ihren Reichthum an Cephalopoden längst berühmten Marmorbrüchen bei Adneth unweit Hallein in Salzburg, nach welcher

[1]) Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt. IV, S. 715.
[2]) Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie der Wissenschaften. Bd. XII, S. 861.
[3]) Dieselben Bd. XIII, S. 94.

Localität diese Gruppe der alpinen Liasformation benannt wurde, und den namentlich durch die Untersuchungen von Herrn D. Stur genauer bekannt gewordenen Fundstellen bei Enzesfeld und Hörnstein, verdient namentlich ein Zug von roth gefärbten Adnether Kalksteinen Beachtung, der von der Westseite des Sparberberges südsüdwestlich von St. Wolfgang über die Pockwandalpe, die Hesskaralpe, Altbüchelalpe, Schreinbachalpe, Zinkeneckalpe, den Hintergrund des Königsbachgrabens, die Königsbachalpe, den Nordfuss des Gennerhornes, südlich an den Tiefenbachalpen vorüber, über den Kropfberg, die Anzenbergalpe, den Spielberg und Hochgrimming bis in das Mertelbachthal fort bekannt ist. Die Gesteine dieses Zuges, der in seiner ganzen Erstreckung von mehr als sieben geographischen Meilen von Herrn M. V. Lipold verfolgt wurde, bilden eine nur wenig mächtige deutlich geschichtete Lage die allenthalben unmittelbar auf den dunkel gefärbten Kössener Schichten aufliegt und von jüngeren jurassischen Kalksteinen überdeckt wird.

Auch die zweite dem oberen alpinen Lias angehörige Gesteinsgruppe, die Hierlatzschichten, lieferte beinahe an allen Punkten an welchen sie bisher aufgefunden wurde, so namentlich am Hierlatz bei Hallstatt, und auf der Gratzalpe südwestlich von Golling zahlreiche Cephalopoden.

Weit ärmer dagegen an Überresten aus der genannten Thierclasse ist der untere Lias der nordöstlichen Alpen; aus den Dachsteinkalken, den Starhembergschichten und den Grestener Schichten kennt man bisher beinahe nur unbestimmbare Bruchstücke, und selbst die Kössener Schichten lieferten bisher an einer einzigen Localität, zu Enzesfeld bei Wien, eine grössere Zahl gut erhaltener Exemplare.

Die Gesammtzahl der Cephalopodenarten aus dem Lias der nordöstlichen Alpen nun, die mir bisher genauer bekannt geworden sind beträgt bei 65, nämlich 60 Ammoniten, 4 Nautilen und 1 Orthoceras; davon sind 31 bisher nur aus dem Gebiete der Alpen, Karpathen und Appenninen bekannt, die übrigen finden sich auch in dem Lias der nordeuropäischen Gebiete.

Im unteren Lias der nordöstlichen Alpen kenne ich bisher 12 Arten, von denen 4 auch in den oberen Lias desselben Gebietes übergreifen; in dem Letzteren fanden sich daher 57 Arten.

Die Kössener Schichten, welche jene 12 Arten enthalten, haben zwei Arten, den sehr sicher bestimmten *A. cylindricus* Sow.

und das nur unsicher abgegrenzte *O. orthoceropsis* mit den Adnether und mit den Hierlatzschichten gemeinschaftlich, eine Art der *A. mimatensis* d'Orb. fand sich in den Kössener und Adnether Schichten, und eine der *A. abnormis* Hau. in den Kössener und in den Hierlatzschichten.

Fünf von den erwähnten 12 Arten der Kössener Schichten finden sich auch im nordeuropäischen Lias: drei derselben *A. bisulcatus* Brug., *A. kridion* Hehl und *A. Moreanus* d'Orb. gehören daselbst der tiefsten Liasetage dem *Terrain Sinemurien* d'Orbigny's oder der Etage α nach Quenstedt an, *A. obliquecostatus* wird von Quenstedt im Lias δ und *A. mimatensis* von d'Orbigny im obersten Lias oder dem *Terrain toarcien* angegeben.

Die Adnether Schichten enthalten 45 Arten, von denen 8 bereits auch in den Hierlatzschichten bekannt geworden sind. Nahe die Hälfte dieser Arten, nämlich 23, finden sich auch im nordeuropäischen Lias, davon 4 nur im Sinemurien oder tiefsten Lias, 9 im Liasien oder mittleren Lias, und 6 in Toarcien oder obersten Lias; eine der *Naut. intermedius* scheint durch alle Liasetagen durchzugehen, zwei der *Am. tatricus* und *A. Zignodianus* greifen selbst in den Jura über; von *Naut. Gravesianus* d'Orb. sind Lagerstätte und Fundort unbekannt.

Die Hierlatz-Schichten endlich beherbergen 19 Arten. Von diesen kennt man nur 5 im nordeuropäischen Lias, alle gehören daselbst der mittleren Gruppe dem *Terrain liasien* an.

Keine der Cephalopodenarten der alpinen Triasformation, namentlich der an Geschöpfen dieser Classe so reichen Hallstätter Schichten konnte bisher in dem Lias unserer nordöstlichen Alpen mit Sicherheit nachgewiesen werden; zwar wurden bisher keine genügenden Merkmale aufgefunden um die von Savi und Meneghini als *Belemnites orthoceropsis* bezeichnete Orthocerenart die weit verbreitet im Lias der Alpen, Appenninen und Karpathen vorkömmt, von dem *O. alveolare* Quenst. aus den Hallstätter Schichten zu unterscheiden, doch liegen von ersterer Art bisher nur unvollständige Steinkerne vor, die eine genauere Vergleichung nicht gestatten. Ganz ähnliche Orthoceren mit randlichem Sipho wurden übrigens selbst auch im Jura der Alpen aufgefunden.

Was die dem südeuropäischen Schichtensysteme bisher eigenthümlichen Cephalopodenarten des Lias betrifft, so haben sie beinahe durchgängig den Typus der gewöhnlichen Lias-Cephalopoden, und

stehen zum Theil schon früher bekannten Arten sehr nahe, Die grosse Mehrzahl der Ammoniten schliessen sich genau den Familien der Arieten, der Falciferen, der Capricornier, der Fimbriaten und der Heterophyllen an, also jenen Familien die auch ausser den Alpen besonders bezeichnend für die Liasformation sind; sie contrastiren in dieser Beziehung ungemein auffallend mit den Cephalopoden der zunächst unter ihnen folgenden Triasgebilde, die grossentheils ganz eigenthümlichen Familien angehörig, nicht einmal durch analoge Formen ausser den Alpen vertreten sind.

Schliesslich sei es erlaubt zu bemerken, dass die hier in Kürze angedeuteten Hauptergebnisse der Untersuchung der Lias-Cephalopoden der nordöstlichen Alpen im Allgemeinen sehr gut mit jenen übereinstimmen, welche die erst theilweise veröffentlichten ungemein genauen Untersuchungen des Herrn E. Suess in Betreff der Brachiopoden [1]) und des Herrn Dr. M. Hörnes in Betreff der Gasteropoden und Acephalen ergaben.

---

[1]) Vergleiche dessen Brachiopoden der Kössener Schichten. Denkschriften d. kaiserl. Akademie der Wissenschaften, Bd. VII.

Die Accommodationsfehler des Auges.

Von Dr. Karl Stellwag von Carion.

(Mit II Tafeln.)

(Vorgetragen in der Sitzung vom 12. April 1855.)

Die Accommodationsfehler des Auges haben trotz der überaus grossen und sich stätig steigernden Häufigkeit ihres Vorkommens bisher noch nicht jene Beachtung gefunden, welche sie ihrer hohen Wichtigkeit wegen verdienen. Es fehlt noch an einer Bearbeitung derselben, welche auch nur einigermassen genügend genannt werden könnte. Das Schwankende in den herrschenden Ansichten über den Accommodationsvorgang bot einen zu unsicheren Boden für physicalische Erörterungen seiner Abweichungen von der Norm und alle gemachten diesfälligen Versuche scheiterten an der Unmöglichkeit, die auf theoretischem Wege gewonnenen Resultate mit den Ergebnissen der täglichen Erfahrung in Einklang zu bringen und umgekehrt.

Erst neuester Zeit ist für derartige Untersuchungen die Bahn gebrochen worden durch Cramer's glänzende Entdeckung (*Het accommodatievermogen der oogen* etc. Haarlem 1853), welche Helmholtz (Monatsbericht der k. preuss. Akademie der Wissenschaften 1853, Februar) durch selbstständige Untersuchungen bestätiget und erweitert hat. Durch diese Entdeckung ist der Accommodationsvorgang zu einem Gegenstande unmittelbarer Beobachtung gemacht und Einsicht in die wirkenden Factoren eröffnet worden. Es dient dieselbe meinen Erörterungen zur Grundlage.

Die Schwierigkeiten, welche sich einer naturwissenschaftlichen Discussion der Accommodationsfehler entgegenstellen, sind indessen noch ausnehmend gross und die grösste derselben liegt wohl in der ungenügenden Kenntniss und in den individuellen Schwankungen jener Werthe, welche als Constanten oder Variable in die dioptrischen Verhältnisse des Auges eingehen. Ich habe die anerkannt besten Quellen in dieser Beziehung benützt und aus der Vergleichung derselben Mittelwerthe zu erlangen gesucht, welche sich dem wahren Mittelwerthe möglichst nähern dürften. Als solche Mittelwerthe habe ich folgende gefunden und lege sie meinen Rechnungen zu Grunde.

Der Krümmungsradius der vorderen Hornhautfläche	3‴456
„ „ „ hinteren „	2‴772
„ „ „ vorderen Linsenfläche	3‴071
„ „ „ hinteren „	2‴2
„ absolute Brechungsexponent der Cornealsubstanz	1·339
„ „ „ des *Humor aqueus*	1·337
„ „ „ „ Glaskörpers	1·339
Die Dicke der Cornea im Centrum	0‴4
„ Axe des Krystallkörpers	2‴0
„ „ „ Vorderkammerraumes	0‴8
Der Abstand der Netzhaut von der Hinterfläche der Linse	6‴734

Es wurden die Krümmungsradien durch Reduction der von Krause angegebenen Rotationsflächen auf die Kugel gewonnen. Die Brechungsindices habe ich nach Brewster's und Chossat's Messungen bestimmt, indem die neuester Zeit von W. Krause veröffentlichten Werthe noch der Bestätigung ihrer Richtigkeit bedürfen. Die Axen der einzelnen dioptrischen Medien sind ebenfalls nach Krause gewählt und nur die Kammeraxe um 0‴3 verkleinert, indem das Aufliegen des Pupillarrandes auf der Linsenoberfläche derzeit kaum mehr geleugnet werden kann, unter dieser Voraussetzung aber das Zenith der Vorderkapsel um 0‴2 vor der Ebene der Pupille gelegen sein muss, indem der Abstand dieser Ebene von der Cornealhinterfläche 1‴ beträgt.

Es entgeht mir keineswegs das Ungenügende dieser Werthbestimmungen, doch dürften sich ihnen vor der Hand kaum viel bessere substituiren lassen. Übrigens handelt es sich gar nicht um die Berechnung mathematisch genauer Zahlenwerthe, welche letztere in jedem einzelnen Falle ohnehin andere sein müssen wegen den bedeutenden individuellen Schwankungen der einzelnen Factoren. Aufgabe ist es blos, eine Einsicht in die Verhältnisse zu gewinnen, welche auf die Lichtbrechung im Auge Einfluss nehmen und Abweichungen, derselben von der Norm begründen können. Dazu aber genügen jene Werthe vollkommen.

Der genannte Zweck macht durchsichtige und möglichst empfindliche Formeln nothwendig. Ich glaube als solche die Stampfer'schen bezeichnen zu dürfen, und bediene mich derselben um so lieber, als sie mit Zugrundelegung der oben aufgeführten Werthe einerseits zu Resultaten führen, welche den Ergebnissen der Experimente sehr nahe kommen; andererseits aber auch Reductionen in den erforderlichen Berechnungen leicht möglich machen und so der Übersichtlichkeit wesentlich dienen. Die Formeln, welche Listing (R. Wagner's Handwörterbuch der Phys. 4 Bd., S. 504) zu

solchen Zwecken empfohlen hat, stehen sowohl in Bezug auf Manipulationsleichtigkeit, als auch in Betreff der durch sie gewonnenen Resultate den Stampfer'schen weit nach. Die Wichtigkeit, welche man Ersteren neuerer Zeit beigelegt hat, bestimmt mich, näher in sie einzugehen, gleich im Vorhineiu bemerkend, dass Listing in der Bestimmung der Radien der Trennungsflächen und in der Distanz der Scheitelpunkte der letzteren etwas gar zu willkürlich vorgegangen und demnach nicht zu nur einigermassen genügenden Resultaten gelangt ist; dass aber eine Substitution annäherungsweise richtiger Werthe in seine Gleichungen noch weiter vom Ziele abführt. Worin der Grund dessen liegt, ist mir unbekannt, aber Thatsache ist es, die Ergebnisse der Listing'schen und der Stampfer'schen Formeln sind bei Zugrundelegung derselben Werthe sehr different.

So zum Beispiele erscheint bei Berechnung der Réfraction parallel auffallender Strahlen in der Cornea nach Stampfer's Methode die hintere Brennweite $= 13'''75$, vom Scheitelpunkte der Cornealvorderfläche an gerechnet, während die hintere Brennweite nach Listing $= 14'''1035$ ist, bezogen auf denselben Punkt als Anfangspunkt der Coordinatenaxe. Nimmt man nämlich die Dicke der Cornea in ihrem mittleren Theile $N - N_1 = 0'''4$, den Radius der Vorderfläche $r = 3'''456$, den Radius der hinteren Fläche $r_1 = 2'''772$, den Brechungsexponenten der Luft $n = 1$, den Index der Cornealsubstanz $n_1 = 1 \cdot 339$ und jenen des Kammerwassers $n_2 = 1 \cdot 337$, welcher letztere Unterschied eher zu gering, als zu gross ist, und substituirt sie in die Listing'schen Formeln, so ergibt sich

$$u = -\frac{n_1 - n}{r} = -0 \cdot 098,$$

$$u_1 = -\frac{n_2 - n_1}{r_1} = 0 \cdot 0007215,$$

$$t = \frac{N_1 - N}{n_1} = 0 \cdot 02987,$$

$$\begin{aligned} g &= (ut) = ut + 1 = +0 \cdot 99707274, \\ h &= t = t = +0 \cdot 02987, \\ k &= (utu_1) = utu_1 + u_1 + u = -0 \cdot 0972806, \\ l &= (tu_1) = tu_1 + 1 = +1 \cdot 00002155, \\ gl &- hk = 0 \cdot 9999999984. \end{aligned}$$

Für die Hauptpunkte E und E_1 wäre die Stellung auf der optischen Axe:

$$E - N = -0 \cdot 00022153$$
$$N_1 - E_1 = +0 \cdot 0402317.$$

Der erste Hauptpunkt läge $0'''00022153$ vor der vorderen Cornealfläche,
„ zweite „ „ $0'''0402317$ „ „ hinteren „

das Interstitium beider $E_1 - E = 0 \cdot 3597898$.

Für die beiden Brennpunkte F und F_1 ergäbe sich die Lage:

$$N - F = +10\cdot279$$
$$F_1 - N_1 = +13\cdot70359$$

Der erste Brennpunkt läge $10'''279$ vor der vorderen Cornealfläche,
„ zweite „ „ $13'''70359$ hinter der hinteren „

Die beiden Brennweiten f und f_1 wären

$$f = 10'''279$$
$$f_1 = 13'''744$$
$$\frac{f_1}{f} = \frac{n_2}{n} = 1\cdot337.$$

Für die beiden Knotenpunkte D und D_1 ergäbe sich

$$D - E = D_1 - E_1 = -\frac{n_2 - n}{k} = f_1 - f = 3\cdot464.$$
$$D - N = 3\cdot464 - 0\cdot00022153,$$
$$D_1 - N_1 = 3\cdot464 - 0\cdot040,$$
$$N_1 - D_1 = -3\cdot464 + 0\cdot040 = -3\cdot424.$$

Der erste Knotenpunkt läge nicht ganz $3'''464$ hinter der vorderen Cornealfläche,
„ zweite „ „ $3'''424$ hinter der hinteren Cornealfläche.

Das Interstitium beider $D_1 - D = E_1 - E = 0\cdot36$.

Bei der Reduction auf eine einzige brechende Fläche ergibt sich für den mittleren Hauptpunkt die Stellung $0'''154$ hinter dem Scheitelpunkte der vorderen Cornealoberfläche. Hier muss die imaginäre, reducirte Cornealbrechungsfläche die optische Axe schneiden. Als Abstand des mittleren Knotenpunktes von diesem mittleren Hauptpunkte, oder was gleichbedeutend ist, als Radius jener reducirten Brechungsfläche erscheint der Werth $3'''5156$. Als vordere Brennweite f ergibt sich $f = 10\cdot433$; als hintere Brennweite $f_1 = 13'''94906$ und als Probe der Richtigkeit

$$\frac{f_1}{f} = \frac{n_2}{n} = 1\cdot337.$$

In den Stampfer'schen Formeln erscheint dagegen $r = \frac{1}{3\cdot456}$; $r_1 = \frac{1}{2\cdot772}$; $N - N_1 = q = 0\cdot4$; $\frac{n}{n_1} = m = 0\cdot7468$; $\frac{n_1}{n_2} = m_1 = 1\cdot002$ und als hintere Vereinigungsweiten $F = \frac{1}{f}$ und $F_1 = \frac{1}{f_1}$ der beiden Trennungsflächen der Hornhaut ergeben sich bei einer Objectsdistanz $D = \frac{1}{d} = \infty$

$$(1 - m)\, r - m d = f = 0\cdot07325$$
$$(1 - m_1)\, r_1 + \frac{m_1 f}{1 - q f} = 0\cdot07492 = \frac{1}{13.35}$$

und

$$13\cdot35 + q = 13'''75.$$

Am auffälligsten sind die Differenzen zwischen den Ergebnissen der **Stampfer**'schen und **Listing**'schen Rechnungsoperationen, wenn man die Brennweite des gesammten dioptrischen Apparates berechnet.

Zu diesem Zwecke ist es aber vor Allem nothwendig, sich über die Refraction der Lichtstrahlen in dem Krystallkörper einige Einsicht zu verschaffen und namentlich die äuserst schwierige und unter den gegenwärtigen Verhältnissen kaum mit einiger Genauigkeit ausführbare Bestimmung des Ganges der Lichtstrahlen im Innern des Krystalles selbst zu umgehen. Dazu führt nur ein Weg, nämlich der, die Linse als eine homogene Masse zu betrachten und das Brechungsverhältniss zu eruiren, welches die homogen gedachte Linsensubstanz haben müsste, um damit der Krystallkörper, bei unveränderter Axenlänge und unveränderten Krümmungshalbmessern der beiden Oberflächen, parallel auf die Cornea auffallende Strahlen auf der Netzhaut zur Vereinigung bringen könnte, wobei natürlich von der chromatischen und sphärischen Aberration ganz abgesehen wird. Dieser Zweck lässt sich mittelst der **Stampfer**'schen Formeln leicht realisiren.

Es ist die innere optische Axe des Auges 9‴534 lang. Der Scheitelpunkt der Krystallkörpervorderfläche liegt auf der optischen Axe 0‴8 von dem Centrum der hinteren Cornealoberfläche entfernt. Die Brennweite der Cornea ist 13‴35. Die Distanz D des scheinbaren Bildes für die Linsenvorderfläche ist demnach $D = -$ 12‴55 und der reciproke Werth $-d =$ 0‴07968. Der Brechungsexponent des Kammerwassers $n_1 = 1\cdot337$, jener des Krystallkörpers als Ganzes genommen ist n_2, der des Glaskörpers $n_3 = 1\cdot339$. Der Radius der vorderen Linsenfläche $R_1 =$ 3‴071, der Radius der hinteren Linsenfläche $R_2 =$ 2‴2 und die Axenlänge des Krystallkörpers $q =$ 2‴0. Wenn nun sehr weit entfernte Objecte auf der Netzhaut noch scharfe und deutliche Bilder erzeugen, so müssen fast parallele, oder parallele auf die Cornea auffallende Strahlen ihre Vereinigung 6‴734 hinter dem Scheitelpunkte der hinteren Linsenfläche finden, denn dieses ist der Abstand des Netzhautcentrums von dem Mittelpunkte der Hinterkapsel. Man hat nach **Stampfer**'s Formeln für die Vereinigungsweite F_2 der parallel auf die Cornea auffallenden Strahlen nach ihrer Brechung in dem Krystallkörper $F_2 = -$ 6‴734. Ist nun der relative Brechungsexponent für die vordere Linsenfläche M_1, jene für die Linsenhinterfläche M_2 und sind m_1 und m_2 ihre reciproken Werthe, also

$$M_1 = \frac{n_2}{n_1};\; m_1 = \frac{n_1}{n_2}$$

$$M_2 = \frac{n_3}{n_2};\; m_2 = \frac{n_2}{n_3}$$

ferner $\frac{1}{R_1} = r_1$; $\frac{1}{R_2} = r_2$; $\frac{1}{D} = d$; $\frac{1}{F_1} = f_1$, so lässt sich der absolute Brechungsexponent der homogen gedachten Linsenmasse leicht durch Substitution der genannten Werthe aus den **Stampfer**'schen Formeln berechnen. Es verwandeln sich die beiden folgenden Grundformeln

$$(1 - m_1)\, r_1 + m_1 d_1' = f_1$$

und wegen $F_1 - q = D_2$, also $d_2 = \dfrac{f_1}{1 - f_1 q}$

$$(1 - m_2)\, r_2 - \frac{m_2 f_1}{1 - q f_1} = f_2$$

nach ihrem Übergange in die folgende

$$\frac{r_2 - m_2 r_2 - r_2 q f_1 + r_2 m_2 q f_1 - m_2 f_1}{1 - q f_1} = f_2, \text{ oder}$$

$$\frac{1 - q f_1}{r_2 - m_2 r_2 - r_2 q f_1 + r_2 m_2 q f_1 - m_2 f_1} = F_2,$$

wo F_2 eine essentiell negative Zahl bedeutet, durch Substitution des Werthes $(1 - m_1)\, r_1 + m_1 d_1$ für f_1 und der Werthe $\dfrac{n_1}{n_2}$ für m_1 und $\dfrac{n_2}{n_3}$ für m_2 in die nachstehende Gleichung des zweiten Grades:

$$o = \begin{cases} n_2^2\, [F_2 (r_2 + r_1 - r_2 r_1 q)] + \\ n_2\, [n_3 - n_3 q r_1 - F_2 n_3 r_2 + F_2 n_3 r_1 r_2 q + F_2 r_2 q r_1 n_1 - \\ \qquad - F_2 r_2 q d_1 n_1 - F_2 r_1 n_1 + F_2 n_1 d_1] + \\ n_2^0\, [(n_3 q r_1 n_1 - n_3 q n_1 d_1)(1 - F_2 r_2)]. \end{cases}$$

Nennt man den Coëfficienten der $n_2^2 | A$; jenen der $n_2 | B$ und den der $n_2^0 | C$; so ergibt sich, da

$$n_2 = -\frac{B}{2A} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4 A^2} - \frac{C}{A}}$$

für n_2 der Werth 1·418. Dieser Werth in die Stampfer'schen Grundformeln substituirt, ergibt

$$\begin{aligned} f_1 &= 0{\cdot}09373, \\ f_2 &= -0{\cdot}1489, \\ F_2 &= -6{\cdot}716, \end{aligned}$$

also nur um 0·018 zu klein, womit die Senff'sche Behauptung widerlegt ist, als müsse eine statt des Krystalles in die Kapselhöhle substituirte homogene Masse einen Brechungsindex von 1·539 haben, um abgesehen von der sphärischen und chromatischen Aberration denselben Effect hervorzubringen, als die geschichtete Linse mit ihrem gegen das Centrum wachsenden Index und mit abnehmenden Radien der Schichten.

Benützt man nun diesen für den imaginären Totalindex der Linse gefundenen Werth für die Stellung der reducirten Cornealbrechungsfläche zur Berechnung der Haupt-, Brenn- und Knotenpunkte nach der Listing'schen Methode und setzt man statt der von Listing angenommenen und allzusehr abweichenden Werthe für die Brechungsexponenten n, n_1, n_2, n_3 für die Radien r, r_1, r_2 und für die Abstände der Scheitelpunkte der 3 Trennungsflächen $N_1 - N$, $N_2 - N_1$ die wenigstens der Natur mehr entspechenden folgenden

$$\begin{aligned} & n = 1;\ n_1 = 1{\cdot}337;\ n_2 = 1{\cdot}418;\ n_3 = 1{\cdot}339, \\ & r = 3'''516;\ r_1 = 3'''071;\ r_2 = 2'''2, \\ & N_1 - N = 0{\cdot}8 + 0{\cdot}246 = 1'''046; \\ & N_2 - N_1 \doteq 2''', \end{aligned}$$

so ergibt sich mit Berücksichtigung der von Listing gebrauchten Bezeichnungsweisen

$$u = -\frac{n_1 - n}{r} = -0\cdot09585$$

$$u_1 = -\frac{n_2 - n_1}{r_1} = -0\cdot0264$$

$$u_2 = -\frac{n_3 - n_2}{r_2} = +0\cdot0359$$

$$t_1 = \frac{N_1 - N}{n_1} = +0\cdot07823$$

$$t_2 = \frac{N_2 - N_1}{n_2} = +1\cdot4104$$

$$\begin{aligned} g &= (u t_1 u_1 t_2) = 0\cdot820359, \\ h &= (t_1 u_1 t_2) = 1\cdot485717, \\ k &= (u t_1 u_1 t_2 u_2) = -0\cdot092601, \\ l &= (t_1 u_1 t_2 u_2) = 1\cdot051272, \\ gl &= h\,k = +0\cdot999998, \end{aligned}$$

also erst in der sechsten Decimalstelle um zwei Einheiten zu klein.

Für die Hauptpunkte E und E_1 ist dann

$$\begin{aligned} E - N &= -0\cdot5537 \\ N_2 - E_1 &= +2\cdot59699. \end{aligned}$$

Der erste Hauptpunkt liegt 0‴5537 vor der reducirten Cornealfläche,
„ zweite „ „ 2·597 „ „ hinteren Linsenfläche,
„ „ „ „ 0·449 hinter der reducirten Cornealfläche,

das Interstitium $\varepsilon = E_1 - E = 1\cdot0027$.
Für die beiden Brennpunkte F und F_1 ist

$$\begin{aligned} N - F &= 11\cdot353, \\ F_1 - N_2 &= 11\cdot862. \end{aligned}$$

Der erste Brennpunkt liegt 11‴353 vor der reducirten Cornealfläche,
„ zweite „ „ 11·862 hinter der hinteren Linsenfläche.

Die erste Brennweite $f = 11\cdot353 - 0\cdot554 = -\frac{n}{k} = 10‴799$,

„ zweite „ $f_1 = 11\cdot862 + 2\cdot597 = -\frac{n_2}{k} = 14\cdot459$,

$$\frac{f_1}{f} = \frac{n_2}{n} = 1\cdot339.$$

Für die beiden Knotenpunkte D und D_1 ist

$$\begin{aligned} D - E = D_1 - E_1 &= f_1 - f = 3\cdot66, \\ D - N &= 3\cdot1063. \\ N_2 - D_1 &= -1\cdot063. \end{aligned}$$

Der erste Knotenpunkt liegt 3‴003 hinter der reducirten Cornealfläche
„ zweite „ „ 1·063 „ „ hinteren Linsenfläche,
„ „ „ „ 0·06 „ „ „ „

Das Interstitium $D_1 - D = 1‴003$, übereinstimmend mit ε.
Die Reduction ergibt für die beiden Brennweiten f' und f''

$$f' = 11\cdot228$$

$$f'' = 15\cdot0327$$

$$\frac{f''}{f'} = \frac{n_3}{n} = 1\cdot339$$

Der mittlere Hauptpunkt erscheint nach der Reduction 0‴124 vor der reducirten Cornealfläche, also 0‴03 hinter der vorderen Hornhautoberfläche der mittlere Knotenpunkt aber erscheint 3‴577 hinter der reducirten und 3‴701 hinter der vorderen Hornhautoberfläche.

Der dioptrische Apparat des Auges liesse sich nach dem vorhergehenden als eine einzige brechende Fläche von 3‴701 Radius betrachten, welche Fläche 0‴03 hinter der vorderen Cornealoberfläche die optische Axe des Auges schneidet, vorne von Luft, hinten von einem Medium mit dem Brechungsexponenten = 1‴339 umgeben ist und eine vordere Brennweite von 11‴228, eine hintere Brennweite von 15‴0327 hat. In dieser Distanz von 15‴0327 müsste die Netzhaut vor der imaginären Trennungsfläche ausgespannt, der Bulbus in der Richtung der optischen Axe, also um ein Namhaftes verlängert gedacht werden.

Ein so bedeutendes Abweichen der Rechnungsresultate von den in der Natur gegebenen Verhältnissen, welches übrigens schon Donders (Nederlandsch Lancet 1852, 1. Jahrg., S. 529) gerügt hat, drückt nothwendig der Werth des Listing'schen Verfahrens sehr herab, um so mehr, als eben Schemata für die Strahlenbrechung im Auge vor Allem nur Anwendung finden, wenn es sich handelt, gewisse Probleme, z. B. die Grösse der Netzhautbilder, Sehwinkel, die Stellung der Bilder auf der Netzhaut u. s. w. auf bequemere Weise zu lösen, ein namhaftes Hinausrücken der Netzhaut aber auf die Richtigkeit der gewonnenen Resultate sehr missliebig influenziren muss. Es bleibt also nichts übrig, als vor der Hand von den Haupt-, Brenn- und Knotenpunkten Listing's, sowie von den darauf basirten Folgerungen anderer Autoren, namentlich Vollkmanns (R. Wagner's Handwörterb. der Phys., Bd. 3, 1. Abth. Art. „Sehen") abzusehen, und, vertrauensvoll auf jenen Forscher hinblickend, zu hoffen, er werde in der nächsten Zukunft seine schönen mathematischen Deductionen für annäherungsweise richtige Grundgrössen einrichten.

Mittlerweile kommt man, glaube ich, besser zum Ziele, wenn es sich um eine bequeme Formel für ein reducirtes Auge handelt, wenn man sich die sämmtlichen Refractionen der Strahlen im Bulbus auf die Vorderfläche der Cornea, als der einzigen Trennungsfläche zweier verschiedener Medien, vereinigt denkt, und deren Abstand von dem Centrum der Netzhaut in der Richtung der optischen Axe mit Krause $= 9''' 934$ denkt, ihr den natürlichen Radius $R = 3''' 456$ belässt und nun frägt, was muss ein den gesammten Bulbusraum erfüllendes homogenes Medium für einen Brechungsexponenten haben, um damit bei $R = 3''' 456$ und beliebiger Distanz D des Objectes das Bild auf der Netzhaut, also $9''' 934 = F$ hinter der Cornealoberfläche zu Stande komme?

Setzt man zu diesem Ende den Index der Luft $= 1$, so ergibt sich aus der Stampfer'schen Grundformel

$$(1 - m)\, r - m\, d = f$$

für unendliche D

$$(1 - m)\, r = f, \text{ also } m = 1 - \frac{R}{F} \text{ und}$$

$$M = \frac{F}{F - R} = 1 \cdot 533.$$

Für endliche D erscheint die Stampfer'sche Grundformel nach und nach in den Gestalten

$$\frac{1}{(1 - m)\, r - m\, d} - \frac{1}{f} = o$$

$$\frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{M R} - \frac{1}{M D}} - F = o$$

$$\frac{R^2 M^2 D}{M^2 R D - R M D - M R^2} - F = o$$

$$M = -\frac{F (D + R)}{D (R - F)}$$

wo F und R constant, D eine willkürliche Grösse ist. Für $D = 100''$ wäre dann $M = 1 \cdot 586$.

Nach diesen Voraussetzungen ist es nun möglich, näher in das Thema meiner Arbeit einzugehen.

Die conjugirten Vereinigungsweiten der im dioptrischen Apparate des Auges zur Brechung kommenden Lichtstrahlen stehen in einem bestimmten gegenseitigen Verhältnisse. Es wächst die hintere Vereinigungsweite mit der Abnahme der vorderen und zwar um so

rascher, je näher das Gesichtsobject der Hornhaut rückt. Der Coëfficient dieses Verhältnisses ist aber ein anderer, als der für einfache Linsen geltende, da sich im dioptrischen Apparate des Auges eine ganze Reihe von Trennungsflächen combinirt. Dadurch geschieht es, dass die absoluten Werthe der hinteren Vereinigungsweiten innerhalb sehr enger Grenzen variiren, nur um relativ wenige Linien verschieden sind, es möge das Object in unendlicher Ferne oder in der vorderen Brennweite der Hornhaut stehen.

Bei völliger Unveränderlichkeit des Accommodations-Apparates würden sich nach den angegebenen Mittelwerthen parallel auf die Cornea auffallende Strahlen 6‴734 hinter dem Centrum der hinteren Kapselhälfte vereinigen; Strahlen, welche aus einem 100‴ von der Cornea entfernten Punkte divergiren, aber 7‴374 hinter jenem Kapselcentrum zur Vereinigung kommen, was eine Differenz von 0‴64 ergibt. Die vordere Brennweite der Cornea findet man, wenn man mit Zugrundelegung der angeführten Werthe

$$(1-m_1)r_1 - m_1 d_1 = f_1$$

$$(1-m_2)r_2 + \frac{m_2 f_1}{1-q f_1} = f_2 = o$$

setzt und nun d_1 sucht. Es ist, wenn $(1-m_1)r_1 = a$, $(1-m_2)r_2 = b$ gesetzt wird

$$b + \frac{m_2(a - m_1 d_1)}{1 - q(a - m_1 d_1)} = o \text{ und}$$

$$D = \frac{m_2 m_1 - b q m_1}{b - b q a + m_2 a} = 10\cdot295.$$

Objecte, welche nahe 10‴3 vor der Cornea liegen, senden also parallele Strahlen auf die Linsenvorderfläche. Der absolute Brechungsexponent der auf homogene Masse reducirten Linse ist nun 1·418, also $m_3 = 0\cdot943$; $m_4 = 1\cdot134$, also:

$$(1-m_3)r_3 = f_3 = 0\cdot0185649$$

$$(1-m_4)r_4 - \frac{m_4 f_3}{1 - q_2 f_3} = f_4 = -0\cdot03897$$

$$F_4 = -25'''66.$$

Strahlen, welche von Objecten kommen, die 10‴3 vor der Hornhaut liegen, vereinigen sich also 25‴66 hinter dem Mittelpunkte der hinteren Kapseloberfläche und während einer Differenz der vorderen conjugirten Vereinigungsweiten von ∞ bis 100‴ nur eine Differenz der hinteren Vereinigungsweiten von 0‴64 entspricht; wächst die Differenz der letzteren auf 18·286, wenn das Object von 100‴ Distanz auf 10‴3 hereinrückt.

Wären die lichtempfindenden Elemente der Netzhaut körperlose mathematische Punkte, so würde jede, selbst die geringste Verschiebung des Gesichtsobjectes nach vorwärts oder rückwärts

eine entsprechende Veränderung in dem dioptrischen Apparate des Sehorganes nothwendig machen, widrigenfalls nicht ein scharfes und möglichst lichtstarkes Bild des Gegenstandes, sondern nur Zerstreuungskreise zur Wahrnehmung kommen könnten. Die Körperlichkeit und namentlich die Axenrichtung der stab- und zapfenförmigen Körper, welche neuerer Zeit als die eigentlichen lichtempfindenden Elemente der Netzhaut erkannt worden sind, machen die Sache aber anders. Bei der elementaren Einfachheit dieser Gebilde muss in Bezug auf den, zum Gehirne fortgepflanzten, sinnlichen Eindruck es völlig gleichgiltig sein, welcher Punkt ihres Körpers von dem Scheitel eines Lichtkegels getroffen wird. In so ferne erscheint die räumliche Ausdehnung der zapfen- und stabförmigen Netzhautkörper als ein Moment, welches die Nothwendigkeit accommodativer Veränderungen im dioptrischen Apparate des Auges beschränkt und insbesondere bei grösseren Objectsdistanzen als ein gewichtiger Factor in die Schale fällt, um so mehr aber an Einfluss verliert, je näher der Gegenstand dem Auge rückt.

Die Länge der Netzhautzapfen beträgt nach Kölliker (Mikrosk. Anatom. 2. Bd., 2. Hälfte, S. 649) im Grunde des Auges $0'''036$. Nehmen wir an, die Vereinigung parallel auf die Cornea auffallender Strahlen fiele gerade auf das vordere Ende dieser Zapfen und die Vereinigungsweite, vom Centrum der hinteren Kapsel gerechnet, sei $6'''734$. Um den Einfluss der Zapfenlänge zu erörtern, darf man nur $F_4 = 6\cdot734 + 0\cdot036 = 6\cdot77$ setzen und bei übrigens unveränderten Werthen rückwärts rechnen. Es ist $f_4 = 0\cdot1477$; $m_4 = 0\cdot9443$; $m_3 = 1\cdot061$ etc. und

$$(1 - m_4)\, r_4 - m_4 f_4 = f_3 = -\,0\cdot1142853$$

$$(1 - m_3)\, r_3 + \frac{m_3 f_3}{1 + q_3 f_3} = f_2 = +\,0\cdot0788$$

$$(1 - m_2)\, r_2 + \frac{m_2 f_2}{1 + q_2 f_2} = f_1 = +\,0\cdot0747$$

$$(1 - m_1)\, r_1 + \frac{m_1 f_1}{1 + q_1 f_1} = d = -\,0\cdot00097$$

$$D = 1030'''93 = 7'16.$$

Es kann das Auge demnach eigentlich nie für einen einzigen Punkt accommodirt sein, sondern immer nur für eine ganze Reihe stätig hinter einander gelegener Punkte, für eine Linie, deren Länge mit der

deutlichen Sehweite zunimmt, und welche von dem Punkte, für welchen der Accommodationsapparat optisch eingerichtet ist, nicht halbirt, sondern in zwei ungleiche Theile getheilt wird, deren vorderer den hinteren an Längenausdehnung mehr weniger übertrifft.

Nur ausserhalb dieser Linie, dies- und jenseits ihrer Endpunkte, gelegene Objecte werden undeutlich gesehen und die Undeutlichkeit ist Folge der Nichtisolation der sinnlichen Eindrücke, sie ist darin begründet, dass die von je einer Masseinheit der Objectoberfläche ausgehenden Strahlenkegel nicht in je Einem stab- oder zapfenförmigen Netzhautkörper zur Vereinigung kommen, sondern in Form von Zerstreuungskreisen auf die Stabschichte der Retina gelangen, in Form von Zerstreuungskreisen, deren jeder im Verhältnisse zu seiner Grösse eine grössere oder geringere Zahl neben einander stehender Stäbe und Zapfen gleichzeitig und gleichmässig afficirt, während umgekehrt wieder jeder einzelne Zapfen und Netzhautstab von einer grösseren oder geringeren Zahl von Zerstreuungskreisen sinnlich angeregt wird.

Insoferne aber die Grösse dieser Zerstreuungskreise nicht allein abhängt von der Differenz zwischen der Entfernung des Objectes und zwischen dem Abstande des Einen entsprechenden Endpunktes jener Linie, sondern in sehr hohem Grade beeinflusset wird von der Grösse der Pupille, so kann auch die Undeutlichkeit der optischen Wahrnehmung nicht blos eine Function sein von der Distanz des Objectes und der Accommodationsweite, sondern sie muss gleichzeitig auch in Verbindung mit dem Pupillendurchmesser gedacht werden. Es liegt in dem Spiele der Pupille, so wie in der Anwendung künstlicher Diaphragmen und in der Verengerung der Lichtspalte ein die Deutlichkeit optischer Wahrnehmungen erhöhender Factor.

Es sei Fig. 1 L die hintere Kapsel und a sowie g seien die Austrittspunkte für die äussersten Strahlen der beiden Kegel acg und ac_1g, deren Basis ag offenbar von der Grösse der Pupille abhängt. N sei die Netzhaut und diese werde von den Zertreuungskreisen dd_1 und nn_1 getroffen, deren ersterer dem Strahlenkegel acg, der zweite dem Strahlenkegel ac_1g angehört. Es ist nun der Flächeninhalt A des Zerstreuungskreises dd_1, $A = de^2\pi$ und der Flächeninhalt B von nn_1 ist $B = ne^2\pi$; $de = ce \; tang \; \alpha$ und $ne = c_1e \; tang \; \beta$. Es sind aber ce und c_1e die Differenzen zwischen der hinteren Vereinigungsweite der im dioptrischen Apparate gebrochenen Strahlen und dem Abstande der Netzhaut vom optischen Centrum des Refractionsapparates, $tang \; \alpha$ und $tang \; \beta$ aber sind Functionen von ab.

J. Czermak in Prag (Sitzungsberichte der kais. Akad. der Wissensch. zu Wien, 12. Bd., S. 322) gebührt das Verdienst, auf die angeführten Verhältnisse zuerst aufmerksam gemacht und sie auf experimentellem Wege als thatsächlich gegeben nachgewiesen zu haben. Er nennt ganz treffend jene Linien, für welche der dioptrische Apparat jeweilig eingerichtet ist, Accommodationslinien und unterscheidet sie solcher Gestalt von dem Accommodationspunkte, d. i. von jenem Punkte, für dessen Entfernung das Auge eigentlich optisch eingestellt ist.

Ganz übereinstimmend mit jenen theoretischen Deductionen ergeben seine Versuche, dass die Accommodationslinie mit der Entfernung des Accommodationspunktes von dem Auge wachse; dass der letztere nicht die Accommodationslinie halbire, sondern deren dem Auge zugekehrten Ende näher liege; dass das allmähliche Undeutlichwerden der diesseits und jenseits der Accommodationslinie gelegenen Objecte an dem, dem Auge zugekehrten Ende weit rascher als an dem anderen Ende zunehme, und dass endlich die Accommodationslinie um so schärfer begrenzt sei, dass ihr vorderes und hinteres Ende sich um so schärfer abmarke, je näher dem Auge der Accommodationspunkt liegt, in Bezug auf welches letztere Verhältniss die gewöhnliche Verengerung der Pupille beim Nahesehen von hauptsächlichem Einflusse ist.

Die Veränderungen, welche im dioptrischen Apparate eingeleitet werden müssen, um denselben für gewisse Objectsdistanzen einzustellen, sind in Bezug auf Quantität und Qualität nicht allein von der Objectsdistanz als solcher abhängig, sondern auch und zwar vorwiegend von der Lage und Länge der natürlichen Sehlinie des Auges.

Als solche bezeichne ich jene Accommodationslinie, für welche das Auge bei völliger Unthätigkeit des Accommodationsmuskels eingestellt ist. Ihr jenseitiger Endpunkt ist immer zugleich der Fernpunkt des Auges: indem der Druck des Accommodationsmuskels nur eine Verkürzung der deutlichen Sehweite zu bewerkstelligen im Stande ist.

Diese natürliche Sehlinie variirt nun je nach den Individuen ausnehmend in Lage und Länge, denn sie ist Function einer langen Reihe von Factoren, deren jeder individuellen Schwankungen unterworfen ist.

Vorerst sind es die Krümmungsvarianten der Cornealvorderfläche, welche, obschon innerhalb enger Grenzen eingeschlossen, dennoch sehr namhafte Differenzen in den Ablenkungen der auffallenden Strahlen bewirken. Weiters sind es Abweichungen in der Wölbung der hinteren Cornealoberfläche, die wahrscheinlich gegebenen Verschiedenheiten in dem Brechungsindex der Hornhautsubstanz, die eclatanten Differenzen in der Kammeraxe, weiters höchst bedeutende, bald angeborne, bald acquirirte Abweichungen der Krümmungsradien der Linsenblattlagen und die handgreifliche, mit dem Alter des Individuums stetig zunehmende Dichtigkeit des Krystalls. Kaum geringer anzuschlagen als diese Momente sind aber die Formvarianten des Augapfels als Ganzes und damit die Differenzen in der Länge der optischen Axe, denn davon hängt die Distanz der Netzhautstab-Schichte vom optischen Mittelpunkte des Lichtbrechungsapparates und sofort die zum Deutlich- und Scharfsehen erforderliche Länge der hinteren conjugirten Vereinigungsweite der das Auge treffenden Strahlen ab.

Diese Verhältnisse machen, dass eine ganz gleiche Accommodationsbestrebung, ja ein ganz gleiches Mass ausgeübten Accommodationsdruckes, in verschiedenen Individuen eine sehr ungleiche Verschiebung der Accommodationslinie zur Folge hat; umgekehrt aber, dass die Einstellung des dioptrischen Apparates für eine bestimmte Objectsdistanz in verschiedenen Augen ein sehr verschiedenes Mass von Kraftanstrengung des Accommodationsmuskels erfordert, unter gewissen Umständen sogar eine ganz entgegengesetzte Richtung der Accommodationsthätigkeit nothwendig erscheinen lässt.

Die natürliche Sehlinie des Auges bestimmt solchermassen den Fernpunkt und das Mass des Accommodationsdruckes, welches wirken muss, um den dioptrischen Apparat des Auges für jede beliebige, diesseits des Fernpunktes gelegene Distanz optisch einzustellen. Insoferne das Mass des möglicher Weise auszuübenden Accommodationsdruckes in jedem Falle ein gegebenes, beschränktes ist, wird die natürliche Sehlinie auch in Bezug auf die Lage des *Nahepunktes, d. i. des diesseitigen Endpunktes der kürzesten Accommodationslinie*, bestimmend.

Dieses Mass der aufwendbaren und als Druck wirkenden Kraft des Accommodationsmuskels einerseits, und die natürliche Sehlinie

anderseits sind also die Factoren, welche die absolute Sehweite des Auges, die Länge der den Fern- und Nahepunkt verbindenden Linie, so wie deren Lage auf der verlängerten optischen Axe, bestimmen. Die Länge und Lage dieser Linie ist nun aber der Massstab, nach welchem allein die Norm und der Grad sich beurtheilen lassen, in welchem der dioptrische Theil der Sehfunction von den als Norm geltenden Verhältnissen abweicht. Es liegt daher auf der Hand, dass die Accommodationsfehler des Auges vom wissenschaftlichen Standpunkte aus nur eingetheilt werden können in solche, welche ihren Grund finden in anatomischen Missverhältnissen des gesammten Augapfels oder der einzelnen lichtbrechenden Medien, weiters in solche, welche durch Functionsbeschränkung des Accommodationsmuskels bedingt sind und drittens in solche, welche beide Momente als Ursache erkennen lassen.

Eine solche Eintheilung erschwert jedoch die Darstellung und tritt der Übersichtlichkeit des zu Erörternden in den Weg, indem sie, wie das Folgende herausstellen wird, vielseitig Wiederholungen nothwendig macht. In Anbetracht dessen ziehe ich es daher vor, nach althergebrachter Sitte den dioptrischen Effect jener Abweichungen in dem Baue der lichtbrechenden Medien und des Auges als Ganzes, sowie in der Function des Accommodationsmuskels, der Eintheilung zu Grunde zu legen, die letzterwähnten Verhältnisse aber blos zur Untersuchung ätiologisch differenter Unterarten der einzelnen Accommodationsfehler zu benützen. Ich spreche demnach vorerst von der Kurzsichtigkeit, sodann von der Weitsichtigkeit und von der Übersichtigkeit in deren Verbindung mit der Asthenopie und dem gänzlichen Mangel des Accommodationsvermögens, so wie mit dem Verzerrtsehen.

Die Kurzsichtigkeit oder Myopie.

Der jenseitige Endpunkt der natürlichen Sehlinie normalsichtiger Augen kann nicht wohl anders, als in unendlicher Ferne gelegen gedacht werden, und die Beschränkung, welche sich bezüglich der Tragweite des Gesichtssinnes geltend macht, kann nicht sowohl auf dem Unvermögen beruhen, den dioptrischen Apparat des Auges für grosse endliche und selbst für unendliche Entfernungen einzustellen; sondern muss auf anderen Gründen beruhen. Es wäre sonst nämlich ganz unerklärbar, wie es möglich ist, den Mond und die

Schatten seiner Unebenheiten in scharf contourirten Bildern wahrzunehmen.

Ein solches Moment, welches die Tragweite des Gesichtssinnes beschränkt, liegt nun bestimmt in der Abnahme der **Netzhautbildgrösse**. Die letztere, d. i. die Grösse der Netzhautbilder, steht nämlich in geradem Verhältnisse zu der Grösse des Objectes und zur Länge der hinteren conjugirten Vereinigungsweite der Strahlen; im umgekehrten Verhältnisse aber zur Entfernung des Objectes und zu dem jeweiligen Grade des Refractionszustandes des dioptrischen Apparates.

Ist D der Abstand des Objectes und F die conjugirte Vereinigungsweite, 1 der Brechungsexponent der Luft und M jener des auf die vordere Cornealoberfläche reducirten dioptrischen Apparates, so ist der Vergrösserungs-Coëfficient m

$$m = -\frac{F}{MD};$$

für $D = \infty$ wird das Netzhautbild also unendlich klein und es bedarf unendlicher Grössen des Objectes, um damit sein Netzhautbild ein oder das andere lichtempfindende Element der Retina decken und sofort eine unvermischte Wahrnehmung vermitteln könne.

Die Objectsdistanz, als der numerisch stärkste Factor ist aber hier hauptsächlich massgebend und bewirkt, dass die von noch so grossen Masseinheiten der leuchtenden Oberflächen ausgehenden Strahlenkegel endlich nicht mehr auf einzelnen Zapfen oder Stäben der Netzhaut isolirt werden können, sondern Strahlenkegel von einer grösseren oder geringeren Zahl von Objecten oder Objecttheilen auf einem und demselben jener Netzhautelemente zur Vereinigung kommen, und sofort nur gemischte Eindrücke sich zum Gehirne fortpflanzen können.

Immerhin jedoch ist das erwähnte Verhältniss nicht im Stande das Netzhautbild irgend eines fernen Objectes zum Verschwinden zu bringen, es kann dasselbe nur auf die Grösse eines Punktes reduciren, und gemischte Eindrücke setzen eine Mannigfaltigkeit von Objecten in gewissen Aichungen des Gesichtsfeldes voraus. Das Unsichtbarwerden ferner Objecte kann daher nicht allein auf die Abnahme der Netzhautbildgrösse gesetzt werden, es fordert noch ein anderes Moment zu seiner Erklärung und das ist einerseits das Beugungsspectrum, andererseits aber die Schwächung des Lichtes im geo-

metrischen Verhältnisse, wenn die Dicke der Durchgangsmedien im arithmetischen wächst.

Insoferne wird der Pupillendurchmesser und der wirkliche Glanz der Gesichtsobjecte von höchstem Belange. Letzterer ist es auch, welcher die Sichtbarkeit und Unsichtbarkeit der Sterne bestimmt, und im Vereine mit dem Beugungsspectrum, durch die, in Proportion zur Intensität des auf die Netzhaut ausgeübten Reizes, sich steigernde Irradiation auch die scheinbare Grösse der Sterne beeinflusset. Alle Sterne sollten als leuchtende Punkte erscheinen, und ist der dioptrische Apparat für einen derselben eingestellt, so muss er es auch für die anderen sein. Was aber von den Sternen gilt, das hat auch in Bezug auf terrestrische Objecte seine Geltung.

Die Myopie kann daher nicht schlechtweg als das Unvermögen eines Auges erklärt werden, ferne Objecte in scharfen und deutlichen Bildern zur Wahrnehmung zu bringen; sondern nur als das Unvermögen, scharfe und deutliche Wahrnehmungen von solchen fernen Objecten zu vermitteln, welche ihrer Grösse und ihrem wirklichen Glanze nach, bei richtiger Einstellung des dioptrischen Apparates und bei Integrität der lichtempfindenden Theile, in scharfen und deutlichen Bildern zur Anschauung kommen müssten.

Mit Festhaltung dieses Begriffes ergibt sich als die optische Wesenheit der Myopie die Vereinigung der von fernen Objecten ausgehenden Strahlenkegel vor der Netzhautstabschichte. Das Verschwommensein der Contouren in den von fernen Objecten zur Wahrnehmung kommenden Bildern findet demnach seinen Grund darin, dass die Strahlenkegel, welche von je einer der Distanz des Objectes entsprechenden Masseinheit seiner Oberfläche ausgehen, nicht mehr in je einem Zapfen oder Stabe der Netzhaut zur Vereinigung kommen; sondern dass jeder dieser Strahlenkegel in Form eines Zerstreuungskreises eine bald grössere bald kleinere Anzahl von Stäben und Zapfen gleichzeitig und gleichmässig afficirt, umgekehrt aber jeder einzelne dieser Zapfen und Stäbe von einer mit ihrer Grösse zunehmenden Zahl von Zerstreuungskreisen getroffen wird, der auf das *Sensorium commune* fortgepflanzte Lichtreiz demnach ein gemischter sein muss. Die Undeutlichkeit, die Lichtschwäche in den, scharfer Contouren entbehrenden Netzhautbildern ferner Objecte ist aber eine Folge der Abnahme des scheinbaren Glanzes, der Abnahme der Erleuchtungs-

Intensität einer gewissen Masseinheit der Retina, welche Abnahme mit der Grösse der Zerstreuungskreise im geraden Verhältnisse steht und in Verbindung mit der beschränkten Reizempfänglichkeit der Netzhaut die Wahrnehmung jener Zerstreuungskreise endlich unmöglich macht.

Die Grösse der die Netzhaut treffenden Zerstreuungskreise bestimmt das Mass der Undeutlichkeit und des Mangels an scharfer Begrenzung in den zur Wahrnehmung kommenden Bildern ferner Objecte. Sie ist nicht allein Function der Differenz zwischen der Vereinigungsweite und dem Abstande der Netzhaut vom optischen Centrum des dioptrischen Apparates, sondern auch Function der Öffnung des lichtbrechenden Apparates.

Kraft des letzterwähnten Verhältnisses finden myopische Augen in der unwillkürlichen Verengerung des Sehloches bei Einwirkung höherer Lichtgrade, und in der willkürlichen Verengerung der Lidspalte das Mittel, die Schärfe ihrer, ferne Objecte betreffenden, Wahrnehmungen auf Kosten der Lichtstärke zu vermehren. Dem entsprechend blinzeln (μύειν) denn auch myopische Augen beim Besehen ferner Objecte im hellen Raume so gewöhnlich, dass man den wissenschaftlichen Namen des fraglichen Gesichtsfehlers davon hergeleitet hat.

In Anbetracht des ersterwähnten Verhältnisses ist es klar, dass abgesehen von der Grösse und dem wirklichen Glanze des Objectes die Schärfe und Lichtstärke seines Netzhautbildes mit der Annäherung an die Cornea zunehmen müsse, indem damit die hintere conjugirte Vereinigungsweite wächst und sofort die Grösse der die Netzhaut treffenden Zerstreuungskreise abnimmt. Da nun aber, um die hintere conjugirte Vereinigungsweite um ein Merkbares zu verlängern, relativ um so grössere Verschiebungen des Objectes in der Richtung gegen das Auge erfordert werden, je ferner das Object vom Auge absteht; so ergibt es sich, dass die Schärfe der Begrenzung und die Lichtstärke der Netzhautbilder bei übrigens entsprechender Grösse und entsprechendem wirklichen Glanze des Objectes nur dann merklich erhöht werden könne, wenn die Hereinrückung des fernen Objectes eine sehr namhafte ist, und dass *die Kurzsichtigkeit überhaupt sich nicht wohl anders als durch mangelnde Schärfe und Undeutlichkeit der Netzhautbilder von solchen Objecten charakterisiren könne, die dem Auge relativ schon nahe stehen, höchstens einige*

Schuhe oder selbst Zolle entfernt sind. Denn fallen die Scheitel von Strahlenkegeln in die Netzhautstabschichte, welche Strahlenkegel aus Punkten von mehreren Fussen Entfernung divergiren, so ist der Durchmesser der Zerstreuungskreise von Strahlen, welche parallel auf die Cornea auffallen, schon ausserordentlich klein, von dem Querdurchmesser der Stäbe und Zapfen nur wenig verschieden und sofort die Isolation der Eindrücke noch möglich. Es liegt demnach schon in dem optischen Charakter der Kurzsichtigkeit, dass die absolute Sehweite auf einen Spielraum von nur wenigen Fussen oder Zollen bei relativ geringem Abstande des Nahepunktes beschränkt sei.

Der Abstand des Nahepunktes ist nun bei Gegebensein einer bestimmten natürlichen Sehlinie allein mehr abhängig von dem Grade des noch bestehenden Accommodationsvermögens. Es darf dieses nicht fehlen, ja der active Theil des Adaptionsapparates muss eine der Norm nahezu gleichkommende Kraft zu entwickeln im Stande sein, widrigenfalls man es nicht sowohl mit Kurzsichtigkeit, als vielmehr mit Asthenopie oder mit völligem Mangel des Accommodationsvermögens, also mit zwei von Myopie sehr differenten Gesichtsfehlern zu thun hat.

Als fixes Grössenmass des, einem Auge zukommenden Accommodationsvermögens kann man nun die Differenz betrachten zwischen dem Netzhautabstande und zwischen der kürzesten oder längsten, durch Accommodationsthätigkeit noch correctionsfähigen, hinteren Vereinigungsweite des im normalen Refractionszustande verharrenden Lichtbrechungsapparates. Insoferne die hinteren Vereinigungsweiten relativ sehr rasch wachsen, wenn das ohnehin nahe Object noch näher dem Auge gerückt wird; so ist es von selbst verständlich, dass demselben Grössenmasse des Accommodationsvermögens sehr differente absolute Sehweiten entsprechen werden, je nachdem das Auge normalsichtig oder myopisch ist, und dass die absolute Sehweite des kurzsichtigen Auges bei normaler Grösse der Adaptionsfähigkeit eine um so kürzere werden müsse, je kürzer eben die natürliche Sehlinie ist, je näher also der Fernpunkt der Cornea liegt. So kömmt es, dass in den höchsten Graden der Myopie die absolute Sehweite endlich auf weniger als einen Zoll herabsinkt und sofort eine fast verschwindende wird, wenn man sie mit der absoluten Sehweite von Augen vergleicht,

welche bei völligem Mangel des Accommodationsvermögens eine längere natürliche Sehlinie haben. Es simulirt solchermassen ein im hohen Grade kurzsichtiges Auge den Mangel der Accommodationsfähigkeit, welche factisch besteht, während Augen mit langer natürlicher Sehlinie den Bestand des thatsächlich abgehenden Adaptionsvermögens nachahmen können.

Es geht daraus hervor, dass man die Grösse des in Rede stehenden Gesichtsfehlers nicht allein aus der Lage des Nahepunktes bestimmen könne, indem eben ein kräftiges Accommodationsvermögen den Nahepunkt stark hereinrückt, derselbe aber bei gleicher natürlicher Sehlinie, aber vermindertem Accommodationsvermögen, hinausrückt, und sich dem Fernpunkte nähert. Es geht daraus aber auch hervor, dass der Fernpunkt bei dieser Grössenbestimmung nicht zureiche, indem eine solche Grössenbestimmung eben der so überaus wichtigen Accommodationsfähigkeit keine Rechnung trägt und so zu falschen Resultaten führt. Nahepunkt und Fernpunkt, ihre gegenseitige Lage und ihre Lage zum Auge, diese Momente zusammengenommen, können allein nur die Beurtheilung der Grösse des in Rede stehenden Gesichtsfehlers auf sichere Grundpfeiler stützen.

Insoferne erscheinen denn auch die verschiedenen Optometer im engeren Wortsinne als ganz unzuverlässliche Mittel, wenn es sich darum handelt, den Grad der Kurzsichtigkeit, d. i. die Länge und Lage der absoluten Sehweite zu bestimmen. Die Accommodationslinien treten hier störend in den Weg. Dass dem so sei, ergibt sich schon daraus, dass ein Verfahren Czermak's, die Accommodationslinien zur äusseren Wahrnehmung zu bringen, eben nur die Anwendung eines nach Young's Princip construirten Optometers ist. Aus dem über die Accommodationslinien Gesagten ergibt es sich klar, dass die Schwierigkeiten insbesondere die Bestimmung des Fernpunktes treffen und um so grösser sein werden, je weniger nahe derselbe dem Auge gerückt ist; dass aber die mit der Verkürzung zunehmende Schärfe der Accommodationslinie die Absteckung des Nahepunktes wesentlich erleichtern müsse, vorausgesetzt, dass der zu Untersuchende das Spiel seines Accommodationsmuskels vollkommen in der Gewalt hat. Darin liegt aber die zweite, subjective und jene objectiven weit überragende Schwierigkeit. Um sie zu überwinden, bedarf selbst der Eingeweihte eine nicht geringe Übung; Laien begreiflich zu machen, was gewünscht wird, ist aber fast unmöglich.

Sie stellen den dioptrischen Apparat fast jedesmal anders ein, daher denn auch die Resultate, welche der Optometer gibt, in verschiedenen Versuchen etwas variiren. Sie würden mehr differiren bei Gegebensein grösserer absoluter Sehweiten, wenn man es dahin bringen könnte, dass die zu Untersuchenden bei Anwendung des Optometers nicht immer den Accommodationsmuskel in die grösstmöglichsten Spannungsgrade versetzten; allein dieses zu verhüten, ist fast unmöglich, sie verkürzen die Accommodationsweite immer so viel es nur geht, und daher geschieht es denn auch, dass die nach dem Optometer gewählten Brillen der Regel nach im Gebrauche sich als zu scharf erweisen, und es ist dabei natürlich gleichgiltig, ob das Optometer nach Young's oder Scheiner's Princip construirt ist. Es liefert also eigentlich nur Punkte in der absoluten Sehweite, keineswegs die Länge und Lage der letzteren. Es lässt sich aus mehreren solchen Punkten wohl ein Schluss ziehen auf das Vorhandensein einer Myopie, Presbyopie oder eines normalen Sehvermögens, allein das Mass jener Abweichungen lässt sich daraus nicht leicht mit Bestimmtheit ermitteln.

Wenn es aber blos die Aufgabe ist, einzelne Punkte der absoluten Sehweite zu ermitteln, bedarf es nicht der eigens construirten Optometer, jedes Fernrohr ersetzt das letztgenannte Instrument, indem es durch die zum Deutlichsehen erforderlichen Verlängerungen und Verkürzungen des Abstandes zwischen Objectiv und Ocular Punkte in der absoluten Sehweite bestimmen lässt. Als Gesichtsobject von fixer Distanz und fixem wirklichen Glanze eignen sich am besten bestimmte Sterne.

Auch der Augenspiegel wird insoferne zu einem Optometer. Auch er gibt Punkte der absoluten Sehweite an, vorausgesetzt, dass der Untersuchende die Fertigkeit besitzt, sein Accommodationsvermögen beliebig zu intendiren und bei jeder Untersuchung mit Bestimmtheit die Distanz anzugeben, für welche der dioptrische Apparat während der Untersuchung eingestellt war (Stellwag, Theorie der Augenspiegel, Wien 1854, III und IV). Dieses ist aber ausserordentlich schwierig und es resultirt daraus ein Grad der Unzuverlässigkeit in den Forschungsergebnissen, wie er nicht aufgewogen werden kann von dem Umstande, dass mit der nothwendigen Erweiterung der Pupille auch die Accommodationsthätigkeit des untersuchten Auges vernichtet wird, und sofort die Einstellung des dioptrischen Apparates

im Auge des Beobachteten als eine fixe zu betrachten ist, wenn man davon absieht, dass der Mydriase in ihren verschiedenen Graden nicht ganz gleiche Accommodationszustände entsprechen.

In Anbetracht aller dieser Unzukömmlichkeiten darf man also wohl behaupten, dass die Bemessung der absoluten Sehweite durch Bestimmung des Nahe- und des Fernpunktes aus der Tragweite des freien Auges an Verlässlichkeit den Ergebnissen der Anwendung von jenen Optometern nicht nachstehe. Im Gegentheile erwächst der fraglichen Untersuchungsmethode ein gewichtiger Vorzug daraus, dass sie es weit leichter macht, den Kranken zu willkürlichem Wechsel seines Accommodationszustandes zu bestimmen und zwar zum Wechsel innerhalb der immer nur möglichen Grenzen.

Es ist aus der Einleitung klar, dass bei dieser Bestimmung nicht allein die Distanz, sondern auch die davon abhängige Bildgrösse des Objectes und dessen wirklicher Glanz zu berücksichtigen kömmt. Der wirkliche Glanz des Objectes ist nämlich ein Factor des scheinbaren Glanzes und dieser bestimmt die Intensität des auf die Netzhaut ausgeübten Reizes. Die Bildgrösse aber bestimmt die Zahl der getroffenen lichtempfindenden Netzhautelemente und sofort den Grad der Genauigkeit, in welcher das Detail des Gegenstandes zur sinnlichen Wahrnehmung kömmt.

Insoferne nun aber der scheinbare Glanz der Netzhautbilder auch Function des Pupillendurchmessers ist, wird es wohl kaum möglich sein, Varianten des ersteren und die daraus resultirenden Beobachtungsfehler gänzlich zu umgehen, selbst wenn man es in der Gewalt hätte, den wirklichen Glanz des Objectes willkürlich und der Entfernung entsprechend wachsen und fallen zu lassen. Doch dürften die solchermassen bedingten Fehler auf ein Minimum reducirt werden, und schadlos zu vernachlässigen sein, wenn man als Probeobject ein, mit sehr tief schwarzen Figuren bemaltes hellweisses Blatt Papier derart in einem Zimmer befestiget, dass das helle Tageslicht seitlich und in einer bestimmten, nahe constanten Richtung darauf fällt.

Es reicht die Breite eines mässig grossen Zimmers zu dem fraglichen Versuche aus, da wegen der grossen Länge der ferneren Accommodationslinien Augen, welche auf 15—20 Fuss Entfernung deutlich und scharf sehen, in den allermeisten Fällen auch für unendliche Distanzen sich einzustellen fähig sein werden, daher man es auch nicht nothwendig hat, zur Vermeidung der aus der wechselnden

Bildgrösse entspringenden Fehler eine unendliche Reihe von Objecten in den, allen Distanzen entsprechenden Dimensionen zur Anwendung zu bringen und zwar um so weniger, als bei sehr grossen Entfernungen das Beugungsspectrum und die Irradiation ohnehin das Endresultat, die Bestimmung des Fernpunktes, sehr stark trüben. Aufgabe ist es, die Bildgrösse zu einer constanten zu machen und sie so klein zu wählen, dass jede Verminderung derselben einer Erkenntniss des Objectes in seiner Detailzeichnung unmöglich machen müsste.

Ein sehr gutes Auge ist noch im Stande, auf hellweissem Grunde schwarze Buchstaben von $0^{\prime\prime\prime}2$ Höhe, und entsprechender Dicke in $72^{\prime\prime\prime}$ Abstand scharf und deutlich zu sehen, und das ist wohl in Bezug auf das gewählte Gesichtsobject nahezu die innere Grenze der Möglichkeit. Es entspricht diesen Dimensionen eine Netzhautbildgrösse von $0^{\prime\prime\prime}0172$. Ein 15 Fuss abstehendes Object muss demnach $5^{\prime\prime\prime}7$, ein 12 Linien entfernter Gegenstand aber $0^{\prime\prime\prime}061$ Höhe haben, um ein gleich grosses Bild auf der Netzhaut zu entwerfen.

Der Übersichtlichkeit halber benütze ich zu diesen Berechnungen das auf die vordere Cornealoberfläche, als einzige Trennungsfläche, reducirte Auge. Es ist für dasselbe der Radius R der Trennungsfläche $R = 3{\cdot}456$, die Axe oder bezüglich der zu lösenden Aufgaben der Abstand der Netzhaut und der absolute Brechungsexponent M des homogen gedachten Inhaltes

$$M = -\frac{F(D+R)}{D(R-F)},$$

wo D den Abstand des Gesichtsobjectes bedeutet. Der Vergrösserungscoëfficient m ist

$$m = \frac{F}{DM}.$$

Wenn A die Höhe des Objectes und a die Höhe des Netzhautbildes ausdrückt, so erscheint

$$a = Am = -\frac{AF}{MD} = \frac{A(R-F)}{D+R}.$$

Für $A = 0^{\prime\prime\prime}2$ und $D = 72^{\prime\prime\prime}$ ergibt sich $a = 0^{\prime\prime\prime}0172$, was dem Breitendurchmesser von $7{\cdot}8$ unmittelbar an einander stehender Zapfen, deren jeder im Mittel nach Kölliker $0^{\prime\prime\prime}0022$ misst, entspricht. Damit nun a eine Constante bleibe, muss für $D = 2160^{\prime\prime\prime} = 15'$ das $A = 5^{\prime\prime\prime}7$ werden; für $D = 20^{\prime\prime\prime}$ aber das $A = 0^{\prime\prime\prime}061$ sein, wie sich ergibt aus den Gleichungen

$$a = \frac{A(R-F)}{D+R} \text{ und } A = \frac{a(D+R)}{R-F}.$$

Als Probeobject dürfte demnach eine Reihe von Buchstaben, mit schwarzer Farbe auf weissem Papiere gezeichnet, deren Höhe von $5^{\prime\prime\prime}7$ bis $0^{\prime\prime\prime}061$ allmählich abnimmt, am besten entsprechen,

weil es nur der Nennung ihres Namens von Seite des Untersuchten bedarf, um den Untersuchenden zu vergewissern, jener habe sie wirklich in ihrer wahren Gestalt erkannt, was bei anderen Objecten nicht so leicht ist. Bei einer Reihe von Strichen z. B., die in ihren Dimensionen allmählich abnehmen, täuscht sich der Untersuchte oft selbst über die Zahl der scharf und deutlich gesehenen, da man Objecte, die man voraus kennt, auch in undeutlichen Bildern unterscheidet und das Urtheil von Laien über Schärfe der Bilder ein sehr schwankendes ist. Wollte man aber beliebige andere Figuren als Gesichtsobjecte wählen, so würde oft die mangelhafte Beschreibung des Gesehenen das Urtheil trüben. Weil es nun aber auch nicht schwer ist, einzelne Buchstaben in unscharfen Bildern zu unterscheiden, und sofort leicht Fehler resultiren, erscheint es im Interesse der Verlässlichkeit nothwendig, nicht eine einfache Zeile von allmählich an Grösse abnehmenden Buchstaben als Gesichtsobject zu wählen, sondern eine Reihe von Zeilen, deren jede Buchstaben von bestimmter Höhe im Worte ohne Zusammenhang vereinigt enthält. Ich sage „Worte ohne Zusammenhang", da in Sätzen leicht einzelne Worte aus dem Contexte errathen werden, ohne dass scharfe und deutliche Bilder der sie componirenden Buchstaben auf der Netzhaut zu Stande kommen. Tafel II ist eine solche Scala, *A* deutet die Buchstabenhöhe, *D* die zugehörige Distanz an.

Selbstverständlich ist, dass jede dieser allenfalls unter einander gestellten Zeilen immer senkrecht auf der verlängerten optischen Axe des Auges stehen müsse, daher ihr Träger, jenes Blatt Papier, in gleicher Höhe mit dem zu untersuchenden Auge und vertical zu fixiren ist, weil mit der Neigung die Projection eine andere wird.

Ist Fig. II, AB das geneigte und durch die verlängerte optische Axe des Auges OO' halbirte Gesichtsobject, so ist der halbe Gesichtswinkel o und die Grösse des Netzhautbildes $2ac$ ist Function der Projection $AC = AB . \sin a$, wo $\sin a < 1$ und zwar um so kleiner ist, je mehr AB zu OO' geneigt ist. Es wird $AC = o$, wenn $\sin a = o$ ist, wenn demnach AB parallel zu OO' wird.

Kann man nun, was einigermassen willkürlich angenommen wurde, die Netzhautbildgrösse von 0‴0172 wirklich als die innere Grenze ansehen, unter welche ein Sinken nicht mehr stattfinden darf, sollen noch die Buchstaben in scharfen und deutlichen Bildern zur Wahrnehmung kommen und sofort in ihrer Detailzeichnung erkannt

werden: so gibt die erwähnte Scala ein ziemlich sicheres Mittel an die Hand, den eigentlichen dioptrischen Fernpunkt sowohl, als den Nahepunkt, sofort die absolute Sehweite zu bestimmen. Die Art und Weise dieser Bestimmung liegt auf der Hand. Zu bemerken ist nur, dass es nicht gleichgiltig sei, welche Zeile der zu Untersuchende bei einem bestimmten Abstande fertig zu lesen im Stande ist, sondern dass bei jeder Distanz immer die ganze Reihe von Zeilen, von der grössten bis zu jener, deren Buchstabenhöhe gerade der Netzhautbildgrösse von 0'''0172 entspricht, in scharfen und deutlichen Bildern wahrgenommen werden muss. Ohne Berücksichtigung dessen wird man leicht Fehlschlüsse machen, da mit der Annäherung des Objectes die relative Netzhautbildgrösse wächst und damit auch die Möglichkeit, die Bilder selbst in Zerstreuungskreisen zu unterscheiden.

Nach diesen Vorausschickungen ist es nun auch möglich, von dem Einflusse von Brillengläsern auf myopische Augen zu sprechen und ich gehe um so lieber in eine genauere Erörterung ihrer dioptrischen Wirkungen ein, als in ihnen das Mittel zur Correction des fraglichen Gesichtsfehlers gegeben ist, und sie insoferne von der höchsten praktischen Wichtigkeit erscheinen.

Sammellinsen vermindern die Divergenz auffallender Strahlen. Vor das myopische Auge gehalten, verkürzen sie also die ohnehin zu kurze hintere Vereinigungsweite noch mehr, vergrössern sofort den Durchmesser der die Netzhaut treffenden Zerstreuungskreise und vermindern sofort die Schärfe und Deutlichkeit der Netzhautbilder noch weiter, indem sie eben den Fernpunkt scheinbar hereinrücken und sohin die Differenz zwischen dessen Abstand und den Abstand des Objectes um ein Namhaftes vermehren. Zerstreuungsgläser im Gegentheile vermehren die Divergenz auffallender Strahlen. Vor das myopische Auge gehalten, und so mit dessen dioptrischem Apparat combinirt, verlängern sie die hintere conjugirte Vereinigungsweite, indem sie scheinbar die vordere verkürzen. Ihre Wirkung ist daher Verkleinerung und selbst gänzliche Aufhebung der Differenz zwischen dem Abstande des Objectes und jenem des Fernpunktes, und sofortige Steigerung der Schärfe und Deutlichkeit jener Bilder, welche von jenseits des Fernpunktes gelegenen Objecten auf der Netzhaut des kurzsichtigen Auges entworfen werden.

Ist n der Brechungsexponent der Luft, n_1 jener des homogen gedachten Inhaltes eines auf die vordere Cornealoberfläche reducirten Auges, p die vordere,

p_1 die hintere conjugirte Vereinigungsweite und sind f und f_1 die beiden Brennweiten, sowie r der Radius der Trennungsfläche, so ist

$$\frac{n}{p} + \frac{n_1}{p_1} = \frac{n}{f} = \frac{n_1}{f_1}$$

und in dem abgeleiteten Ausdrucke

$$\frac{n_1}{p_1} = \frac{n_1}{f_1} - \frac{n}{p} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

erscheint p_1 zu klein, also $\frac{n_1}{p_1}$ zu gross. Insoferne es sich um den Fernpunkt handelt, muss n_1 bereits den kleinstmöglichsten Werth erreicht haben und sofort als Constante fungiren. Ebenso ist wegen der Unveränderlichkeit von r die hintere Brennweite $f_1 = \frac{n_1 r}{n_1 - n}$ dann eine Constante und es kann p_1 nur dadurch vergrössert und folgerecht $\frac{n_1}{p_1}$ verkleinert werden, dass der Werth p vermindert wird, der Werth von $\frac{n}{p}$ also steigt, aber negativ bleibt. Sammellinsen können vor das Auge gestellt diesem Bedürfnisse, Verkleinerung von p, nicht genügen. Ist nämlich b ihre Brennweite, v die Objectsdistanz und v_1 die der letzteren conjugirte Vereinigungsweite, so erscheint in Bezug auf die Brille

$$\frac{1}{v_1} = \frac{1}{b} - \frac{1}{v}$$

wo $v_1 = p \pm c$ ist, und c den Abstand der Brille von der Vorderfläche der Cornea bedeutet, welchen man hier als Constante aufzufassen hat. Ist $v > b$, steht das Object ausser der Brennweite vor der Linse, so erscheint v_1 positiv und sofort p und $\frac{n}{p}$ in (1) negativ. Der Ausdruck (1) geht also über in

$$\frac{n_1}{p_1} = \frac{n_1}{f_1} + \frac{n}{p}$$

was eine Zunahme von $\frac{n_1}{p_1}$ und wegen der Constanz von n_1 eine Abnahme von p_1 also gerade das Gegentheil von dem in sich schliesst, was bezweckt wird. Wird $v = b$ und sofort $v_1 = \infty$, so ist auch $p = \infty$ und $p_1 = f_1$, d. h. die Strahlen vereinigen sich in der hinteren Brennweite, also in dem kürzesten Abstande hinter der Trennungsfläche des reducirten Auges. Wird aber $v < b$, so wird wohl v_1 negativ und der Ausdruck (1) hat seine Giltigkeit, da p essentiel positiv wird, allein es ist dann $\frac{1}{v_1} < \frac{1}{v}$ und $v_1 > v$, es ist p grösser statt kleiner geworden.

Für Zerstreuungslinsen hingegen ist

$$\frac{1}{v_1} = -\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{v}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

So lange v positiv ist, der Gegenstand also vor der Linse liegt, muss $\frac{1}{v_1} > \frac{1}{v}$ und sofort $v_1 < v$ sein, v_1 weiters negativ und p positiv bleiben, was eben der Zweck ist.

Der Myops findet daher in einer vor das Auge gestellten Zerstreuungslinse das Mittel, seinen Fernpunkt hinauszurücken, und zwar wird eine um so schärfere Zerstreuungslinse erforderlich sein, um den jenseitigen Endpunkt der natürlichen Sehlinie auf eine gewisse Distanz hinauszuschieben, je grösser eben diese Distanz und je grösser die Differenz zwischen der hinteren Brennweite des dioptrischen Apparates und zwischen dem Abstand der Netzhautstabschichte vom optischen Centrum der lichtbrechenden Medien ist, mit anderen Worten, ein je höherer Grad von Kurzsichtigkeit vorliegt.

Wegen der Unveränderlichkeit von n, n_1 und f_1 muss in der Formel (1) $\frac{n}{p}$ wachsen, und sofort p abnehmen, wenn $\frac{n_1}{f_1}$ zunimmt und sohin f_1 abnimmt. Es muss also die Brille eine um so kürzere negative Brennweite haben, weil eben in (2) $v_1 + c = p$ ist und b abnimmt, wenn v_1 verkleinert wird.

Es scheint nach diesem, als müsste die Brennweite der Linse bei Gegebensein eines bestimmten Grades von Kurzsichtigkeit in einem stätigen Verhältnisse zu- und abnehmen, wenn die Distanz des Objectes steigt oder fällt. Doch dem ist nicht ganz so, die Nothwendigkeit der Zu- und Abnahme der Brennweite wird durch das Verhältniss, in welchem die beiden conjugirten Vereinigungsweiten der Zerstreuungslinse zu einander stehen, so wie durch das Adaptionsvermögen des myopischen Auges und sofort durch dessen absolute Sehweite in relativ enge Grenzen eingeschlossen. *Um die Sehweite des myopischen Auges in das Unendliche zu verlängern, genügt eine Zerstreuungslinse, deren um ihren Abstand vom Auge verminderte Brennweite mit dem jenseitigen Endpunkte der natürlichen Sehlinie zusammenfällt.* Mit Hilfe derselben Linse werden aber auch noch scharfe und deutliche Bilder auf der Netzhaut zu Stande zu bringen sein von Punkten, *deren Abstand von der Linse der, um die Entfernung der Linse vom Auge verminderten Distanz des Nahepunktes des dioptrischen Apparates conjugirt ist.* Eine Abnahme der negativen Linsenbrennweite wird erst erforderlich, wenn es sich um Punkte handelt, deren Entfernung vom Auge geringer ist, als die dem Nahepunkte des Auges conjugirte Vereinigungsweite der Linse. Es muss die Brennweite der Nulle gleich werden, wenn das Object im Nahepunkte selbst steht, wobei der Abstand der Linse vom Auge vernachlässigt wird. Es muss

jene positiv sein, es ist eine Sammellinse nothwendig, wenn der Gegenstand noch näher dem Auge rückt.

Wäre der Quotient jener Verhältnisse ein gleicher, in welchem die beiden conjugirten Vereinigungsweiten der Zerstreuungslinse sowohl als des dioptrischen Apparates je zu einander stehen, so läge in der richtigen Wahl der Zersteuungslinse ein Mittel: innerhalb der oben angegebenen Grenzen die Lichtbrechung des myopischen Auges jener im normalen Auge nahezu identisch zu machen, denn dann müsste jeder Verrückung des Accommodationspunktes durch die Linse eine der Norm entsprechende Verlängerung der Accommodationslinie parallel gehen; es müsste die jeweilig gegebene Accommodationslinie des myopischen Auges durch die Brille in jene des normalen Auges bei gleicher Adaptionsanstrengung verwandelt werden.

Es wäre dann bei Zugrundelegung der obigen Werthe und bei Vernachlässigung des Abstandes der Linse vom Auge, wenn x, y die Unbekannten sind,

$$p_1 : p_1 + 0^{\text{m}}036 = p + x : p$$
$$\underline{p + x_1 : p = v + y : v}$$
$$p_1 : p_1 + 0^{\text{m}}036 = v + y : v$$

Es weichen aber diese Verhältnisse von einander ab, und daher kann auch bei gleicher Adaptionsbestrebung die Accommodationslinie des, mit einer entsprechenden Zerstreuungslinse bewaffneten, myopischen Auges niemals mit jener des normalen Auges zusammenfallen, die Accommodationslinien des myopischen Auges werden durch die Linse in einem anderen Verhältnisse variirt, als im normalen Auge ohne Linse; es entsprechen unter den genannten Umständen in den beiden Augen gleichen Accommodationspunkten verschiedene Accommodationslinien.

Immerhin jedoch dürften diese Differenzen relativ nur geringe sein innerhalb der durch die absolute Sehweite des Auges und die Brennweite der passenden Linse gesteckten Grenzen. Der mathematische Beweis dafür ist wohl nicht herzustellen, da der Quotient jenes Verhältnisses zur Zeit noch nicht erörtert werden konnte, in welchem die beiden conjugirten Vereinigungsweiten des dioptrischen Apparates zu einander stehen. Doch spricht dafür die grosse Übereinstimmung, welche sich ergibt aus der Vergleichung des Verhältnisses, in welchem die beiden conjugirten Vereinigungsweiten der Linse zu einander stehen, mit den Ergebnissen der Czermak'schen

Experimente bezüglich des Wechsels der Lage und Länge der Accommodationslinien. Es sind diese um so länger, je weiter der Accommodationspunkt vom Auge absteht, und die hintere conjugirte Vereinigungsweite des dioptrischen Apparates fängt erst dann an, rasch zu wachsen und sofort die Accommodationslinie auffallend zu verkürzen, wenn der Accommodationspunkt bereits sehr nahe dem Auge gerückt ist; sei es in Folge intensiver Adaptionsanstrengung oder abnormer Verkürzung des Abstandes des Fernpunktes. Etwas ganz Analoges zeigt sich nun auch in Bezug auf die Lichtbrechung in Zerstreuungslinsen.

Ist v ein Punkt vor der Linse, $v + n$ ein zweiter weiter gelegener, b die Brennweite der Linse, so sind die conjugirten Vereinigungsweiten v_1 und v_2

$$-v_1 = + \frac{vb}{v+b}; \quad -v_2 = + \frac{(v+n)\,b}{(v+n)+b}$$

$$(-v_1 + v_2) = -\frac{nb^2}{(v+b)^2 - n(v+b)}.$$

Die Differenz der hinteren Vereinigungsweiten wird eine um so kleinere bei gleichen Abständen zweier Punkte, je kleiner die Brennweite der Linse ist; bei gleicher Brennweite der Linse aber, je näher die beiden Objecte hereinrücken. Im Allgemeinen kann man also sagen, die Differenz der hinteren Vereinigungsweiten wird eine um so kleinere, je schärfer die Brille und je kleiner die Abstände der beiden Objecte, von der Linse gerechnet, werden. Insoferne nun die Brennweite der Linse, soll sie den dioptrischen Fernpunkt in unendliche Ferne verlegen, eben von dem Abstande des Fernpunktes bestimmt wird und nur um den Abstand der Linse vom Auge verschieden ist; kann man auch sagen, die Differenz der hinteren Vereinigungsweiten der Zerstreuungslinse werde um so kleiner, je höher der Grad der Kurzsichtigkeit ist und je mehr die beiden Objecte an das mit der Brille bewaffnete Auge heranrücken. In Anbetracht dieser Übereinstimmung wird man daher auch nicht sehr fehlen, wenn man sagt, die Differenzen der hinteren Vereinigungsweiten der richtig gewählten Zerstreuungslinse fallen, wenn die Abstände der Objecte den normalen Accommodationslinien gleich gewählt wurden, zum grossen Theile mit den Accommodationslinien des entsprechenden myopischen Auges

zusammen; diese letzteren werden durch die passende Linse in solche verwandelt, welche von denen des normalsichtigen Auges nicht sehr verschieden sind. Ist dieses aber richtig, und Experimente lassen darüber keinen Zweifel, so muss auch ein myopisches Auge, welches mit Hilfe einer entsprechenden Brille auf 15 Fuss Entfernung scharfe und deutliche optische Wahrnehmungen vermitteln kann, auch von unendlich fernen Objecten scharfe und deutliche Netzhautbilder erzeugen können, soweit nämlich die Irradiation, die Lichtabnahme und das Beugungsspectrum nicht hinderlich in den Weg treten. Daher lässt sich auch eine Scala, wie die oben beschriebene zu den Experimenten mit Brillen vortheilhaft als Object benützen.

Es ist nun aber selbstverständlich, dass in jedem einzelnen Falle mehrere Linsen von verschiedener Brennweite scharfe und deutliche scheinbare Bilder von Objecten, deren Distanz von Unendlich bis 15 Fuss variirt, in der absoluten Sehweite des myopischen Auges zu erzeugen vermögen und dass die mögliche Differenz dieser noch entsprechenden Linsenbrennweiten gerade in der Länge der absoluten Sehweite des Auges das Mass finde, welches sie nach keiner Richtung hin überschreiten darf. Es scheint also für den ersten Augenblick, als ob einem und demselben Auge mehrere Zerstreuungslinsen von verschiedener Brennweite entsprechen könnten, und die geringe Sorgfalt, welche Laien und Ärzte bei der Wahl der Brillen anwenden, lässt sich gleichsam als ein empirisches Beweismittel für die Richtigkeit einer solchen Ansicht verwerthen. Einige Überlegung führt jedoch zu einer ganz anderen Auffassung der Dinge.

Die Differenz zwischen der kürzesten und längsten unter den hinteren Vereinigungsweiten des dioptrischen Apparates, welche durch die Einrichtungsfähigkeit des Auges noch auf die Stabschichte der Netzhaut geleitet werden können, ist eine von der Organisation des letzteren und von der Functionskraft des Accommodationsmuskels abhängige, in jedem einzelnen Auge constante Grösse, also sind es auch die ihr conjugirten Abstände des Nahe- und Fernpunktes, die absolute Sehweite des Auges. Brillen verrücken nur scheinbar das Gesichtsobject, ändern die relative Lage desselben zum Auge, ohne jedoch jene Differenz und sofort auch die ihr conjugirte absolute Sehweite irgendwie modificiren zu können, ihre Wirkung beschränkt sich darauf, ausserhalb der absoluten Sehweite gelegene

Gesichtsobjecte in dieselbe hereinzurücken. Daher ist denn auch ihre diesfällige Leistungsfähigkeit durch die Länge der absoluten Sehweite des Auges strenge begrenzt, mit anderen Worten, die Zerstreuungslinse vermittelt im myopischen Auge nur scharfe und deutliche Wahrnehmungen von Objecten, deren Distanzen, bezüglich der Lichtbrechung in der Brille, Punkten in der absoluten Sehweite des Auges conjugirt sind.

Es ist sofort klar, dass aus allen jenen Zerstreuungslinsen, welche von unendlich entfernten Objecten scharfe und deutliche Bilder in der absoluten Sehweite des Auges erzeugen, jene das Maximum der Leistungsfähigkeit erreicht, deren in den Nahepunkt des Auges fallende hintere Vereinigungsweite der kürzesten Objectdistanz conjugirt ist, deren Brennweite also die grösste Länge innerhalb der Grenze hat, welche eben durch den Fernpunktabstand gesteckt ist, mit anderen Worten, deren Brennweite der um den Abstand der Linse vom Auge verminderten Distanz des Fernpunktes gleichkömmt. Je schärfer die Linse wird, desto mehr rückt der Nahepunkt des mit der Linse combinirten dioptrischen Apparates hinaus, desto verschwommener und undeutlicher müssen die Bilder werden, welche von näher gelegenen Objecten auf der Netzhaut erzeugt werden, und desto mehr erweitern sich die Grenzen, innerhalb welchen das brillenbewaffnete Auge scharfe und deutliche Wahrnehmungen zu vermitteln ausser Stande ist.

Aus der Grundformel $\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v} = -\frac{1}{b}$ ergibt sich nämlich $v_1 = \frac{v\,b}{v+b}$ wo v_1 den um den Abstand c der Linse vom Auge verminderten Abstand des Nahepunktes bezeichnet.

Immerhin jedoch werden die aus diesen Verhältnissen resultirenden Fehler nie ganz zu vermeiden sein. Aus der Grundformel der Lichtbrechung in Zerstreuungslinsen ergibt sich nämlich auch, dass so lange die von einem Objecte auf die Linse fallenden Strahlen divergent sind, die hintere Vereinigungsweite stäts kleiner als die vordere conjugirte ist; dass Zerstreuungslinsen sofort in ihrer Combination mit dem dioptrischen Apparate des Auges den Nahepunkt

hinausrücken, auch wenn sie das Maximum der Leistungsfähigkeit bezüglich des betreffenden Auges erreichen.

Damit im innigsten ursächlichen Zusammenhange steht die allbekannte Thatsache, dass Myopen, welche sich zum Fernsehen der Zerstreuungsgläser bedienen, bei Besichtigung von Objecten, die ihrer Kleinheit wegen dem Auge sehr nahe gehalten werden müssen, die Brillen abzulegen sich gezwungen fühlen, ja selbst beim Lesen, Schreiben und ähnlichen Beschäftigungen in der Brille, auch wenn sie richtig gewählt ist, ein wesentliches Hinderniss des scharfen und deutlichen Sehens finden und dieses zwar auch für den Fall, als die hintere Vereinigungsweite der Brille noch jenseits des Nahepunktes reicht.

Abgesehen von der Hinausrückung des Fernpunktes kömmt betreffs dessen nämlich noch ein anderer Umstand in Betracht. Die natürliche Sehlinie des Auges ist eine unveränderliche Grösse, welche von der Brennweite des dioptrischen Apparates bei völliger Ruhe des Accommodationsmuskels bestimmt wird. Jede Verkürzung der Objectsdistanz innerhalb des Fernpunktes macht eine verhältnissmässige Anstrengung des Accommodationsmuskels erforderlich; es wird diese Anstrengung um so grösser, je näher das Object rückt, und sie erreicht ihr Maximum, wenn das Gesichtsobject in dem Nahepunkte selbst angelangt ist. Nun ist die hintere Vereinigungsweite der Zerstreuungslinsen immer kleiner als die vordere, so lange die Lichtstrahlen divergent auf die Linsen fallen und diese Differenz ist um so grösser, je schärfer die Brille ist. Sobald also ein Object in der absoluten Sehweite des Auges gelegen ist, *wird die Brille zum scharfen, deutlichen Sehen des Gegenstandes eine, relativ zum freien Auge, um so stärkere Anstrengung des Accommodationsmuskels erforderlich machen, je näher sie das scheinbare Bild dem Nahepunkte entwirft*, und überschreitet dieses scheinbare Bild endlich den Nahepunkt, so wird auch das Maximum der Anstrengung zur Vermittlung entsprechender Wahrnehmungen nicht mehr ausreichen. Und etwas ähnliches gilt auch von Objecten, welche jenseits des Fernpunktes gelegen sind. Bei gleichen Abständen des Gegenstandes werden Brillen, welche noch scheinbare Bilder in der absoluten Sehweite des Auges entwerfen, eine um so intensivere Kraftentwickelung des Accommodationsmuskels zum Zwecke des scharfen und deutlichen

Sehens erforderlich machen, je näher dem Nahepunkte sie die Lichtstrahlen zur Vereinigung bringen, je schärfer sie sind.

Diese unverhältnissmässige Anstrengung des Accommodationsmuskels ist es nun, welche sich beim Gebrauche von Brillen unzweckmässig kurzer Brennweite alsbald unzweideutig in dem Hervortreten von Reizerscheinungen im Auge kund gibt. Vorerst sind es die sensitiven Nervenzweige des Accommodationsmuskels, welche dessen übergrosse Intention durch schmerzhafte Erregung und gesteigerte Erregbarkeit verrathen. Das jedem Muskel eigenthümliche Gefühl von Angestrengtsein, die Empfindung einer gewissen Völle im Auge, selbst wahrer intensiver Schmerz, Empfindlichkeit gegen jeden leichten das Auge treffenden Reiz beurkunden das Gegebensein eines hyperästhetischen Zustandes und steigern sich in dem Masse, als die Anstrengung des Auges fortdauert. Das Gefässsystem bleibt nicht lange hinter den Nerven zurück und Injection der Episcleralgefässe deutet hin auf Congestionszustände im Bereiche des ciliaren Kreislaufes. Unter fortgesetzter Anstrengung des Accommodationsmuskels endlich irradiirt sich die Hyperästhesie des Ciliarnervensystems bald auf die übrigen Zweige des Quintus und auf die Netzhaut, ja auf das Gehirn, wovon flüchtige Stiche im Ausstrahlungsbezirke des Augenastes, Gefühl von lästigem Drucke in der Stirn- und Schläfengegend, mehr weniger heftige Kopfschmerzen und das Gefühl der Blendung, die Empfindlichkeit des Auges gegen selbst mässiges Licht Zeugniss ablegen. Sogar die Erregung von Entzündungen im Augapfel liegt diesen Verhältnissen nicht allzufern, und Hyperästhesien im Bereiche irgend eines Gehirnnerven finden darin erhebliche Anregungsmomente für Paroxysmen.

Es sind dieses, ganz übereinstimmend mit der aufgestellten Behauptung, dieselben Erscheinungen, welche sich im normal- und weitsichtigen Auge geltend machen, wenn es längere Zeit für sehr nahe Objecte intendirt wird beim Mikroskopiren, beim Lesen sehr kleiner Schrift, überhaupt bei längerer Betrachtung von Objecten, die ihrer Kleinheit halber dem Auge sehr nahe gehalten werden. Dass kurzsichtige Augen ohne Anwendung von Brillen unter solchen Verhältnissen weit länger aushalten, ja tagelang ohne alle Anstrengung sich solchermassen beschäftigen können, rührt nicht etwa davon her, dass der kurzen Objectsdistanz halber die Netzhautbilder

grösser werden und sofort leichter in ihrer Detailzeichnung wahrgenommen und erkannt werden. Der Vergrösserungscoëfficient ist bei gleichen Abständen und Augenaxen im kurz- und normalsichtigen Auge ein gleicher, im umgekehrten Verhältnisse zur Objectsdistanz stehender. Der Grund davon liegt einzig und allein darin, dass bei gleich kurzem Abstande des Objectes dieses um so weiter hinter dem Nahepunkte gelegen ist, und sofort seine scharfe und deutliche Abbildung auf der Netzhaut eine um so geringere Intention des Accommodationsmuskels erforderlich macht, je kurzsichtiger das Auge ist, wobei natürlich immer vorausgesetzt wird, dass das Object noch innerhalb der absoluten Sehweite des normalsichtigen und myopischen Auges stehe. Wohl aber ist in diesem letzterwähnten Verhältnisse und gleichzeitig in der Zunahme der Netzhautbildgrösse bei Annäherung des Objectes der Umstand begründet, dass Myopen gewöhnlich eine sehr kleine Handschrift schreiben und sich vorzüglich zu Geschäften eignen, die der Kleinheit ihrer Objecte wegen ein genaues und anhaltendes Sehen in sehr kurzen Distanzen mit sich bringen.

Abgesehen von der Relation der conjugirten Vereinigungsweiten der Zerstreuungslinse und deren Beziehung zur absoluten Sehweite des Auges kömmt betreffs der Leistungsfähigkeit einer Brille noch die Grösse des durch die Linse erzeugten Bildes in Betracht. Aufgabe der Brille ist es nämlich nicht nur scharfe und deutliche Bilder in der absoluten Sehweite zu erzeugen, sondern auch die Grösse des Bildes in ein solches Verhältniss zu dessen Abstand vom Auge zu bringen, dass die Dimensionen des Netzhautbildes jenen gleich oder doch sehr nahe kommen, welche das Netzhautbild im normalen unbewaffneten Auge bei gleichem Abstande des Objectes zeigt. Es ist nämlich die Netzhautbildgrösse ein Factor von hoher Wichtigkeit, indem er einerseits im engsten Bezuge steht zur Möglichkeit, die Objecte in ihrer Detailzeichnung zu erkennen; andererseits aber nebst der Convergenzstellung der Augenaxen, welche durch die Bewaffnung des Auges mit Brillen nicht modificirt wird, den hauptsächlichsten Anhaltspunkt bei der Beurtheilung der Grösse und Entfernung des beschauten Objectes abgibt.

Die Grösse des Netzhautbildes im unbewaffneten Auge steht nun bei constanten Dimensionen des Objectes und richtiger Accommo-

dation des dioptrischen Apparates im umgekehrten Verhältnisse zur Distanz des Gegenstandes und zur Ablenkung des Lichtes in den brechenden Medien, zur Stärke des Refractionszustandes des Auges; im geraden Verhältnisse aber zur Länge des Netzhautabstandes, welcher Werth jedoch für jedes einzelne Auge eine Constante ist. Sieht man von dem Abstande der Brille vom Auge ab, so ergibt sich für die Grösse des Netzhautbildes in dem mit einer Zerstreuungslinse bewaffneten Auge ein ganz gleiches Verhältniss.

Heisst nämlich A die Höhe des Objectes, A_1 jene des von der Linse erzeugten scheinbaren Bildes und a die des Netzhautbildes, so ist

$$A_1 = \frac{A\, v_1}{v} = -\frac{A\, b}{v+b}.$$

Für das freie Auge ist

$$a = \frac{A\, n\, p_1}{n_1\, p}.$$

Für das mit der Brille bewaffnete Auge aber erscheint

$$a = A_1 . \frac{n\, p_1}{n_1\,(v_1+c)} = \frac{A n p_1}{n_1 v} . \frac{v_1}{v_1+c},$$

wo $v = p - c$ und c den Abstand der Linse vom Auge bezeichnet, seiner relativ zu p sehr geringen Grösse wegen aber ohne sonderlichen Nachtheil vernachlässigt werden kann, so dass man die letzte Formel schreiben kann

$$a = \frac{A n p_1}{n_1 p} . \frac{v_1}{v_1+c}.$$

Doch hat hier der quasi Refractionscoëfficient des Auges einen anderen Werth, er ist grösser; denn entweder ist das Auge kurzsichtig, und Verstärkung der Lichtablenkung ist eben das Wesen der Myopie; oder aber das Auge ist normalsichtig und dann macht die Zerstreuungslinse eine grössere Anstrengung des Accommodationsmuskels erforderlich, um ein scharfes und deutliches Bild auf der Netzhaut zu Stande zu bringen, indem eben die Zerstreuungslinse den Abstand des Gesichtsobjectes scheinbar verkürzt oder vielmehr, weil das näher stehende scheinbare Bild der Linsenbrechung als Gesichtsobject fungirt.

Es ist sofort klar, dass bei gleicher Grösse und Distanz des Objectes dessen Netzhautbild in einem mit Brillen negativer Brennweite bewaffneten Auge jederzeit kleiner sein müsse, als in dem gleichfalls richtig accommodirten freien Auge. Es können demnach

Zerstreuungslinsen den angestrebten Zweck niemals vollkommen erreichen, immer verkleinern sie das Netzhautbild und zwar relativ zu dem richtig adaptirten freien Auge um so mehr, je weiter sie das scheinbare Bild des Objectes in die absolute Sehweite hereinrücken und sofort die Grösse der erforderlichen Adaptionsanstrengung steigern, je schärfer sie relativ zu dem gegebenen Grade von Kurzsichtigkeit sind.

Insoferne geht die Netzhautbildgrösse bei der Wahl der entsprechenden Brillen bestimmend in die Verhältnisse ein. Es kann nur jene Brille als die dem gegebenen Grade von Kurzsichtigkeit entsprechende anerkannt werden, welche den aus der Verkleinerung des Netzhautbildes resultirenden Fehler möglichst geringe macht. Dieses ist aber jene Brille, welche bei einem gegebenen Objectsabstande die Accommodationsanstrengung des myopischen Auges jener des normalen freien Auges gleich macht, welche sofort ferne Gegenstände unter völliger Ruhe des Accommodationsapparates in scharfen und deutlichen Bildern auf der Netzhaut abgezeichnet erscheinen lässt, mit anderen Worten, welche von fernen Gegenständen scheinbare Bilder in dem Fernpunktabstande des Auges entwirft oder deren negative Brennweite dem, um den Abstand der Linse vom Auge verminderten Fernpunktabstande gleichkömmt.

Also nicht nur die gegebene Lage und Länge der absoluten Sehweite, sondern auch die Netzhautbildgrösse beeinflussen die Leistungsfähigkeit der Brille und in der That macht sich der letztgenannte Factor so auffällig geltend, dass Verkleinerung der Objecte schon längst als Zeichen einer zu scharf gewählten Zerstreuungslinse empirisch anerkannt worden ist. Überdies erweiset sich ferner auch noch der bereits mehrmals erwähnte Abstand der Linse vom Auge als ein Moment von namhafter Wichtigkeit.

Da der Abstand des Fernpunktes sowohl als jener des Nahepunktes für jedes Auge gegebene, jeweilig unveränderliche, Grössen sind, beeinflusset der genannte Factor vorerst schon in einem überaus hohen Verhältnisse die absolute Sehweite des brillenbewaffneten Auges. Um das scheinbare Bild eines unendlich weit entfernten Gegenstandes in dem Fernpunktabstande des myopischen Auges zu Stande zu bringen, bedarf es einer Brille von um so kleinerer Brennweite, je weiter die Brille von dem Auge absteht; wenn aber das Zerstreuungsglas an Brennweite abnimmt, so rückt in einem sehr

raschen Verhältnisse der Nahepunkt des damit bewaffneten Auges hinaus. Ist die Linse aber eine gegebene und dem Fernpunktabstande des freien Auges entsprechend gewählte, so wird durch Entfernung der Linse vom Auge nicht nur der Fernpunkt des mit der Brille combinirten dioptrischen Apparates in einem sehr rasch wachsenden Verhältnisse hereingeschoben, sondern auch der Nahepunkt hinausgerückt, der Fern- und Nahepunkt sofort einander genähert, die absolute Sehweite verkürzt.

Diese Momente influenziren aber weiters schon an und für sich den Werth des Verkleinerungscoëfficienten des Netzhautbildes, indem sie für jeden einzelnen Objectsabstand den erforderlichen Refractionszustand des dioptrischen Apparates um ein bedeutendes verstärken und bedingen insoferne nahmhafte Differenzen zwischen den optischen Wahrnehmungen des normalen freien und des brillenbewaffneten myopischen Auges. Überdies geht der Abstand der Brille vom Auge noch direct in den Nenner der Netzhautbildgrösse ein und verursacht sehr bedeutende Abnahmen der letzteren, indem eben die hintere Vereinigungsweite der Brille eine kurze ist und der Abstand der Brille sofort einen grossen Einfluss ausübt.

Möglichste Verkürzung und völlige Unveränderlichkeit des Linsenabstandes sind daher dringendes Gebot bei dem Gebrauche der Zerstreuungslinsen und die Nichtbeachtung dessen bedingt um so grössere Fehler in den optischen Wahrnehmungen, je schärfer eben die Brillen sind.

Die Mannigfaltigkeit und Unvermeidlichkeit der aus dem Brillenabstande resultirenden Fehler macht denn auch Schlüsse aus der Leistung einer gegebenen Brille auf die Länge und Lage der absoluten Sehweite des freien Auges sehr schwierig. Wissenschaftlich genaue Daten lassen sich kaum auf solchem Wege gewinnen, indem zu viele Factoren eingehen, deren strenge Bestimmung mannigfaltigen Schwierigkeiten unterliegt, daher ist denn auch die Scala, wie sie oben beschrieben wurde, für ein brillenbewaffnetes Auge nicht ausreichend, sie macht wenigstens längere Berechnungen nothwendig, und ist nur bequem, wenn es sich um allgemeine Resultate handelt. Dann ist aber wohl zu beachten, dass die Brille unter allen Verhältnissen das Netzhautbild verkleinert, und dass sofort für jeden gegebenen Abstand die Grenzgrösse des Objectes jene des normalen und freien Auges um Etwas übersteigt.

Die nosologischen Momente der Kurzsichtigkeit, sofort auch die ätiologischen und pathogenetischen, sind überaus mannigfaltig und in jedem einzelnen Auge so verschiedener Combinationen fähig, dass eine übersichtliche Darstellung derselben nach ihrem absoluten und relativen Einflusse auf die dioptrischen Verhältnisse des Auges zu den schwierigsten und derzeit kaum lösbaren Problemen der pathologischen Optik gehört. Darum halte ich im Interesse der Deutlichkeit eine Reduction des Auges auf eine einzige Trennungsfläche mit Belassung seiner natürlichen Form und Substitution eines homogenen Inhaltes von wandelbaren Brechungsexponenten für die erspriesslichste Grundlage der nachstehenden Erörterungen. In der That erscheinen in dem Grundgesetze der Lichtbrechung eines solchermassen reducirten Auges nur drei Factoren, welche die dioptrischen Verhältnisse desselben beeinflussen. Der eine dieser Factoren ist die Länge der optischen Axe des Auges, vom Centrum der Cornealvorderfläche bis zur Stabschichte der Netzhaut gerechnet. Der andere Factor ist der für jedes Auge jeweilig constante Krümmungsradius der Trennungsfläche und der dritte Factor ist der jeweilige Refractionszustand des Auges. Im letzteren vereinigen sich gleichsam alle übrigen, aus dem anatomischen Baue der dioptrischen Medien und aus der Thätigkeit des Accommodationsmuskels resultirenden Variationen der Lichtbrechung zu einem Ganzen, diese finden in dem absoluten Brechungsexponenten des homogenen Füllungsmediums des reducirten Auges ihren optischen Ausdruck.

Es ist das Grundgesetz der Lichtbrechung

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n}{p} = \frac{n_1}{f_1} = \frac{n}{f} \text{ und } \frac{n}{p} = n_1 \left(\frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1}\right),$$

wo f_1 und f, die beiden conjugirten Brennweiten des reducirten Auges, Functionen von n_1 darstellen.

Die optische Axe in der vorhin fixirten Bedeutung ist dem Abstande der Netzhautstabschichte, also der zum scharfen und deutlichen Sehen erforderlichen hinteren Vereinigungsweite des dioptrischen Apparates äquivalent und bestimmt sofort bei Constanz des Krümmungsradius der Trennungsfläche und unveränderlich gedachtem Refractionszustande der lichtbrechenden Medien die Lage und Länge der natürlichen Sehlinie, also auch den Abstand des Fernpunktes und damit das Abhandensein und Gegebensein der Myopie, sowie den Grad derselben.

Sie schwankt schon in der Norm innerhalb ganz ansehnlich weiter Grenzen, ohne sich durch Beschränkung der absoluten Sehweite zu offenbaren, indem der zweite und dritte Factor durch seine möglichen Veränderungen das Mittel zur Fehlercorrection abgibt. Doch haben diese Variationen des Refractionszustandes des Auges ihre Grenzen und diese bestimmen denn auch den Übergangspunkt der normalen in die abnorme Axenlänge des Auges.

Es ist diese Axenverlängerung des Bulbus in sehr vielen Fällen begründet durch Krümmungsanomalien der Sklera.

Diese finden ihren nächsten Grund wieder sehr häufig in mechanischen Ausdehnungen des krankhaft afficirten Gefüges der Albuginea und kommen dann unter der Form der sogenannten Skleralstaphylome zur Wahrnehmung. In ihnen erreicht die krankhafte Verlängerung der optischen Axe das Maximum. Doch lässt sich von denselben als nosologischen Momenten einer wahren Kurzsichtigkeit nicht sprechen, da sie eben pathologischen Processen auf Rechnung gehören, welche die Functionstüchtigkeit der Netzhaut immer im hohen Grade beeinträchtigen oder ganz aufheben. Und es gilt dieses sowohl von den Ausdehnungen der hinteren als der vorderen Hälfte der Sklera, sowie von dem sogenannten totalen Skleralstaphylome. Bei den Ektasien der vorderen Skleralhälfte kömmt noch die gleichzeitige Vergrösserung der Skleralöffnung mit davon abhängiger Verdünnung und Krümmungsveränderung der Cornea in Betracht.

Nosologische Momente der Kurzsichtigkeit sind demnach nur Krümmungsabweichungen der Sklera, welche, eine Verlängerung der optischen Axe begründend, die Energien des lichtempfindenden Apparates in keiner Weise benachtheiligen. Sie kommen als angeborne Formfehler des Auges vor. In niederen Graden sind sie nur an der Leiche durch directe Messungen zu eruiren. In höheren Graden aber machen sie sich am Cadaver schon dem ungeübten Auge durch sehr auffälliges Überwiegen des longitudinalen über den äquatorialen Durchmesser bemerkbar, der Bulbus nähert sich einigermassen der Cylinderform. Ja schon im Lebenden beurkunden sich diese Anomalien, wenn sie höhere Grade erreicht haben, durch ungewöhnliches Vorspringen des Bulbus und sofortige starke Wölbung der Lider. Stark prominirende, glotzende Augen, deren äquatorialer Durchmesser nicht proportional vergrössert erscheint, sind sehr

häufig in hohem Grade myopisch. Sie sind es nicht immer, weil in reichlicher Entwickelung des Fettpolsters der Orbita ein Moment gegeben ist, welches normal gebildete Augen ebenfalls vorspringen macht und noch manches andere Bildungsverhältniss auf diese Erscheinung Einfluss nehmen kann, so zwar, dass das Glotzen geradezu mit dem entgegengesetzten Zustande, mit Presbyopie, sich zu paaren vermag.

Der Einfluss der Axenlänge p_1 des Auges auf die Lage des Fernpunktes p ergibt sich am besten aus der Substitution $n = 1$, $n_1 = 1\cdot533$. Für das normale Auge ist $f_1 = p_1 = 9'''934$, da $p = \infty$ ist. Für $p_1 = 10'''6$, also eine Verlängerung der optischen Axe um $0'''666$ ergibt sich $p = 8''6$; für $p_1 = 11'''$, d. i. eine Verlängerung um $1'''066$ aber wird $p = 5''58$.

Selbstverständlich ist die Myopie dieser Art immer angeboren und kann wohl auch erblich werden. Sie macht sich alsbald geltend, sobald das Kind mit Objecten der Aussenwelt sich zu beschäftigen anfängt und steigert sich von da an ganz gewöhnlich bis zur Grenze des Mannesalters, indem der fehlerhaften Bildungsanlage conform der Bulbus fortfährt, sich vorwaltend nach der Längendimension zu vergrössern, ohne dass damit eine verhältnissmässige Änderung des Refractionszustandes in dem dioptrischen Apparate parallel gienge.

Es ist dieses jene Form der Myopie, welche man seit der Zeit, als die Schieloperation die Gemüther aller Oculisten aufregte, als **mechanische oder musculare Kurzsichtigkeit** zu beschreiben pflegt. Man glaubt nämlich einen causalen Zusammenhang supponiren zu dürfen zwischen der Verlängerung des Augapfels und der Thätigkeit seiner Muskeln. Doch haben die Untersuchungen der Neuzeit diesen Nexus als nicht gegeben herausgestellt, indem sie darthun, dass, falls die Augenmuskeln in der That Gestaltveränderungen des normalen Bulbus zu begründen stark genug wären, die Zugwirkung derselben den Druck überbieten müsste und sodann in dem Widerstande der Orbitalgebilde einerseits und in dem Widerstande, welchen der Lidschliessmuskel und die Zugwirkung der geraden Augenmuskeln jener der beiden schiefen entgegensetzen, anderseits eher die Bedingungen für eine Axenverkürzung gegeben sein müssten. Die angeblichen Heilungen der Myopie durch Myotomie finden darin den Massstab ihres Werthes und es bedarf gar nicht weiter der Hinweisung auf den Umstand, dass verschiedene Operateure die Heilung durch Trennung sehr verschiedener Augenmuskeln, bald der geraden,

bald der schiefen, erzielt zu haben behaupten; während wieder die Durchschneidung eines und desselben, geraden oder schiefen, Muskels verschiedenen Berichterstattern zufolge ganz entgegengesetzte Resultate gehabt haben soll.

Ruete (Lehrb. der Ophth. 1853, S. 227) hat bereits die Unrichtigkeit jener Behauptungen erkannt und den Zusammenhang einer abnormen Thätigkeit der geraden Augenmuskeln mit Myopie theoretisch und praktisch in die richtigen Grenzen eingeengt. Er fand, dass in gewissen Fällen die Convergenz der Augenaxen ständig eine zu grosse sei und dem zufolge die Kranken nach und nach gewöhnt werden, nur nahe Gegenstände zu betrachten, worin eben ein ätiologisches Moment der Kurzsichtigkeit gelegen ist, wie das später Mitzutheilende lehrt. Dass unter solchen Verhältnissen, und nur unter diesen, eine Myotomie von günstiger Wirkung sein könne, ist klar und wird auch durch die Erfahrung bestätiget.

Häufiger noch, als in Krümmungsveränderungen der Sklerotika, finden Axenverlängerungen des Auges ihren nächsten Grund in einem normwidrigen Hervortreten des Centrums der Cornealvorderfläche. Insoferne nun Functionstüchtigkeit der Netzhaut zum Begriffe der Myopie als eines rein dioptrischen Fehlers gehört, sofort Ausdehnungen der vordern Skleralhälfte und damit auch Vergrösserungen der Hornhautöffnung ausgeschlossen sind: kann es sich hier nur um ein normwidriges Hervortreten der Cornealmitte als Folge vermehrter Krümmung der Hornhaut, als Folge einer Verkürzung des Krümmungsradius, handeln. Der Radius der Cornealvorderfläche geht aber in die Brennweite des dioptrischen Apparates ein.

Es ist für das reducirte Auge

$$f_1 = \frac{n_1 r}{n_1 - n} \text{ und}$$

$$f = \frac{n r}{n_1 - n}.$$

Vortreibungen der Cornealmitte beeinflussen daher auf eine zweifache Weise die Länge und Lage der natürlichen Sehlinie mit dem Fernpunkte und verkürzen die Werthe derselben in einem, wahrhaft staunenerregenden hohen Grade; denn es genügt z. B. ein Hervorrücken des Cornealcentrums um 0‴184 mit sofortiger Verkürzung des Krümmungshalbmessers der vorderen Hornhautoberfläche

um $0''' 456$, auf dass unter übrigens normalen Verhältnissen der Fernpunkt des Auges auf 3″ heranrücke.

Es sei Fig. III, OO^1 die verlängerte optische Axe des Auges, CC die Cornea, deren Öffnung $ad = d = 2''' 25$ angenommen wird. Der Radius der vorderen Cornealoberfläche sei $bc = ac = a = 3''' 456$, und nehme durch Hervortreten des Centrums b auf b_1 um $0''' 456$ ab, so dass $b_1 c_1 = a c_1 = a_1 = 3'''$ wird. Es ist nun

$$\frac{d}{a} = \sin\alpha = 0\cdot 651; \quad \frac{d}{a_1} = \sin\beta = 0\cdot 75$$

$$\gamma = 7^\circ 58'; \quad \sin\gamma = 0\cdot 1386$$

$$c_1 c = \frac{a_1 . \sin\gamma}{\sin\alpha} = 0\cdot 64$$

$$b c_1 = a - c_1 c = 2\cdot 816; \; b_1 b = a_1 - b c_1 = 0\cdot 184.$$

In der Grundformel

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n}{p} = \frac{n_1}{f_1}$$

erscheint daher

$$p_1 = 9\cdot 934 + b_1 b = 10''' 118 \text{ und}$$

$$f_1 = \frac{n_1 r}{n_1 - n} = 8''' 6, \text{ wo } r = 3'''.$$

Es ist also

$$p = \frac{n}{n_1} . \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1} = 3''' 74 = 3\cdot 1''$$

So geringe Differenzen in dem Halbmesser der Hornhautkrümmung sind aber in der That dem freien Auge ganz unkenntlich, sie können nur durch die sorgfältigsten parallaktischen Messungen am Lebenden mit Sicherheit constatirt werden. Stampfer's diesfällige Untersuchungen haben nun zwar seinen mündlichen Mittheilungen zufolge eine Abhängigkeit der Myopie von solchen Krümmungsanomalien der Cornea bis jetzt noch in keinem Falle dargethan; doch zweifle ich nicht, dass die Kurzsichtigkeit bisweilen bei scheinbar normal gebildeten Augen allein auf Krümmungsabweichungen der Cornea beruhen möge; wobei ich indessen nicht umhin kann, nochmals zu bemerken, dass es sich hier um ausnehmend kleine, dem freien Auge unmerkbare Differenzen handle, der von vielen Autoren behauptete Zusammenhang von Myopie mit sichtlich vergrösserter Vorderkammer, als mit einer Folge stärkerer Cornealwölbung, sofort nur ein eingebildeter und in ganz anderen Verhältnissen begründeter sei.

Dem freien Auge merkbare Krümmungsanomalien involviren dem Gesagten zufolge schon Grade der Kurzsichtigkeit, welche durch Concavbrillen, vermöge deren nothwendigen Abstand von der Cornea, bereits unverbesserlich sind und daher auch meisthin als amblyopische Schwäche des lichtempfindenden Apparates betrachtet und beschrieben werden.

Sie kommen häufig vor, indem sie ebensowohl, wie die Abplattungen der Cornea, sehr günstige Chancen ihres Zustandekommens in Verletzungen und Geschwüren der Hornhaut mit nachfolgender Anbildung schrumpfender Narbensubstanz finden. Sie sind es, welche den Erfolg künstlicher Pupillenbildungen ungemein oft völlig zu nichte machen, insbesondere aber excentrische Pupillen sehr stark in Misscredit gebracht haben. Excentrische Pupillen werden eben nur angelegt, wo das Hornhautcentrum durch krankhafte Processe getrübt ist, sofort die Bedingungen zur Abweichung der Krümmung gegeben sind; während centrale Pupillen in den allermeisten Fällen nur bei völliger Integrität der Cornea, also bei normaler Krümmung ihrer Oberflächen, künstlich eröffnet werden können. Nur die völlige Vernachlässigung physicalischer Untersuchungen erklärt es, wie ein auf Prognose und Therapie so stark influenzirendes Moment gänzlich übersehen werden konnte, und unter den Indicationen der Pupillenbildung bisher noch keine Stelle gefunden hat. Man zog es gründlichen Untersuchungen vor, einfach eine Amblyopie zu supponiren, wo künstliche Pupillen bei genügender Öffnung dennoch kein Sehen vermittelten und war sofort auch gezwungen, eine eigene Art von Amblyopie zu creiren, bei der der Kranke das Licht und wohl gar einzelne Abstufungen der Farbe zu unterscheiden vermag, durch die künstliche Pupille aber deutliche Wahrnehmungen nicht gewinnt.

Es ist nach dem Gesagten an und für sich klar, dass Krümmungsabweichungen höherer Grade, wie sie im durchsichtigen Cornealstaphylom mit Narbeneinlagerungen zur Beobachtung kommen, die Projection selbst verschwommener Bilder auf der Netzhaut und sofort auch die Wahrnehmung äusserer Objecte durch den Gesichtssinn völlig unmöglich machen und dieses um so mehr, als nicht einmal eine Correction durch geeignete Gläser denkbar erscheint.

Hier nämlich, wie in dem vorigen Falle, geht nicht nur die Axenverlängerung des Auges und die Verkürzung des Krümmungshalbmessers der Cornea in die Verhältnisse ein, sondern auch eine Unre-

gelmässigkeit der Krümmung, ein Heraustreten der Wölbung aus der Form einer Rotationsfläche und eine Schiefstellung ihrer Axe zur optischen Augenaxe. Das nothwendige Resultat solcher Anomalien sind natürlich Verzerrungen der auf der Netzhaut zu Stande kommenden Lichtbilder, indem die Lichtkegel, deren Durchschnitte jene Lichtbilder sind, selbst unregelmässig geformte werden.

Bei höhergradigen Krümmungsabweichungen treten diese Verzerrungen nun wohl nicht leicht als solche in die Wahrnehmung, da die die Netzhaut treffenden Zerstreuungskreise zu gross sind, und in zu grosser Anzahl sich gegenseitig decken, als dass die Netzhaut die Form der einzelnen zu sondern im Stande wäre. Wohl aber machen sich diese Verzerrungen sehr bemerklich, wenn die nebenhergehende Axenverlängerung des Auges und die Verkürzung des Krümmungshalbmessers der Hornhaut keine so bedeutende ist, dass der dritte Factor der Lichtbrechungsverhältnisse im dioptrischen Apparate nicht mehr ausreichen würde, um das Auge wenigstens für gewisse Objectsdistanzen zu accommodiren. Es paart sich dann die Myopie mit dem sogenannten Visus incorrectus oder Astigmatismus, d. i. Gegenstände, welche in die der deutlichen Sehweite des Auges stehen, oder mittelst Brillen in die deutliche Sehweite scheinbar versetzt werden, erscheinen, der Krümmungsirregularität der Hornhaut entsprechend, nach dieser oder jener Richtung hin verlängert, verkürzt, gekrümmt, geknickt u. s. w.

Leider gehen, obwohl Fälle von ausgesprochenem Astigmatismus nicht gar seltene Vorkommnisse sind, directe Messungen solcher Cornealverkrümmungen zur Zeit noch völlig ab, und es fehlen daher auch die nothwendigen Anhaltspunkte für eine wissenschaftliche Begründung des Gesagten. Ein tieferes Eingehen in die Verhältnisse würde wahrscheinlich auf Irrwege führen, wesshalb ich mich darauf beschränke, Cornealverkrümmungen als den häufigsten Grund des Astigmatismus anzudeuten. Es dünkt mir dieses mehr als wahrscheinlich in Anbetracht des überwiegenden Einflusses, welchen die Cornealvorderfläche auf die Lichtbrechungsverhältnisse des Auges ausübt, und weiters in Anbetracht einiger beobachteter Fälle, in welchen dem freien Auge sichtbare Unregelmässigkeiten der Cornealvorderfläche und der von ihr reflectirten Spiegelbilder mit formell ganz entsprechenden Verkrümmungen der Netzhautbilder erwiesen werden konnten.

So stark aber auch Axenverlängerungen des Auges und Krümmungsdifferenzen der Cornea die Länge und Lage der absoluten Sehweite beeinflussen, so lässt sich dennoch die überwiegende Wichtigkeit des drittgenannten Factors keinen Augenblick übersehen. Nicht sowohl die Grösse seiner möglichen Schwankungen, als vielmehr die Häufigkeit seiner Abweichungen von der Norm sind es, welche ihn zu der ergiebigsten Quelle von dioptrischen Gesichtsfehlern, zur häufigsten Ursache der Kurzsichtigkeit machen. Er ist Function mehrerer veränderlicher Grössen, er wächst und fällt mit diesen in geraden, aber sehr verschiedenen Verhältnissen, daher denn auch Abweichungen dieser Grössen von der Norm die Lichtbrechungsverhältnisse des dioptrischen Apparates mittelbar durch die Variationen des genannten Factors in sehr differenten Graden modificiren und einer speciellen Erörterung nothwendig bedürfen. Die richtige Beurtheilung der einzelnen Grössen je nach ihrem Einflusse auf den Refractionszustand des Auges führt dann unmittelbar zur Einsicht in jene Abweichungen, welche Combinationen solcher Fehler in den optischen Wahrnehmungen nothwendig bedingen müssen.

Der anatomischen Ordnung folgend, drängt sich dem Forscher zuerst das Gefüge der Hornhaut auf, welches durch seinen Brechungsexponenten die Refractionszustände des Auges influenzirt. Leider ist nicht einmal der normale Werth desselben mit der wünschenswerthen Genauigkeit eruirt, viel weniger sind es daher die Grenzen, innerhalb welchen derselbe ohne Beeinträchtigung der normalen Structurverhältnisse und der optischen Gleichartigkeit zu schwanken fähig ist. Man kann demnach Differenzen des Cornealbrechungsexponenten bisher nur als mögliche Quellen dioptrischer Gesichtsfehler ansehen, ohne irgend eine Basis zu haben, auf welche sich Vermuthungen über die Häufigkeit und Grösse dieser Abweichungen bauen liessen.

Eine Erhöhung des Brechungsexponenten von 1·339 auf 1·4 und eine sofortige Substitution $m_2 = \frac{1 \cdot 337}{1 \cdot 4}$ und $m_1 = 1 \cdot 4$ in die Formeln ergibt $d = -0''0329$, also $D = -30''39$, ein Hereinrücken des Fernpunktes auf $30''39$.

Der Parallelismus der beiden Oberflächen der Descemeti und die jedenfalls geringe Differenz zwischen dem Brechungsexponenten der Cornealsubstanz und des *Humor aqueus*, die Kleinheit des relativen Brechungsexponenten für die Lichtrefraction an der Hinter-

fläche der Cornea macht, dass Krümmungsanomalien dieser letztgenannten Trennungsfläche unter allen Verhältnissen nur sehr geringfügige Änderungen in der Länge der hinteren Vereinigungsweite der Lichtstrahlen begründen können, Änderungen, welche nahezu verschwindend genannt werden dürften, da eben namhafte Krümmungsabweichungen der hinteren Cornealfläche ohne solche der vorderen kaum denkbar erscheinen und der dioptrische Effect der letzteren dann nothwendig unverhältnissmässig vorschlagen muss.

Der vorgenannte Grund macht denn auch Abweichungen des *Humor aqueus* bezüglich seiner Dichtigkeit, so weit dieses ohne Verlust der optischen Gleichartigkeit möglich ist, unfähig, als selbstständige Quelle merkbarer dioptrischer Gesichtsfehler aufzutreten. Wohl aber sind Verminderungen seiner Masse durch Verkürzung der Kammeraxe und sofort durch Vergrösserung des Netzhautabstandes vom optischen Centrum des dioptrischen Apparates fähig, vorübergehend und selbst dauernd Myopie zu erzeugen, wobei es natürlich sich von selbst versteht, dass es sich hier nur um ganz bedeutende Differenzen in der Kammeraxenlänge handeln könne.

Es liegt auf der Hand und bedarf keines näheren Beweises, dass Dichtigkeitszunahme des Krystallkörpers den Ablenkungswinkel der passirenden Lichtstrahlen vergrössern und sofort in der mit dem Lebensalter allmählich fortschreitenden Entwickelung der Krystalllinse ein Moment gegeben sein müsse, welches auf die Lage des Fernpunktes bestimmend mitwirkt, denselben hereinrückt. Und doch lehrt die tägliche Erfahrung das Gegentheil, sie stellt es ausser Zweifel, dass der Regel nach die Überschreitung des vierzigsten Lebensjahres bei unveränderter Lage des Fernpunktes den Nahepunkt in einem namhaften Grade hinausschiebe, dass die Periode des höheren Mannesalters sich meisthin mit Weitsichtigkeit paare, wenn früher das Auge ein normalsichtiges gewesen war.

Es ist dieses ein scheinbarer Widerspruch, welcher sich jedoch sehr leicht löst, wenn man in Betracht zieht, dass die relativen Brechungsverhältnisse der Linse, welche hier massgebend sind, mit der Zunahme des absoluten Brechungsexponenten nicht in gleichem Verhältnisse wachsen und abnehmen, sondern in einem viel geringeren; dass sofort ihre möglichen Variationen, vermöge der Engheit ihrer Grenzen, rücksichtlich des Einflusses auf die Ablenkung der

Lichtstrahlen zurückbleiben hinter dem Effecte, welchen die bedeutenden Differenzen, deren die Krümmungshalbmesser der vielen Trennungsflächen der Linse in der Norm fähig sind, unzweifelhaft erkennen lassen, indem eben die Accommodation des Auges für die Nähe erwiesener Massen nur das Resultat einer Verkürzung der Krümmungsradien sämmtlicher Trennungsflächen des Krystalles darstellt. Diese Verkürzung des Krümmungsradius der einzelnen Trennungsflächen setzt nun eine gewisse Biegsamkeit der den Krystall zusammensetzenden Schichten voraus; mit der Verdichtung der Linsenelemente wächst aber der Widerstand, welcher dem Accommodationsmuskel entgegengesetzt wird, und sofort verengern sich auch die Grenzen, innerhalb welchen der Krystall seine Krümmungshalbmesser zu wechseln im Stande ist, der Nahepunkt rückt hinaus und das ist es eben, was man im Allgemeinen als Weitsichtigkeit betrachtet.

So wichtig also auch die Dichtigkeitsverhältnisse des Krystalles in Bezug auf die Dioptrik des Auges seien, so können sie doch nur als untergeordnete Momente angesehen werden; die Form des Krystalles überwiegt sie offenbar um ein Bedeutendes, nicht nur bezüglich ihres Einflusses auf die Lichtablenkung, sondern auch in Bezug auf die Häufigkeit der Fälle, in welcher sie dioptrische Gesichtsfehler bedingt. Es unterliegt dieses nach den Resultaten, welche die Untersuchungen myopischer Augen mittelst des Cramer'schen Ophthalmoskopes geliefert haben, keinem Zweifel (Het Accommodatievermogen etc., pag. 146), denn die Stellung der Linsenspiegelbilder ist jener gleich, welche in normalsichtigen Augen während deren Accommodation für die Nähe beobachtet wird; das Spiegelbild der vorderen Linsenfläche erscheint kleiner und von jenem der hinteren Fläche um ein Namhaftes entfernt, ein Verhältniss, welches nur allein aus einer Convexitätsvermehrung der beiden Kapselhälften erklärbar ist und eine Verkürzung der Krümmungsradien der einzelnen Trennungsflächen des Krystalles nothwendig in sich schliesst. Leider fehlen noch Messungen dieser zu beobachtenden Formveränderungen des Krystalles und damit auch die Anhaltspunkte für Schlüsse auf die Grösse jener Abweichungen, welche bestimmten Graden der Kurzsichtigkeit entsprechen.

In der Verbindung des Ophthalmoskopes mit zweckdienlichen Messapparaten eröffnet sich der physiologischen und pathologischen

Optik ein weites Feld künftiger Forschungen, welchen nicht nur diese Lücke auszufüllen vorbehalten ist, sondern welche auch bestimmt sind, zur richtigen Einsicht in jene Verhältnisse zu führen, in welchen die beobachteten Krümmungsdifferenzen der Trennungsflächen des Krystalles zu anderen, dioptrische Gesichtsfehler begründenden, Momenten steht; denn es lässt sich nach dem vorhin Gesagten nicht übersehen, dass die Convexitätsvermehrung der Krystallschichten in manchen Fällen als nöthiges Correctionsmittel von Anomalien anderer Bestandtheile des dioptrischen Apparates zu fungiren berufen sein könne.

Krümmungsabweichungen des Krystalles sind bisweilen angeboren. Die Möglichkeit des Vorkommens einer in Formfehlern der Linse begründeten Myopia congenita erscheint sofort unleugbar. Den bisherigen Beobachtungen zufolge dürfte sie öfter mit *Visus incorrectus* gepaart sein, da eben dem freien Auge erkennbare Krümmungsanomalien bisher immer mit auffälliger Unregelmässigkeit der Wölbung verbunden gesehen wurden.

Ähnliche Irregularitäten hängen jenen Krümmungsabweichungen des Krystalles an, welche in manchen seltenen Fällen in Folge gestörter Vegetationsverhältnisse der Linse, partieller staariger Zerfällniss und Aufsaugung, erworben werden und sofort auch einer mit Astigmatismus combinirten *Myopia acquisita* zu Grunde liegen können.

Jedenfalls verschwinden diese Fälle ihrer Zahl nach gegen jene, in welchen die der Myopie zu Grunde liegenden Convexitätsvermehrungen des Krystalles in Folge übermässiger und anhaltender Anstrengung des Accommodationsmuskels erworben und frei von Irregularitäten sind, indem eben der Accommodationsmuskel mittelbar durch das Petit'sche Wasser auf die Peripherie der Linse und zwar auf alle Punkte derselben gleichmässig wirkt, Verkrümmungen der Oberflächen und damit auch alle übrigen Trennungsflächen sofort ausschliesst. Das Zusammenhalten der Resultate, welche das Cramer'sche Ophthalmoskop liefert, mit den Ergebnissen statistischer Forschungen über das Vorkommen und den möglichen ätiologischen Grund der Myopie lassen darüber keinen Zweifel.

Es stellen die letzteren nämlich mit Bestimmtheit heraus, dass die Erwerbung der Myopie in den allermeisten Fällen in die

Periode zwischen dem achten und sechzehnten Lebensjahre falle, und dass damit nicht etwa Evolutionsverhältnisse im nächsten Zusammenhange stehen, sondern nur allein die Anstrengungen, welche der Accommodationsapparat in dieser Lernepoche behufs der Erwerbung von Kenntnissen oder gewisser manueller Fertigkeiten zu machen gezwungen wird; denn ein bedeutendes procentarisches Verhältniss der Myopen zu Normal- und Weitsichtigen findet sich nur dort, wo eben diese Bedingungen gegeben sind: bei Jünglingen, welche sich den ernsteren Studien widmen, oder aber ihr Fortkommen in Geschäften suchen, die ein anhaltendes Sehen in die nächste Nähe erfordern, endlich bei Mädchen jener Bürgerclassen, welche ihre Lebenszeit nicht im Nichtsthun vergeuden können, sondern angewiesen sind, sich in feineren weiblichen Arbeiten eine Quelle redlichen Erwerbes zu eröffnen.

Eine gewisse, in den Organisationsverhältnissen des Auges begründete Anlage zur Myopie lässt sich nun freilich nicht abstreiten, weil eben die Zahl der die Kurzsichtigkeit acquirirenden Individuen der genannten Kategorien nur eine procentarische, wenn auch hohe ist. Ja die Existenz einer solchen Disposition lässt sich sogar durch Thatsachen begründen.

Elasticität ist nämlich als Attribut des normalen Krystalles nachgewiesen. Sie gibt das Moment ab, welches den Krystallkörper zur früheren Form zurückführt, wenn er unter dem Drucke des Accommodationsmuskels seine Krümmungshalbmesser verkürzt hatte und der Contractionsnisus dieses Muskels verringert wird. Doch ist diese Elasticität keine absolute. Cramer (l. c. p. 144) hat dieses schon durch die Beobachtung nachgewiesen, dass an den ausgeschnittenen Augen frisch getödteter Seehunde der Krystall die Fähigkeit verliere, in seine normale Form zurückzukehren, wenn er längere Zeit hindurch in Folge eines heftigen, auf den Accommodationsmuskel einwirkenden, elektrischen Stromes gedrückt und in der das Nahesehen vermittelnden Gestalt erhalten worden war. Ein ganz gleiches Verhältniss offenbart sich am lebenden Menschen. Anhaltendes, angestrengtes Sehen in die nächste Nähe, anhaltende Arbeiten am Mikroskope oder Fernrohre u. s. w. machen das Auge vorübergehend kurzsichtig und diese Kurzsichtigkeit ist eben nichts als der Ausdruck für eine, nach Aufhören des Accommodationsdruckes andauernde Convexitätsvermehrung der Linse, also für eine zeitweilige Unfähigkeit

des Krystallkörpers, unter allmählicher Vergrösserung des Fernpunktabstandes in seine frühere Form zurückzukehren, für die, durch anhaltende Spannung herbeigeführte Schwächung, Verminderung seiner Elasticität.

Das Mass der Adaptionsanstrengungen, welches in jedem einzelnen Falle erfordert wird, um die Elasticität des Krystalles vorübergehend in einem gewissen Grade zu schwächen, sowie die Zeit, innerhalb welcher die Linse unter solchen Verhältnissen in ihre frühere Form zurückgeht und sofort das für die nächste Nähe adaptirte Auge wieder für die natürliche Sehlinie einrichtet, ist nun eine nach den Individuen variable. Manche Augen vertragen sehr anhaltende und sehr intensive Anstrengungen des Accommodationsapparates, ohne dass die darauf sich einstellende Myopie hohe Grade erreicht und länger als einige Minuten andauert. Andere Augen hingegen offenbaren schon nach relativ kurzen Intentionen für sehr grosse Nähe ihre Affection durch hochgradige und viele Stunden andauernde Myopie. In diesen Verhältnissen spricht sich klar eine individuelle Verschiedenheit der dem Krystallkörper zukommenden Elasticitätsgrade aus und geringe Grade von Elasticität sind eben das, was man als disponirendes Moment der Myopie bezeichnen kann.

Die Elasticität lässt sich nämlich gewissermassen als der Ausdruck des Widerstandes betrachten, welchen die Theilchen einer gegenseitigen Verschiebung, nicht Trennung, von Seite einer äussern Kraft entgegensetzen. Je geringer die Elasticität, je geringer der Widerstand der Theilchen ist, um so früher und leichter können sie in ihrer gegenseitigen Verschiebung wieder ins Gleichgewicht treten, d. h. die Fähigkeit verlieren, in ihre frühere gegenseitige Lage zurückzukehren. Die Anwendung dessen auf den Krystallkörper als den dioptrischen Theil des Accommodationsapparates macht jede weitere Erörterung über den Zusammenhang anhaltender Adaptionsbestrebungen für die Nähe mit ständigen Convexitätsvermehrungen der Linse, wie sie sich objectiv durch die Stellung und Grösse der Spiegelbilder, subjectiv durch Kurzsichtigkeit offenbaren, überflüssig; ja selbst das schnellere und langsamere Zustandekommen höherer und niederer Grade der Myopie findet darin eine genügende Erklärung.

Ist Verlust der Elasticität sofort gleichbedeutend mit Herstellung des Gleichgewichtszustandes in den Attractionskräften der aus ihrer

normalen Stellung verschobenen Theilchen, so ist es klar, dass der Grad einer solchermassen erworbenen Myopie im Verhältnisse stehen müsse zur Grösse des bedingenden Accommodationsdruckes; dass um so höhere Grade der Myopie in dem genannten ätiologischen Momente ihren Entstehungsgrund finden, je stärkere Intentionen des Accommodationsmuskels eine bestimmte anhaltende Beschäftigung erheischt; dass Graveure, Uhrmacher u. dgl. sohin leicht höhere Grade der Kurzsichtigkeit acquiriren, als Schreiber u. s. w., dass endlich die üble Gewohnheit mancher Kinder, zu betrachtende Objecte über Bedarf dem Auge zu nähern, die Myopie verhältnissmässig zu steigern fähig sei.

Es ist aber auch klar, dass auf solche Weise der Fernpunkt des Auges niemals über das jenseitige Ende jener Linie hereingerückt werden könne, für welche der dioptrische Apparat während der die Myopie begründenden Beschäftigungen eingerichtet ist, dass sofort der Grad der Myopie in dem zur Arbeit erforderlichen Accommodationszustande seine obere Grenze finde, welche er nie übersteigen kann, ja weithin in den meisten Fällen nicht einmal erreicht, indem eben die Elasticität des Krystalles immerhin eine sehr bedeutende ist und ein völliger Verlust derselben bezüglich der spannenden Kräfte nicht leicht eintreten kann. Es handelt sich daher, wie auch die Erfahrung bestätiget, meisthin nur um eine V e r m i n d e r u n g d e r E l a s t i c i t ä t; die Theilchen streben mit dem Nachlassen des Accommodationsdruckes noch immer in ihre frühere Lage zurückzukehren, sie kommen aber früher ins Gleichgewicht, als sie diese erreicht und daher die verkürzten Krümmungsradien ihre normale Länge wieder erlangt haben.

Es liegt daher auf der Hand, dass diese ätiologische Form der Myopie so wenig wie die übrigen Formen, bei welchen der Accommodationsapparat ganz unberührt bleiben kann, die Adaptionsfähigkeit des Auges nothwendig aufhebe, indem eben die Functionstüchtigkeit des Accommodationsmuskels und der Rest der Linsenelasticität einen Gestaltwechsel des Krystalles fürder noch ermöglichen; die ständig gewordene Verkürzung der Krümmungshalbmesser schliesst nur eine Verkürzung der absoluten Sehweite durch Hereinrückung des Fernpunktes in sich, die Lage des Nahepunktes wird nur mittelbar von ihr beeinflusset, betreffs deren ist nur die fortan noch wirksame Grösse des Accommodationsdruckes bestimmend.

Wie jeder andere Muskel ist nun auch der die Accommodation für die Nähe vermittelnde der Übung fähig. Die tägliche Erfahrung lehrt es, dass namhaftere Anstrengungen des Accommodationsapparates, z. B. beim Mikroskopiren, anfänglich leicht Gefühle des Missbehagens, selbst Schmerzen im Auge u. s. w. hervorrufen, späterhin aber leicht ohne alle lästigen Empfindungen durch Stunden fortgesetzt werden können und dieses nicht nur dort, wo der Accommodationsmuskel durch ständige Convexitätsvermehrung des Krystalles grösserer Mühewaltungen überhoben worden ist, sondern auch in jenen Fällen, wo bei Integrität der Linsenelasticität der Accommodationsmuskel nach wie vor einen gleichen Widerstand zu überwinden hat. Es spricht sich hierin eine Erstarkung des fraglichen Muskels aus und darf ich auf einige diesfällige Untersuchungen Schlüsse bauen, so muss ich die erwähnte Erstarkung einer Massenzunahme, einer Vermehrung der componirenden Muskelfibrillen, auf Rechnung setzen.

Bei der in Rede stehenden ätiologischen Form der Myopie sind die Theilchen der Linse nur für den, einem gewissen Accommodationsdrucke entsprechenden Grad gegenseitiger Verschiebung ins Gleichgewicht getreten. Für jede grössere Verschiebung von Seite des auf sie wirkenden Accommodationsdruckes besteht ein solches Gleichgewicht noch nicht. In der Erstarkung des Accommodationsmuskels liegt nun das Moment, welches den Accommodationsdruck über das normale Maximum zu erheben und sofort Krümmungsvermehrungen der Linse zu vermitteln im Stande ist, wie sie in dem normalen Auge nicht ermöglicht sind. Es ist sofort die Möglichkeit gegeben, dass die Hereinrückung des Fernpunktes, welche durch die Convexitätsvermehrung der Linse gesetzt wird, in Folge der Erstarkung des Accommodationsmuskels durch Annäherung des Nahepunktes an das Auge gleichsam recompensirt werde und in der That lehren Untersuchungen kurzsichtiger Augen hinsichtlich der Länge und Lage der absoluten Sehweite, dass ihr Nahepunkt sehr oft die dem normalen Auge vorgezeichnete Grenze gegen die Hornhaut hin überschreite, dass kurzsichtige Augen noch scharfe und deutliche Wahrnehmungen von Objecten vermitteln könnnen, welche ihrer allzugrossen Nähe wegen von Normalsichtigen nur in Zerstreuungskreisen gesehen werden.

Doch hat natürlicher Weise die Erstarkung des Accommodationsmuskels und sofort auch die Verkürzung des Nahepunktabstandes ihre Grenze; anderseits aber liegt in der, die Kraftzunahme des Muskels begründenden Übung des Accommodationsapparates für die Nähe gerade das Moment, welches bei gegebener Disposition, bei vorhandenem Elasticitätsmangel des Krystalles, dessen Krümmungshalbmesser und damit auch den Fernpunktabstand fort und fort zu verkürzen im Stande ist.

Daraus ergibt sich klar der Erfolg überspannter Anstrengungen des Accommodationsapparates zum Zwecke des Nahesehens, wie sie namentlich häufig durch den Gebrauch zu scharfer Brillengläser bedingt werden, welche schon, wie gesagt, die Bilder unendlich ferner Objecte diesseits des Fernpunktes des damit bewaffneten Auges entwerfen und sofort den Accommodationsapparat gar nie zur Ruhe kommen lassen, sondern einen um so grösseren Accommodationsdruck auf die Linse erforderlich machen, je schärfer sie sind und je geringer die Distanzen der Objecte sind, mit welchen sich das Auge anhaltend zu beschäftigen gezwungen wird. Anfänglich sträubt sich das Auge gegen den fortgesetzten Gebrauch der unpassenden Brille und beurkundet das Übermass seiner Belastung durch reactive Erscheinungen im Gefäss- und Nervensysteme. Doch bald gewöhnt es sich und zwar um so früher, je geringer eben die Elasticität des Krystalles, je grösser die Disposition zur Myopie ist. Wenige Tage reichen oft aus, also ein Zeitraum, innerhalb welchem eine entsprechende Erstarkung des Muskels nicht wahrscheinlich ist, daher eine Verminderung des dem Accommodationsdrucke entgegentretenden Widerstandes nothwendig angenommen werden muss. Diese Verminderung des Widerstandes involvirt aber den Gleichgewichtszustand in den Attractionskräften der aus ihrer früheren gegenseitigen Lage verschobenen Theilchen, sofort eine entsprechende Vermehrung der Linsenconvexität, womit denn auch der dioptrische Apparat für kürzere Distanzen eingestellt und sofort der Accommodationsapparat seiner Arbeit enthoben wird, so lange es sich um Objecte einer gewissen Entfernung handelt, einer Entfernung nämlich, welcher in Bezug auf die Lichtbrechung in der Brille der um den Abstand der Brille vom Auge verminderte Abstand des nunmehrigen Fernpunktes des freien Auges conjugirt ist.

Würde das mit der fraglichen Brille bewaffnete Auge sich fortan nur mit sehr entfernten Gegenständen beschäftigen, so wäre in der ununterbrochenen Ruhe des Accommodationsmuskels eine Stabilität der diesweiligen natürlichen Sehlinie begründet. Brillenbewaffnete Augen beschäftigen sich aber, wie wohl Niemand zweifeln wird, abwechselnd mit Objecten sehr verschiedener Distanzen und bethätigen sofort den Accommodationsmuskel bald mehr, bald weniger. In dieser Bethätigung liegt eben das Moment für die Convexitätsvermehrung der Linse und damit für eine weitere Hereinrückung des Fernpunktes. Wenn also auch zu scharfe Brillen eine Zeit lang, nach entsprechender Convexitätsverstärkung der Linse, passend werden können, so liegt in ihrem Gebrauche doch schon der Keim ihres endlichen Nichtzureichens, sie müssen, um die Tragweite des Auges ins Unendliche auszudehnen, um so rascher mit noch schärferen verwechselt werden, je weiter ihre Brennweite in die absolute Sehweite des Auges hineinfällt, weil damit im Verhältnisse die Grösse des für eine jede Objectsdistanz erforderlichen Accommodationsdruckes wächst.

Es ergibt sich aus allem dem sogar klar, dass selbst in der eben fixirten Bedeutung passende Brillen endlich für grössere Distanzen unzureichend werden und einen Tausch mit schärferen Gläsern nothwendig machen können, ja dass der brillentragende Myops sogar der Regel nach von Zeit zu Zeit zur Wahl von Brillen mit kürzerer Brennweite sich gezwungen fühlen werde, weil er es eben kaum vermeiden kann, durch Betrachtung näher gelegener Objecte und sofortige Intention des Accommodationsmuskels die Bedingung für weitere Vermehrung der Linsenconvexität zu setzen.

Immerhin jedoch sind die Chancen für Verstärkung der Kurzsichtigkeit bei dem Gebrauche passender Brillen nur gering zu nennen und sie können auf das Minimum gebracht werden durch zweckdienliche, d. i. ausschliessliche Benützung der Gläser zum Sehen in Fernen, in welche das freie Auge nicht trägt. In der Nichtbeachtung dieser Regel, in der gleichmässigen Benützung der Concavgläser zum Sehen in die Ferne und in die nächste Nähe liegt der Grund dessen, dass brillentragende Myopen häufig ihre Brillen wechseln und rasch zu schärferen und schärferen Zerstreuungslinsen übergehen müssen. Und doch ist die in dieser Regel gesetzte Beschränkung nichts weniger als sehr empfindlich, wie sich leicht einsehen lässt, wenn man

ins Gedächtniss zurückruft, was ich über die Länge der äusseren Accommodationslinien eines brillenbewaffneten Auges gesagt habe.

Die hohe Bedeutung einer richtigen Wahl der Brille tritt hier abermals in die Anschauung. Sie drängt sich noch mehr in den Vordergrund, wenn man berücksichtigt, dass die Concavlinse nicht nur den Fernpunkt, sondern auch den Nahepunkt hinausrückt, die absolute Sehweite des brillenbewaffneten Auges sofort relativ zu jener des normalsichtigen freien Auges verkürzt werden müsse, wenn der Convexitätszunahme der myopischen Linse nicht eine entsprechende Erstarkung des Accommodationsmuskels parallel geht; dass diese Erstarkung aber einerseits ihre Grenze habe und keinesweges in jedem Falle gegeben sei, vielmehr in sehr vielen Fällen hinter dem erforderlichen Masse zurückbleibe, häufig sogar vollkommen Null sei.

Die allmähliche Zunahme der Myopie führt am Ende also jedenfalls zur Verkürzuug der absoluten Sehweite, sie paart sich mit Schwäche des Accommodationsvermögens. Kommen die Elementartheilchen der Linse zuletzt sogar in jener Lage ins Gleichgewicht, in welcher sie durch den grössten Kraftaufwand des Accommodationsmuskels versetzt werden konnten; hat sohin der Krystall für das Maximum des Accommodationsdruckes seine Elasticität verloren und erstarkt fortan der Muskel nicht weiter: so ist die Accommodation für verschiedene Entfernungen aufgehoben, das Auge hat nur mehr eine einzige Accommodationslinie und das ist die natürliche Sehlinie, welche um so kürzer ist, je höhere Grade die Myopie erreicht hat, so zwar dass endlich Nahe- und Fernpunkt nahezu zusammenfallen.

Alle ausserhalb der natürlichen Sehlinie, bei blosser Schwäche des Accommodationsvermögens alle ausserhalb der verkürzten absoluten Sehweite, gelegenen Objecte können nur in Zerstreuungskreisen gesehen werden und da Concavgläser nur in der Erzeugung scheinbarer Bilder innerhalb der absoluten Sehweite des myopischen Auges ihre Nutzanwendung finden, können sie nur scharfe und deutliche Wahrnehmungen von Objecten vermitteln helfen, deren Distanz einem Punkte in der absoluten Sehweite des Auges conjugirt ist. Verschiedene Objectsdistanzen erfordern einsichtlicher Weise dann Brillen differenter Brennweiten, sollen scharfe und deutliche Bilder des Gegenstandes auf der Netzhaut erzeugt werden und umgekehrt ist die Leistungsfähigkeit jeder einzelnen,

übrigens entsprechenden Brille eine um so geringere, je geringer eben der Rest des Accommodationsvermögens ist.

Die Schwächung des Accommodationsmuskels ist unter den genannten Umständen eine relative. Der Accommodationsmuskel kann seine normale Kraft behalten haben oder wohl gar erstarkt sein, aber sein Einfluss auf die Gestalt der Linse ist geschwächt oder aufgehoben, da eben deren Theilchen in der, dem Maximum des Accommodationsdruckes nahezu oder völlig entsprechenden, gegenseitigen Lagerung bereits ins Gleichgewicht getreten sind. Es liegt am Tage, dass Vermehrung des Widerstandes von Seite des Krystalles bei unveränderter Druckkraft des Muskels zu ähnlichen Resultaten führen müsse. In der mit dem Lebensalter allmählich fortschreitenden Verdichtung des Krystalles sind nun die Bedingungen für eine derartige Resistenzzunahme desselben gegeben und dass sich diese Verdichtung der Linse in der That geltend mache, lehren die Veränderungen, welche das Accommodationsvermögen kurzsichtiger Augen in den späteren Lebensjahren der Regel nach eingeht. Die Übereinstimmung dessen, was die tägliche Erfahrung auf dem Wege genauerer Untersuchungen herausstellt, mit den Folgen, welche sich aus einer Verdichtung des Krystalles theoretisch ableiten lassen, ist eine zu grosse, als dass man an dem innigen Causalnexus zwischen jenen Veränderungen in der absoluten Sehweite des Myops und der Verdichtung der Linse einen Augenblick zweifeln könnte.

Die Resistenzzunahme der Linse involvirt nach dem Vorhergehenden die Schwierigkeit einer Convexitätsvermehrung in den Trennungsflächen des Krystalles. Dem ganz entsprechend gehört denn auch eine weitere Verkürzung des Fernpunktabstandes im myopischen Auge während der zweiten Hälfte des Lebensalters zu den Seltenheiten. Die Erwerbung sowohl als die allmähliche Zunahme der Kurzsichtigkeit sind Prärogative der Jugend, während welcher der Krystall weich und biegsam ist. Das reifere Alter müsste die Acquisition und die Vergrösserung eines vorhandenen Grades von Myopie ausschliessen, wenn dafür in Axenverlängerungen des Bulbus und in Krümmungsvermehrungen der Cornea nicht weit wirksamere Ursachen gegeben wären.

Anderseits stimmt damit ganz gut die allbekannte Thatsache überein, dass die Myopie in den höheren Mannesjahren sich scheinbar

etwas vermindere, indem der Kurzsichtige die Fähigkeit verloren hat, Objecte in so grosser Nähe scharf und deutlich zu sehen, wie früher und auch in der Leistungsfähigkeit seiner bisher gebrauchten Brille eine Abnahme verspürt, da dieselbe mit einem Zerstreuungsglase von längerer Brennweite vertauscht werden muss, wenn es sich um Objectsdistanzen handelt, welche vordem noch in der absoluten Sehweite des mit der gewohnten Brille bewaffneten Auges lagen und zwar nahe dem Nahepunkte desselben, aber bereits jenseits des Fernpunktes des freien Auges. Die behauptete Übereinstimmung springt klar hervor, wenn man bedenkt, dass in diesen Verhältnissen sich ja eben die, durch den erschwerten Gestaltwechsel des Krystalles begründete Hinausschiebung des Nahepunktes im freien und brillenbewaffneten Auge ausspreche.

Die vermeintliche Abnahme der Myopie erweist sich sohin nur als eine scheinbare, sie ist eigentlich eine Verkürzung der absoluten Sehweite, bedingt durch Schwächung oder Aufhebung der Druckwirkung des Accommodationsmuskels, sie ist eine Annäherung des Nahepunktes an den Fernpunkt, welcher letztere der Regel nach unverrückt seine Stellung zum Auge bewahrt, wie sich eines Theils theoretisch aus dem relativen Verluste der Linsenelasticität, anderseits thatsächlich aus directen Untersuchungen und aus der unveränderten Leistungsfähigkeit der gewohnten Brille bezüglich ferner Objecte ergibt.

Dabei darf jedoch der Umstand nicht vergessen werden, dass die Verdichtung der Linse mit Abnahme ihrer Pellucidität einhergehe und diese Verminderung der Durchsichtigkeit bei Betrachtung ferner Objecte leicht die Lichtabsorption von Seite der Luft fühlbar machen könne; daher Versuche mit schwächeren Brillen zur Constatirung der Unveränderlichkeit des Fernpunktes unerlässlich sind. Diese werden der Regel nach ein negatives Resultat ergeben, aber nicht constant, weil eben in der möglichen Axenverkürzung des Auges und Krümmungsverminderung der Cornea Momente liegen, welche unabhängig von der Linsengestalt die Lage des Fernpunktes verrücken.

Aber auch abgesehen von diesen letztgenannten Momenten lässt sich die Behauptung mancher Autoren, mit zunehmendem Lebensalter eine Vergrösserung des Fernpunktabstandes und sofort die Nothwendigkeit eines Überganges zu schwächeren Concavgläsern beobachtet zu haben, nicht

unbedingt Lügen strafen. Der letztere Theil dieser Behauptung lässt sich aus der Erfahrung thatsächlich beweisen; nur der daraus gezogene Schluss auf eine zu Grunde liegende Vergrösserung des Fernpunktabstandes ist unrichtig, wie sich leicht ergibt, wenn man in Rechnung bringt, dass der Gebrauch von Concavbrillen bei Nichtbedürftigen heutzutage ein sehr häufiger und gleichsam Mode geworden ist, dass sogar die Weiber den Geruch der Gelehrtheit jenem einer guten Hausfrau vorziehen und sich denselben zu erwerben suchen durch den Gebrauch von Zerstreuungsgläsern in den verschiedensten Fassungen. In der Jugend fügt sich allenfalls der Accommodationsapparat der aufgebürdeten Last. Doch mit der allmählichen Dichtigkeitszunahme der Linse wächst die Schwierigkeit, falls es nicht wirklich gelungen ist, in der Krystalllinse eine entsprechende Convexitätsvermehrung zu Wege zu bringen und endlich wird es zur Unmöglichkeit, den von der Brille gesetzten Bedarf an Muskeldruck aufzubringen; der quasi Myops ist gezwungen, seiner Eitelkeit ein Opfer zu bringen und zu schwächeren Brillen überzugehen oder sie ganz zu meiden, selbst wenn nicht, wie dieses häufig geschieht, die übermässige Anstrengung des Auges und der darin begründete Reiz des Gefäss- und Nervensystems schwerere Folgen androht. Wer nur einige Untersuchungen über den fraglichen Gegenstand gemacht hat, wird hoffentlich die Richtigkeit dieser Erklärungsweise bald bestätiget finden und einsehen, dass in der Nothwendigkeit, zu schwächeren Brillen überzugehen, ja selbst die concaven mit convexen zu vertauschen, nicht eine wirkliche Vergrösserung des Fernpunktabstandes, sondern nur die Verminderung des möglichen Accommodationsdruckes zur Äusserung komme.

Eine solche Verminderung des Accommodationsdruckes findet ihre Erklärung aber nicht allein in der bisher betrachteten relativen, sondern auch in der absoluten Kraftabnahme des Accommodationsmuskels, welche letztere begründet wird in dem der Involutionsperiode eigenthümlichen und vornehmlich in dem Muskelsysteme eclatant hervortretenden Atrophisirungsprocesse, weiters in krankhaften Alterationen des Accommodationsmuskels, in Leitungshemmungen seiner Nerven, in mechanischen Behinderungen seiner Kraftentwickelung durch Verwachsungen, Zusammenhangstrennungen u. s. w., überhaupt also in Zuständen, welche gewöhnlich der Weitsichtigkeit zu Grunde liegen und dort ihre

specielle Erörterung finden. Wo immer bei Gegebensein einer Myopie das eine oder das andere der genannten Verhältnisse ins Leben tritt, macht es sich auch alsbald geltend durch mehr weniger rasche, unter gewissen von selbst verständlichen Umständen selbst plötzliche und grösstmöglichste Annäherung des Nahepunktes an den Fernpunkt.

Ist das Moment der Kraftabnahme nur einer allmählichen Steigerung fähig, so kann die Verkürzung der absoluten Sehweite auch nur langsam fortschreiten, bis endlich der Nahepunkt an der diesweiligen inneren Grenze der natürlichen Sehlinie angelangt ist und sofort Accommodationsveränderungen des dioptrischen Apparates unmöglich geworden sind. Die auf genauere Forschungen basirte Erfahrung gibt dafür die nothwendigen Belege an die Hand, sie lässt nicht nur die allmähliche Vergrösserung des Nahepunktabstandes deutlich nachweisen; sondern spiegelt in den Ergebnissen der sie begründenden Untersuchungen auch das allmähliche Nachlassen der Accommodationskraft durch die Erscheinungen der sogenannten Asthenopie oder Kopiopie ab.

Diese ist eben nichts als der symptomatische Ausdruck einer momentanen Functionsuntüchtigkeit des Accommodationsmuskels als Folge der Ermüdung durch vorausgegangene Adaptionsanstrengungen und findet in dem Widerstande anderer ermüdeter Muskeln gegen weitere Intentionen ihre vollständigste Analogie. Nur unrichtiger Weise hat man selbe als Prärogativ des presbyopischen Auges erklärt, da sie meinen und Anderer Erfahrungen gemäss auch neben Myopie zur Beobachtung kömmt. Hier wie dort äussert sie sich, wenn der Accommodationsapparat längere Zeit hindurch zu intensiveren Anstrengungen gezwungen wurde, um das freie oder brillenbewaffnete Auge für Objectsdistanzen einzurichten, welche mit dem Abstande des Nahepunktes nahezu zusammenfallen. Während dieser Anstrengungen fangen dann die bisher in scharfen und deutlichen Bildern wahrgenommenen Objecte an, vor dem Auge zu verschwimmen und der Kranke fühlt das Bedürfniss, ihren Abstand allmählich zu vergrössern und dieses zwar bei fortgesetzter Intention des Auges immer mehr, bis endlich der Gegenstand in die natürliche Sehlinie hinausgerückt ist. Reicht die Objectgrösse nicht mehr aus, um damit auf der Netzhaut im Detail wahrnehmbare Bilder producirt werden können, so genügt aller Kraftaufwand nicht mehr, um selbe zur Anschauung zu bringen

und der Versuch, sie gewaltsam zu fixiren, bedingt Reizerscheinungen, wie selbe bereits oben geschildert wurden. Das Auge bedarf minutenlanger Ruhe, worauf die Accommodation für die erforderliche Nähe wieder in demselben Masse, wie vordem ermöglicht ist, um nach einiger Anstrengung abermals unter allmählicher Entfernung des Nahepunktes mit völligem Unvermögen zur Adaption zu wechseln. Immer kürzer und kürzer werden bei fortgesetzter Intention des Accommodationsapparates die Fristen, innerhalb welchen die Einrichtung für die kürzeren Accommodationslinien ermöglicht ist, während die Dauer der zur Wiederherstellung des Adaptionsvermögens erforderlichen Ruhezeiten wächst und der Nahepunktabstand zunimmt, bis dieser eben das, von der natürlichen Sehlinie des Auges gesetzte, Maximum erreicht hat und die Asthenopie endlich in den ständigen Mangel des Accommodationsvermögens übergegangen ist.

Dem Wesen der Myopie entsprechend sind natürlich diese Ortsveränderungen des Nahepunktabstandes, wie sie durch das Nachlassen des Accommodationsdruckes bedingt werden, absolut sehr geringe und zwar um so geringere, je kurzsichtiger das betreffende Auge ist. Auch kann ein völliges Verschwimmen der Objectbilder bis zur Undeutlichkeit nur bei gewissen Objecten gegeben sein, welche ihrer Kleinheit halber diesseits der natürlichen Sehlinie gerückt werden müssen, um im Detail wahrgenommen zu werden; denn bei grösseren Objecten kömmt die Netzhautbildgrösse nicht mehr in Betracht und ihre Hinausschiebung in die natürliche Sehlinie muss jedenfalls hinreichen, um sie auch bei völliger Unthätigkeit des Accommodationsapparates in scharfen und deutlichen Bildern auf der Netzhaut zu projiciren. Nur die durch vorausgängige intensivere Anstrengungen allenfalls hervorgerufenen Reizungen des Gefäss- und Nervensystems im Auge können ihrer weiteren Betrachtung Hindernisse in den Weg legen. Das Terrain der Asthenopie ist im myopischen Auge nach allem dem also bestimmt ein sehr beschränktes, und die Erscheinungen, durch welche sie sich kund gibt, lassen sich sehr leicht übersehen, worin denn auch der Grund liegt, dass man selbe als mit Myopie unvereinbar erklärt, und lieber auf Functionsschwäche des lichtempfindenden Apparates bezogen, als Dysopie oder Amblyopie beschrieben hat.

In der That trifft die Asthenopie und um so mehr der Mangel des Accommodationsvermögens den Myops in vielen Fällen kaum viel weniger hart, als ein geringer Grad von Amblyopie; in allen jenen

Fällen nämlich, in welchen die Kleinheit der, den Kurzsichtigen dauernd beschäftigenden Objecte deren grosse Annäherung an das Auge erforderlich macht, und dadurch eben den Grund der Myopie, weiters aber der Asthenopie und endlich des völligen Verlustes des Accommodationsvermögens gelegt hat. Die Fortsetzung dieser Beschäftigung, z. B. des Lesens kleinen Druckes, kleiner Schriften u. s. w., wird nachgerade unmöglich, weil eben die dazu erforderliche Hinausschiebung des Gesichtsobjectes in die natürliche Sehlinie der gemachten Voraussetzung nach die Netzhautbildgrösse unter das entsprechende Mass herabdrückt und die Benützung von Concavgläsern diesen Fehler nach dem Vorhergehenden nur vergrössern kann. Es scheint nun freilich, als ob Convexgläser als Loupen angewendet, durch scheinbare Vergrösserung des Objectes dem Auge einigermassen behilflich werden könnten. Allein die Kürze des Fernpunktabstandes macht namhaftere Vergrösserungen nur bei sehr starker Annäherung des Gegenstandes an die Glaslinse und sofort auch an das Auge möglich und tritt sofort einem Gebrauche solcher Loupen bei den meisten Beschäftigungen entgegen.

Um eine Vergrösserung zu erzielen, muss nämlich $v > 2b$ sein. Der Vergrösserungscoëfficient der Brechung in der Convexlinse ist aber $\frac{v_1}{v}$, wo v_1 durch den Fernpunktabstand bestimmt wird und insoferne eine kleine Zahl ist, während v den Abstand des Objectes von dem Glase bedeutet.

In Anbetracht dessen lässt sich nun wohl die Verwechselung des so eben geschilderten Zustandes mit dem, was man unter dem nichtssagenden Worte „Dysopie“ versteht oder zu verstehen vorgibt, so wie mit der Amblyopie entschuldigen und zwar um so mehr, als neben der Myopie thatsächlich nicht ganz selten Amblyopie einhergeht, und als weiters, abgesehen von zufälligen Leitungshemmungen im lichtempfindenden Apparate, sogar bisweilen einiger Causalzusammenhang zwischen beiden Krankheitsformen besteht.

In einer gewissen Anzahl von einschlägigen Fällen lässt sich nämlich die complicirende Amblyopie einzig und allein nur beziehen auf organische Folgen der, in intensiven und anhaltenden Accommodationsanstrengungen begründeten Reizzustände des ciliaren Gefäss- und Nervensystems; denn diese pflanzen sich gerne auf den lichtempfindenden Apparat und selbst bis auf das Gehirn fort, wie das sie charakterisirende Krankheitsbild deutlich erkennen lässt. Insoferne

nun solche anhaltende Intentionen des Auges für grosse Nähen die gewöhnlichste Ursache der Kurzsichtigkeit abgeben, fliessen unter gewissen Verhältnissen die Myopie und Amblyopie aus einer und derselben Quelle, sie gehen nur scheinbar neben einander her, indem sie gegenseitig im innigen Zusammenhange stehen. Das Warum der Nichtconstanz ihrer gegenseitigen Verbindung ist zur Zeit ein ungelöstes Problem, denn mit dem Worte „Disposition" oder „disponirende Augenschwäche" ist wenig gesagt, obwohl die Objectivität derselben kaum in Zweifel gesetzt werden kann. Es steht nämlich fest, dass manche Augen von der ersten Kindheit an jeder nur einigermassen bedeutenderen und anhaltenderen Anstrengung für die Nähe durch rasches Auftreten schwer zu besänftigender Reizphänomene entgegentreten und das sind eben die sogenannten schwachen Augen, welche man von Alters her als unbrauchbar zu gewissen, das Nahesehen erfordernden Geschäften erklärt hat, indem man fand, dass sie leichter als andere hochgradige Myopie und Amblyopie erwerben.

In gewissen Fällen der fraglichen Art geht aber die Kurzsichtigkeit direct ein in die Pathogenie der sie später complicirenden Amblyopie. Es kömmt nämlich ziemlich häufig vor, dass die Myopie in dem einen Auge rascher entwickelt wird, als in dem anderen, alsbald auch höhere Grade erreicht, ja sogar zur Asthenopie und zum völligen Mangel des Accommodationsvermögens, also zu ganz denselben Folgen führt, wie selbe bei Bestand der Myopie bisweilen durch mechanische Hindernisse des Accommodationsdruckes, durch Verwachsungen der Iris, Verletzungen u. dgl., begründet werden. Für die meisten Objectsdistanzen ermangeln dann die Netzhautbilder der nöthigen Schärfe und Deutlichkeit, ja bei grossen Differenzen in den hinteren conjugirten Vereinigungsweiten der beiden Augen trüben die auf der Netzhaut des einen derselben erzeugten Zerstreuungskreise die Wahrnehmungen des anderen, entsprechend adaptirten, was die Kranken durch den Ausdruck: das kranke Auge blende das relativ gesunde, zu versinnlichen trachten. Die Störung ist bisweilen eine so bedeutende, dass der Kranke das eine Auge beim genaueren Besehen von Objecten verdecken muss, und es durch Übung selbst dahin bringt, das kränkere Auge etwas seitwärts zu stellen, um die Netzhautbilder der betrachteten Objecte auf die weniger empfindlichen Seitentheile der Netzhaut zu leiten. Jedenfalls unterstützt das minder functionstüchtige Auge das bessere nur

wenig oder gar nicht, und wenn auch der Kranke nicht so häufig den Strabismus erwirbt, so gewöhnt er sich doch nach und nach, seine Aufmerksamkeit vornehmlich und endlich ausschliesslich den Eindrücken des tüchtigeren Auges zuzuwenden, während er das andere vernachlässigt. Anhaltende Functionsunthätigkeit führt im lichtempfindenden Apparate aber gerade so wie in anderen Körpertheilen zur Functionsuntüchtigkeit, ja selbst zur Atrophie, und Functionsuntüchtigkeit des lichtempfindenden Apparates ist eben das, was man Amblyopie oder Amaurose nennt.

Trotz dieser innigen Verwickelung der Myopie mit der Amblyopie ist nichts destoweniger die Diagnose der letzteren keine sehr schwere. Versuche mit jener Scala, welche ich zur Bestimmung des Nahe- und Fernpunktes vorgeschlagen habe, leiten schon darauf, indem sie herausstellen, dass die einer jeden Objectsdistanz als innere Grenze entsprechende Grösse des Gegenstandes nicht mehr zureicht, um deutliche Wahrnehmungen zu vermitteln, sondern dass in dieser Beziehung das kurzsichtige und zugleich amblyopische Auge weit hinter dem einfach myopischen, ja selbst hinter dem asthenopischen und der Accommodation verlustigen Auge zurückbleibt; dass sofort die Grösse der Gesichtsobjecte, welche der Kranke in einem bestimmten Abstande deutlich und scharf wahrnimmt, relativ zur Norm weit grösseren Distanzen entspricht. Die Verkleinerung der Gesichtsobjecte durch Concavbrillen macht sich natürlich in gleicher Weise fühlbar und ist gewöhnlich die Ursache, dass dem amblyopischen Myops gar keine Brillen für irgend eine Distanz sonderliche Unterstützung gewähren, dass höchstens Loupen unter den obigen Beschränkungen einige Verbesserung des Sehvermögens erzielen; während doch bei völligem Verluste des Accommodationsvermögens Brillen verschiedener Brennweite das Auge noch für die differentesten Objectsdistanzen einrichten. Dazu kömmt noch die ganz bedeutende Abnahme des Gesichtes, wenn der Contrast der Färbung in den Objecten etwas zurücktritt, oder aber die Beleuchtungsintensität des Gesichtsfeldes nur einigermassen, z. B. durch die Dämmerung, vermindert wird.

Dieser Bedarf an starken Farbencontrasten und grosser Beleuchtungsintensität sticht als Symptom der die Myopie complicirenden Amblyopie um so schärfer hervor, als sie eben der allbekannten Thatsache geradezu entgegenläuft, dass Kurzsichtige noch bei einer

Erleuchtungsintensität feine Arbeiten verrichten, lesen, schreiben etc. können, welche normalsichtigen und weitsichtigen Augen die Detailerkenntniss selbst grösserer Objecte schon einigermassen schwierig macht.

Es rührt diese scheinbare Schärfe des myopischen Auges gewiss nicht von einer gesteigerten Empfindlichkeit der Netzhaut her, denn diese müsste sich auch im hellen Raume zeigen. Der Grund dessen ist ein rein physicalischer und beruht darauf, dass der scheinbare Glanz der Netzhautbilder, die Erleuchtungsintensität einer Masseinheit der Retina, hauptsächlich abhängt von der Erleuchtungsintensität des Objectes und von dem Durchmesser der Pupille. Die dem Myops ermöglichte starke Annäherung des Objectes kommt hier nur insoferne in Betracht, als sie die Schwächung des Lichtes beim Durchgange durch die absorbirende Luft vermindert.

Bei gleicher Erleuchtung des Objectes steht der scheinbare Glanz der Netzhautbilder im geraden Verhältnisse zur Grösse der Pupille. Der Refractionszustand des myopischen Auges macht nun aber den Bedarf an accommodativer Druckkraft zum Zwecke des Nahesehens sehr gering, ja der Nulle gleich. Der Sphincter pupillae braucht demnach nicht als starker Widerhalt gegen die, den Accommodationsdruck vermittelnden Längsfasern zu functioniren und kann ganz dem Impulse der excitomotorischen Nervenzweige folgen, unter den genannten Umständen sich also relaxiren; während er im normalsichtigen und weitsichtigen Auge alle Kraft aufbieten muss, um dem zur Accommodation für grössere Nähe erforderlichen Contractionsnisus der Längsfasern das Gleichgewicht zu halten, und sofort auch gewöhnlich während der Accommodation des Auges für die Nähe eine namhaftere Verengerung der Pupille begründet, als dieses bei Myopen der Fall ist, die bekanntlich sehr häufig schon bei mässiger Beleuchtung sehr weite Pupillen haben.

Die Weitsichtigkeit oder Presbyopie.

Im Gegensatze zur Myopie charakterisirt sich dieser Gesichtsfehler durch abnorme Vergösserung des Nahepunktabstandes und darin begründetes Unvermögen des Auges, scharfe und deutliche Wahrnehmungen von Objecten zu vermitteln, welche, vom Auge wenig abstehend, noch in der absoluten Sehweite eines normalen Gesichtsorganes gelegen sind und ihrer

Grösse, so wie ihrem wirklichen Glanze nach bei richtiger Einstellung des dioptrischen Apparates und bei Integrität der lichtempfindenden Theile in scharfen und deutlichen Bildern zur Anschauung kommen müssten.

Die optische Wesenheit der Presbyopie ist demnach Vereinigung der aus nahen Objecten divergirenden Lichtstrahlen hinter der Netzhautstabschichte und sofortige Projection von Zerstreuungskreisen auf der Retina. Die Grösse dieser Zerstreuungskreise bedingt das Mass der Undeutlichkeit und mangelnden Schärfe in den optischen Wahrnehmungen und bestimmt zum Theile den Grad der Weitsichtigkeit, indem sie nicht allein Function der Pupillenweite, sondern auch der Differenz ist zwischen der, dem Objectsabstande conjugirten hinteren Vereinigungsweite des dioptrischen Apparates und dem Abstande der Netzhautstabschichte vom optischen Centrum des combinirten Linsensystems des Auges.

Der Begriff der Weitsichtigkeit schliesst es schon in sich, dass die natürliche Sehlinie des presbyopischen Auges einem objectiv fernen Accommodationspunkte entsprechen, dass der Fernpunktabstand demnach ein grosser, meisthin sogar ein unendlich grosser sein müsse und dann die Tragweite des Auges nur in der Lichtabnahme durch Absorption, so wie in dem Beugungsspectrum des Pupillarrandes ihre äussere Grenze finden könne. Anderseits involvirt das Verhältniss, in welchem die hinteren conjugirten Vereinigungsweiten des dioptrischen Apparates zu den vorderen stehen, und die Länge der stab- und zapfenförmigen Netzhautkörper einen relativ sehr kurzen, wenige Fusse betragenden Abstand der natürlichen Sehlinie des presbyopischen Auges. Insoferne aber die Presbyopie einen gewissen Grad von Accommodationsvermögen voraussetzt, da dieser die Weitsichtigkeit eben von dem Mangel des Accommodationsvermögens unterscheidet: so ist es klar, dass bei Gegebensein einer einfachen Weitsichtigkeit die Mangelhaftigkeit der optischen Wahrnehmungen sich nur auf Objecte beziehen könne, welche dem Auge absolut nahe stehen, von demselben nur eine grössere Anzahl von Zollen entfernt sind.

Die absolute Sehweite des fernsichtigen Auges erscheint sofort als eine sehr grosse, ja unendlich grosse, nach aussen meist unbegrenzte; nur der Abstand des Nahepunktes unterscheidet die Weitsichtigkeit von der Normalsichtig-

keit, ohne dass sich jedoch zwischen beiden eine bestimmte Grenze ziehen liesse. Die Bestimmung des Nahepunktabstandes erweist sich sohin als besonders wichtig, und dieses zwar um so mehr, als nach dem Mitgetheilten die Fernsichtigkeit eben nur als eine Schwächung des Accommodationsvermögens aufgefasst werden kann und sich gerade in der Distanz des Nahepunktes das Maximum des noch möglichen Accommodationsdruckes ausspricht, womit denn auch eine Art Gradbestimmung der Presbyopie ermöglichet wird.

Betreffs der Erforschung des Nahepunktabstandes gilt nun dasselbe, was ich bei Gelegenheit der Myopie mitgetheilt habe. Das Schwankende in den Resultaten, welche Versuche mit den verschiedenen Optometern ergeben, lässt den Forscher zu keinem bestimmten Schlusse kommen, und der Augenspiegel führt gar nur zur Erkenntniss, dass das Auge im Momente der Untersuchung für Entfernungen eingerichtet sei, die den Abstand des beobachtenden Auges übertreffen, ohne ein sicheres Urtheil über die Lage des Nahepunktes zu gestatten. Daher erscheint denn auch wieder die Benützung jener Scala, wie ich sie oben beschrieben habe, empfehlungswerth.

Das Maximum des Accommodationsdruckes reicht in fernsichtigen Augen nicht zu, um dem Netzhautabstande kleine Objectsdistanzen zu conjugiren, mit anderen Worten, die Ablenkung der Lichtstrahlen im dioptrischen Apparate des fernsichtigen Auges ist eine zu geringe, als dass Lichtstrahlen von grösserer Divergenz auf der Netzhautstabschichte zur Vereinigung gebracht werden könnten. Desswegen und weil der Abstand des Objectes in jedem Falle positiv bleiben, das Gesichtsobject vor dem Auge stehen muss, sind Zerstreuungslinsen ausgeschlossen, sobald es sich um Correction des fraglichen Gesichtsfehlers handelt. Nur Sammellinsen können einem solchen Zwecke förderlich sein und sie sind es unter der gemachten Voraussetzung einer positiven Objectsdistanz in der That, der Gegenstand möge nun innerhalb, in oder ausserhalb der Linsenbrennweite gelegen sein; sie vermindern die Divergenz der das Auge treffenden Strahlen bei positiver Objectsdistanz, ihre Brennweite sei, welche sie wolle.

Correction ist jedoch mit Aufhebung des fraglichen Gesichtsfehlers nicht gleichbedeutend, die Leistungsfähigkeit convexer Glaslinsen ist im Gegentheile unter allen Verhältnissen

durch die jeweilig unveränderliche Länge und Lage der absoluten Sehweite des betreffenden fernsichtigen Auges bedingt und begrenzt; es können Sammellinsen nur dann scharfe und deutliche Wahrnehmungen von äusseren Objecten vermitteln helfen, wenn die von ihnen erzeugten scheinbaren Bilder zwischen den Nahe- und Fernpunkt des hinter ihnen gelagerten Auges fallen.

Es ist dieses eine Beschränkung, die durch das Verhältniss, in welchem die conjugirten Vereinigungsweiten einer Sammellinse zu einander stehen, ausserordentlich fühlbar wird, trotz der meistens unendlichen Länge der absoluten Sehweite. Kraft der Lichtbrechungsgesetze für Sammellinsen kann nämlich bei der Nothwendigkeit eines positiven Objectsabstandes eine jede einzelne, vor das fernsichtige Auge gehaltene Convexlinse nur von solchen Objecten scheinbare Bilder in der absoluten Sehweite zu Stande bringen, deren Distanz kleiner, als die Brennweite der Linse ist. Gegenstände, welche ausserhalb der Brennweite der benützten Sammellinse stehen, erfordern einen negativen Fernpunktabstand und eine Objectsdistanz, welche die doppelte Brennweite der Linse erreicht, setzt bereits einen numerisch gleichen, negativen Werth des jenseitigen Endes der natürlichen Sehlinie voraus, sollen noch innerhalb der absoluten Sehweite des fernsichtigen Auges scheinbare Bilder erzeugt werden. Also nur für Objectsdistanzen, welche kürzer sind, als die Brennweite der betreffenden Sammellinse, findet das eigentlich fernsichtige Auge in dieser einen optischen Behelf und der Presbyops ist daher gezwungen, die Brille abzulegen, sobald es sich darum handelt, Gegenstände in scharfen und deutlichen Bildern wahrzunehmen, welche ausserhalb der Linsenbrennweite gelegen sind.

Die absolute Sehweite des mit einer Sammellinse bewaffneten, fernsichtigen Auges findet also in deren Brennweite ihre äussere Grenze und ist demnach eine um so kürzere, je kürzer eben die Brennweite des angewandten Convexglases ist. Mit der Verkürzung der Linsenbrennweite nimmt aber auch der Abstand des Nahepunktes eines, hinter dem Sammelglase befindlichen, fernsichtigen Auges zu und rückt sohin die innere Grenze der absoluten Sehweite an die äussere heran.

Sind v_1 und v_2 die hinteren negativen Vereinigungsweiten für die Abstände v und $v-r$ in Bezug auf eine Sammellinse mit der Brennweite b und nimmt man $v_1 - v_2 = m$, wo m die absolute Sehweite eines hinter der Linse befindlichen fernsichtigen Auges bedeutet, so ergibt sich aus der Gleichung

$$v_1 - v_2 = -\frac{r b^2}{(v-b)^2 + r(v-b)},$$

dass je kleiner b wird, die Differenz $v-b$ abnehmen müsse, weil $m = v_1 - v_2$ eine Constante ist.

Insoferne nun möglichst grosse absolute Sehweite bei der Correction der Presbyopie durch Sammellinsen offenbar von grösster Wichtigkeit ist, erscheint die Wahl von Convexbrillen mit möglichst langer Brennweite nothwendig, soll die Leistungsfähigkeit des angewandten Hilfsmittels ihrem Maximum sich nähern. Es würde hieraus einsichtlicher Weise die Zweckdienlichkeit von Sammellinsen unendlicher Brennweite, d. h. die Zweckwidrigkeit von Convexgläsern überhaupt folgen, wenn grösste Länge der absoluten Sehweite das einzig Bestimmende in dieser Beziehung wäre. Allein Hauptzweck ist, Objecte, welche innerhalb des Nahepunktabstandes eines presbyopischen Auges gelegen sind, in dessen absoluter Sehweite scheinbar abzubilden. Mit der Verlängerung der Linsenbrennweite vermindert sich aber die Differenz der beiden conjugirten Vereinigungsweiten der Convexlinse, wie dieses die Formel zeigt

$$\frac{1}{v_1} = \frac{1}{b} - \frac{1}{v}.$$

Es muss daher die Linsenbrennweite dem entsprechend eine um so kleinere sein, je kleiner die Objectsdistanz und je grösser der Fernpunktabstand ist. Aufgabe ist es also, jene Sammellinse zu suchen, welche der absoluten Sehweite eines gegebenen fernsichtigen Auges die grösste Differenz der innerhalb des Nahepunktabstandes gelegenen Objectsdistanzen conjugirt. Eine einfache Betrachtung führt darauf, dass diesem Zwecke eine Sammellinse entspreche, deren Brennweite der, um den Abstand der Brille vom Auge verminderten Distanz des Nahepunktes gleicht. sie involvirt eine absolute Sehweite von der Länge der halben Linsenbrennweite.

Aus $\frac{1}{v} = \frac{1}{b} + \frac{1}{v_1}$ geht hervor, dass, um einen innerhalb des Nahepunktes v, diesem aber unendlich nahe gelegenen Gegenstande mittelst einer Sammellinse von grösstmöglichster Brennweite in der absoluten Sehweite des Auges abzubilden, $v_1 = \infty$, also $b = v$ sein müsse. Dieses ist die eine Grenze, denn sobald $v > p$, wird v_1 positiv und fällt angenommener Massen ausserhalb die absolute Sehweite. Es soll nun aber eine Objectsdistanz $v - m$ dem kürzesten v_1, also einem v_1 von der Grösse des Nahepunktabstandes, conjugirt sein, also

$$\frac{1}{v - m} = \frac{1}{b} + \frac{1}{v_1}; \quad v - m = \frac{v_1 b}{v_1 + b}$$

$$v - (v - m) = m = b - \frac{v_1 b}{v_1 + b} = \frac{b^2}{v_1 + b}.$$

Die absolute Sehweite des mit einer Sammellinse bewaffneten Auges wächst daher wie schon erwähnt, mit b. Das b darf aber den Nahepunktabstand, der nun v_1 heisst, nicht übersteigen, höchstens kann $b = v_1$ werden und dann ist

$$m = \frac{p^2}{2p} = \frac{p}{2}.$$

In Bezug auf den Effect von Brillengläsern kommen aber auch noch andere Verhältnisse in Betracht und auch diese müssen berücksichtiget werden, soll die Wahl einer bestimmten Sammellinse gerechtfertiget erscheinen.

Die Einrichtung des Auges für die kürzeste Adaptionslinie, deren innere Grenze eben der Nahepunkt ist, setzt als Bedingung den grösstmöglichsten Kraftaufwand von Seite des Accommodationsmuskels voraus. Da nun die Differenz der beiden conjugirten Vereinigungsweiten einer Sammellinse um so kleiner wird, je grösser die Brennweite des Convexglases ist, liegt es klar am Tage, dass bei gegebener Objectsdistanz die erforderliche Adaptionsanstrengung des brillenbewaffneten Auges eine um so grössere sein müsse, je schwächer die Brille, je geringer in ihr die Ablenkung der Lichtstrahlen ist. Sammellinsen von unverhältnissmässig langer Brennweite unterstützen sofort das presbyopische Auge beim Nahesehen nur sehr wenig und daher kömmt es, dass bei ihrem Gebrauche, so wie bei der Intention des freien Auges, gerne Reizzustände im Bereiche des Ciliarsystems auftreten, wie ich sie als Folge der Anwendung zu scharfer Concavgläser bei myopischen Augen geschildert habe, und dass diese Reizerscheinungen sich um so früher geltend

machen und um so höhere Grade erreichen, für je kürzere Distanzen das presbyopische Auge sich einzustellen bemüssigt ist und je länger diese Anstrengung dauert. Der Fernsichtige ist gezwungen, den Gegenstand so weit zu entfernen, als die Abnahme der Netzhautbildgrösse nur immer erlaubt und darin liegt eben ein Kriterium für die unzweckmässig grosse Länge der Brennweite einer Sammellinse.

Aber auch Brillen von unverhältnissmässig kurzer Brennweite haben solche Reizungen im Bereiche des Ciliarsystems im Gefolge, ja diese treten noch früher und in namhafterem Grade in die Beobachtung, als bei dem Gebrauche zu schwacher Convexgläser und doch ist bei solchen Linsen die Differenz der conjugirten Vereinigungsweiten eine sehr bedeutende, das scheinbare Bild selbst sehr nahe gelegener Objecte kömmt weit entfernt vom Nahepunkte des presbyopischen Auges zu Stande und überhebt sofort den Accommodationsmuskel der Nothwendigkeit bedeutenderen Kraftaufwandes. Allein hier wirkt, wenn ich mich nicht täusche, ein anderes Moment und das ist die übermässige Verkürzung der, der absoluten Sehweite des freien Auges conjugirten Differenz der Objectsdistanzen. Diese schliesst eine ausserordentliche Kürze der Accommodationslinien des brillenbewaffneten Auges in sich und bedingt sofort die Nothwendigkeit eines beständigen Wechsels in dem Accommodationszustande, da es kaum möglich ist, die Objectsdistanz völlig unabänderlich zu erhalten und schon die Abstandsdifferenzen, welche aus dem Zittern der Hand und leichten Bewegungen des Kopfes resultiren, von sehr bedeutendem Einflusse auf die Stellung des scheinbaren Bildes werden.

Es wirken hier meiner Meinung nach also dieselben Verhältnisse, welche das Lesen in einem bewegten Wagen so anstrengend und ermüdend machen. Sie wirken in einem um so höheren Grade, je thätiger noch der Accommodationsmuskel ist, je mehr sich dieser bestrebt, den beständigen Wechsel in den optischen Wahrnehmungen zu corrigiren, je geringer also der Grad der Fernsichtigkeit ist. Diese ist ihrer Wesenheit nach ja eben in Schwächung des Accommodationsvermögens begründet und erscheint als eine um so bedeutendere, je grösser diese Schwächung ist. Daher vertragen im hohen Grade presbyopische Augen scharfe Gläser auch leichter, als fernsichtige geringerer Grade. In jenen ist das Muskelspiel ein sehr geringes, die Anstrengung, welche den fortwährenden Wechsel in der Accommodation bedingt, also eine kleinere.

Endlich ist noch der Netzhautbildgrösse des brillenbewaffneten Auges zu gedenken. Sie ist ein wichtiges Moment, da eben Gleichheit der optischen Wahrnehmungen mit jenen des freien normalen Auges den Grad der Leistungsfähigkeit einer Sammellinse mitbestimmt. Betreffs dessen ergeben sich nun ganz andere Verhältnisse, als bei dem Gebrauche von Zerstreuungslinsen von Seite Myopischer.

Ist a die Netzhautbildgrösse, A die Objectsgrösse und A_1 die Grösse des von der Sammellinse erzeugten scheinbaren Bildes, so erscheint für das freie normale Auge

$$a = A \cdot \frac{n\, p_1}{n_1\, p}.$$

Für das brillenbewaffnete Auge

$$a = \frac{A\, v_1}{v} \cdot \frac{n\, p_1}{n_1\, p} = \frac{A\, v_1}{v} \cdot \frac{n\, p_1}{n_1\,(v_1 + c)} = \frac{A\, n p_1}{n_1\, v} \cdot \frac{v_1}{v_1 + c},$$

weil $A_1 = \frac{A\, v_1}{v}$ ist. In Anbetracht der Grösse von v_1 verschwindet wohl meisthin c, so dass nahezu $\frac{v_1}{v_1 + c} = 1$ wird.

Eine einfache Betrachtung ergibt, dass die Netzhautbildgrösse des mit einer Sammellinse bewaffneten Auges, ausser von der Objectsgrösse, fast ausschliesslich von dem Refractionszustande des Auges und von dem Abstande des Gegenstandes von der Brille abhänge und im umgekehrten Verhältnisse zu diesen Grössen wachse und abnehme. Sie lehrt, dass Sammellinsen unter allen Umständen eine Vergrösserung des Netzhautbildes bewirken, da der gemachten Voraussetzung nach nur innerhalb ihrer Brennweite gelegene Objecte in der absoluten Sehweite scheinbar abgebildet werden und der Abstand dieses scheinbaren Bildes immer die Objectsdistanz übertrifft. Sie lehrt, dass die Vergrösserung um so bedeutender sei, je grösser eben die Differenz der conjugirten Linsenvereinigungsweiten ist, je kürzer also die Brennweite der Linse wird. Sie lehrt aber auch, dass diese Vergrösserung, welche aus dem Nachlassen des Accommodationsdruckes und der sofortigen Verminderung des Refractionszustandes des Auges resultirt, weithin zurücksteht gegen jene, welche eine Folge der, mit der Verkürzung der Brennweite nöthig werdenden Annäherung des Objectes an die Linse ist. Die Verkürzung des Nahe- und Fernpunktabstandes durch Sammellinsen ist der Hauptfactor des Vergrösserungscoëfficienten,

wie sich leicht ergibt, wenn man die geringen Schwankungen des Refractionszustandes des Auges mit den halben Werthen der möglichen Linsenbrennweiten vergleicht. Daher ist auch die Nothwendigkeit, Objecte allzusehr dem brillenbewaffneten Auge zu nähern und namhafte Vergrösserung der Objecte schon längst als empirisches Zeichen einer unzweckmässig scharfen Sammellinse anerkannt.

Jene Betrachtung lehrt weiters, dass der Abstand der Brille vom Auge nur bei sehr kleinen Differenzen der conjugirten Vereinigungsweiten der Sammellinse, also bei sehr schwachen Brillen, verkleinernd auf die Grösse des Netzhautbildes einwirke, in ihrer Wirkung aber durch die vorerwähnten Verhältnisse jedenfalls mehr als aufgehoben werde. Sie lehrt, dass bei grösseren Differenzen der conjugirten Vereinigungsweiten der Einfluss des Brillenabstandes vom Auge verschwinde und nur durch Verkürzung der Entfernung des Objectes von der Linse wirksam werde. Daher sieht man denn auch presbyopische Greise es mit der Stellung ihrer Brillen nicht genau nehmen, ja man findet, dass selbe eben so gut durch Handgläser als durch Brillen im engeren Wortsinne lesen.

Auf die nosologischen Momente der Presbyopie eingehend, stösst man, wie bei der Myopie, auf eine lange Reihe von Verhältnissen, welche einem Hinausrücken des Nahepunktabstandes zu Grunde liegen können und, nach Reduction des dioptrischen Apparates auf eine einzige Trennungsfläche in der angeführten Weise, sich leicht in drei Hauptkategorien übersichtlich ordnen lassen.

Vorerst sind es Krümmungsabweichungen der Sklerotika mit davon abhängiger Verkürzung der optischen Augenaxe bei Integrität der lichtempfindenden Theile, wie sie bisweilen als angeborne Bildungsfehler des Auges vorkommen mögen und weiters Verflachungen der Hornhaut, sie mögen nun angeboren oder durch theilweise Substanzverluste und Ersatz durch Narbengefüge veranlasst sein. Doch fällt es auf den ersten Blick auf, dass eine Weitsichtigkeit im engeren Wortsinne, soll sie auf solche Weise begründet werden, nothwendig eine Verstärkung des dritten Factors voraussetzt. Ohne diesem ist nämlich eine Hinausrückung des Fernpunktes über die positive

Unendlichkeit, ein sofortiges, theilweises Negativwerden der absoluten Sehweite unvermeidlich und berücksichtigt man das, was ich über den Einfluss der genannten Verhältnisse auf die Lichtbrechung im Auge gesagt habe, so kommt man leicht zur Einsicht, dass unter solchen Verhältnissen auch die Vergrösserung des Nahepunktabstandes eine überaus grosse, ja dass in den meisten Fällen die absolute Sehweite ihrer ganzen Länge nach eine negative werden müsse. Fernsichtigkeit im engeren Wortsinne ist also nur mit verhältnissmässig sehr geringen Verkürzungen der optischen Augenaxe und sehr schwachen Verflachungen der Hornhaut vereinbar und setzt dann überdies noch eine namhafte Verstärkung des Refractionszustandes der dioptrischen Medien voraus.

Nach dem, was ich bisher beobachtet habe, ist es mir sehr wahrscheinlich, dass eine nicht ganz geringe Anzahl jugendlicher Presbyopen ursprünglich eine negative Sehweite besitzen und erst nach der Hand weitsichtig im engeren Wortsinne werden, indem die Linse unter dem fortwährend erforderlichen, namhaften Accommodationsdrucke ihre Krümmungen verstärkt, so dass also die Hyperpresbyopie durch jene Verhältnisse, welche normalsichtige Augen myopisch machen, zur Fernsichtigkeit umgestaltet wird. Das Cramer'sche Ophthalmoskop wird hoffentlich nicht lange säumen, Licht über diese noch sehr dunklen Probleme zu verbreiten und durch den Nachweis einer Stellung der Spiegelbilder, wie sie dem Myops zukommt, bei Fernsichtigen die Frage erledigen.

Vorkommnisse dieser Art sind indessen jedenfalls selten. Die Fernsichtigkeit geht in den bei Weitem meisten Fällen der Regel nach aus der Normalsichtigkeit hervor und dieses zwar unter Umständen, welche auch nicht den geringsten Anhaltspunkt bieten, um Verkürzungen der optischen Axe oder aber Verlängerungen des Krümmungsradius wahrscheinlich zu machen, daher schon von vornherein die Vermuthung viel für sich hat, die nächste Ursache liege in Werthabnahme des Refractionszustandes des Auges.

Gegen Verlängerung der Kammeraxe als Grund der Presbyopie spricht der Augenschein. Es bleibt daher nichts übrig, als das ätiologische Moment in dem Accommodationsapparate des Auges zu suchen und dieses zwar um so mehr, als die Presbyopie sich eben bei genauerer Untersuchung als das Unvermögen

beurkundet, den dioptrischen Apparat für nahe Objecte einzustellen der Fernpunktabstand jenem der Norm aber entspricht, ein sehr grosser, unendlicher, aber positiver ist; denn wenn auch Fernsichtige Objecte, welche um ein Kleines jenseits der Brennweite einer Convexbrille gelegen sind, zu unterscheiden vermögen, so ist dieses eine einfache Folge des Verhältnisses, in welchem die conjugirten Vereinigungsweiten der Linse und des dioptrischen Apparates zu einander stehen, und welches eine ausserordentliche Kleinheit der die Netzhautstäbe treffenden Zerstreuungskreise involvirt.

In der That hat Cramer in fernsichtigen Augen die Stellung der Spiegelbilder der beiden Krystalloberflächen als wenig variabel oder ganz unveränderlich und jener entsprechend gefunden, wie sie in normalsichtigen Augen während deren Einrichtung für grosse Distanzen beobachtet wird. Er hat damit den Gestaltwechsel des Krystallkörpers bei der Presbyopie als sehr beschränkt oder ganz aufgehoben nachgewiesen und sohin in Anbetracht der dioptrischen Wirkungen, welche aus dem Gestaltwechsel der Linse resultiren, den Schleier gelüftet, welcher bisher über den nächsten Grund der Fernsichtigkeit im engeren Wortsinne ausgebreitet war.

Es liegt auf der Hand, dass eine solche Beschränkung des Gestaltwechsels des Krystallkörpers nur das Resultat zweier Momente sein könne: entweder einer Vermehrung des Widerstandes, welche die Linse dem Accommodationsdrucke entgegensetzt, oder einer Schwächung der wirkenden Kraft, also einer Verminderung des Druckes, mit welchem der Accommodationsmuskel auf den Krystallkörper einwirkt.

Für eine Widerstandsvermehrung des Krystallkörpers finden sich nun genügende Gründe in der, mit dem Lebensalter fortschreitenden, Entwickelung und damit gesetzten allmählichen, anatomisch nachweisbaren, namhaften Verdichtung des Linsenkernes. Diese schliesst jene als nothwendige Folge in sich, da Krümmungsveränderungen der oberflächlichen, stäts weich und biegsam bleibenden Linsenschichten ohne jene der Kernlagen undenkbar sind, sollen nicht leere Räume zwischen den einzelnen Schichten entstehen. Geht einer solchen Vermehrung der Resistenz eine Erstarkung des Accommodationsmuskels und sofort eine Vergrösserung

des Adaptionsdruckes nicht parallel, so kann der Fernpunktabstand des Auges sich wohl nicht ändern, die Distanz des Nahepunktes muss aber nothwendig eine grössere werden und dieses selbst, wenn eine Convexitätsvermehrung der oberflächlichen Linsenschichten unabhängig von jenen der Kernlagen möglich wäre, weil eben die äusseren Strata des Krystalles auf die Ablenkung des Lichtes nur einen sehr geringen Einfluss habe. Für eine solche Erstarkung des Accommodationsmuskels während der physiologisch gesetzlichen Verdichtung der Linse lassen sich aber weder im Leben noch im Cadaver nur einigermassen plausible Gründe auffinden, Alles spricht vielmehr für das Gegentheil. Der Schluss auf einen Causalnexus zwischen der Presbyopie im engeren Wortsinne und zwischen der dem höheren Lebensalter zukommenden Verdichtung des Krystalles ist sofort ein gerechtfertigter, ja nothwendiger.

Die Entwickelung der Fernsichtigkeit in früher normalsichtigen Augen während der zweiten Lebenshälfte ist dem ganz entsprechend eine nahezu constante Erscheinung, so zwar, dass man von πρέσβυς, Greis, den Namen des fraglichen Gesichtsfehlers abzuleiten für gut befunden hat.

Die Übereinstimmung geht aber noch weiter und erstreckt sich selbst auf die feineren Züge in dem Bilde der Presbyopie. Bekanntermassen sucht der Fernsichtige das Licht, um kleinere und darum nur in der nächsten Nähe wahrnehmbare Objecte in klaren und deutlichen Bildern zur Anschauung zu bringen; um bei künstlicher Beleuchtung mit freien Augen zu lesen, ist er gezwungen, die lichtspendende Flamme zwischen Object und das Auge zu stellen. Man ist allgemein sehr geneigt, als Grund dessen eine Abnahme der Energie in der Netzhaut und deren sofortigen Bedarf an stärkeren Reizeinwirkungen zu supponiren. Es wird dabei übersehen, dass der Presbyops selbst wenig erleuchtete Objecte in grossen Distanzen eben so leicht wie das normalsichtige Auge unterscheidet und dass der scheinbare Glanz der Objecte, die Erleuchtung einer Masseinheit ihres Netzhautbildes, wesentlich Function der Pupillenweite sei, diese aber mit der Erleuchtungsintensität des Gesichtsfeldes im umgekehrten Verhältnisse stehe; man vergisst weiter, dass mit der Position einer Lampe zwischen Object und Auge ein wichtiger Behelf des deutlichen Sehens wegfalle, die Vermehrung der Contrastwirkung in der Erleuchtung der Netzhautbilder. Es sind dieses Momente, welche der Annahme

einer Verminderung der Netzhautenergie geradezu entgegentreten. Fasst man aber die Resistenzvermehrung des Krystalles ins Auge, so gewinnt der factische Bedarf fernsichtiger Augen an stärkerer Erleuchtung des Gesichtsfeldes eine ganz andere Bedeutung und erscheint als ein wesentliches Attribut der Weitsichtigkeit im Greisenauge. Vergrösserung der Erleuchtungsintensität des Gesichtsfeldes ist nämlich das Mittel, um den *Sphincter pupillae* zu möglichst kräftigen und anhaltenden Contractionen zu bestimmen. Diese sind aber Bedingung für die Ausübung eines Accommodationsdruckes, wie er bei Resistenzzunahme des Krystalles zur Einrichtung des Auges für nahe Distanzen erfordert wird.

Doch reicht die Resistenzvermehrung des Krystalles nicht hin, um in allen Fällen die Presbyopie pathogenetisch zu erklären, ja eine derartige Begründung der Fernsichtigkeit wird bisweilen geradezu unwahrscheinlich und dennoch lehrt die Stellung der Linsenspiegelbilder im Auge, dass das Unvermögen, die Convexitäten des Krystallkörpers genügend zu verstärken, das wesentlichste ursächliche Moment abgebe. Es bleibt daher nichts übrig, als eine Schwächung des Accommodationsdruckes zu subsumiren, wofür sich zwar nicht jederzeit positive Belege auffinden lassen, wohl aber Inductionsschlüsse, hergenommen aus der hochgradigen Übereinstimmung, welche zwischen den äusseren Erscheinungen, dem Vorkommen, der Entwickelung der Fernsichtigkeit und zwischen einer Schwäche des Accommodationsmuskels als supponirtem Causalmomente besteht.

Ohne Übung erlahmt jeder Muskel und es liegt kein Grund vor, in dem Accommodationsmuskel eine Ausnahme von der Regel zu vermuthen. Ist dieses richtig, so muss die Fernsichtigkeit bei Landleuten, Jägern u. s. w., überhaupt bei Individuen und ganzen Völkerschaften, deren Beschäftigung eine dauernde Betrachtung sehr kleiner Objecte nicht mit sich bringt, häufiger vorkommen und frühzeitiger auftreten, als unter entgegengesetzten Verhältnissen. In dem anhaltenden Gebrauche zu scharfer Convexbrillen aber muss in Anbetracht der optischen Wirkung von Sammellinsen ein Moment liegen, welches einen gegebenen Grad von Presbyopie zu erhöhen im Stande ist. Dass in der That dem so sei, lehrt die tägliche Erfahrung.

Was hier Vermuthung ist, eine Schwäche des Accommodationsmuskels, wird in anderen, sehr häufigen Fällen im hohen Grade

wahrscheinlich und findet in dem Involutionsprocesse des greisen Körpers, namentlich in jenem des Muskelsystems älterer Individuen, sein genetisches Moment. Eine Vergleichung des Ciliarmuskels bei jugendlichen und alternden Individuen führt nämlich der Regel nach auf ansehnliche Differenzen in der Massenhaftigkeit zum Vortheile der ersteren und darf ich mich auf einige, freilich nicht sehr zahlreiche, mikroskopische Untersuchungen stützen, so muss ich Fettbildung mit nachfolgender Resorption der Muskelmasse als den nächsten Grund bezeichnen, also einen Process, welcher auch in den übrigen Muskeln des Greises, neuerer Zeit speciell in den Hilfsmuskeln des Auges, nachgewiesen worden ist.

Es sind also eigentlich zwei Momente, welche in der Genese der Fernsichtigkeit bei Greisen concurriren und, selbst physiologisch, die Presbyopie der späteren Altersperioden zu einem normalen Zustand stempeln. Und wahrlich, es bedarf beider Momente, soll die Zurückführung der Fernsichtigkeit auf Resistenzvermehrung des Krystalles in weiten Grenzen zulässig erscheinen.

Einerseits nämlich würde derselben eine nicht kleine Zahl von Fällen entgegentreten, in welchen die Fernsichtigkeit den äusseren Erscheinungen nach sehr rasch zur Entwickelung gekommen ist und namhafte Grade erreicht hat, wie dieses an Individuen jenseits der ersten Lebenshälfte thatsächlich gar nicht selten beobachtet wird, nach schweren Krankheiten, nach länger dauernden stark deprimirenden Gemüthsaffectionen und unter ähnlichen Verhältnissen. Die Langsamkeit, mit welcher Verdichtung des Krystalles einhergeht, schliesst letztere als alleinige Ursache der Presbyopie aus und es wird die Resistenzvermehrung der Linse hier nur insoferne von grosser Wichtigkeit, als sie blos ganz geringe Grade von Muskelschwächung in ihren Folgen viel auffälliger hervortreten macht. Vermehrung des Widerstandes, wenn er nicht ein sehr namhafter ist, schliesst nämlich die Möglichkeit der Überwindung von Seite eines normalen Accommodationsmuskels nicht aus. Wenn dieser aber geschwächt wird, wie es unter den genannten Umständen per analogiam wahrscheinlich wird, muss die Einrichtung des Auges für die Nähe eine weit schwierigere, als bei jugendlichen Augen, wenn nicht unmögliche werden und das ist eben Presbyopie im engeren Wortsinne.

Anderseits aber spricht sich das allmählige Nachlassen des Accommodationsmuskels in der Involutionsperiode und während der Entwickelung der Presbyopie zu deutlich symptomatisch aus, als dass man auch nur einen Augenblick an der Betheiligung des genannten Organes bei der Erzeugung der Fernsichtigkeit im Greisenauge zweifeln dürfte. Es geht nämlich in den meisten Fällen die Normalsichtigkeit unter den Erscheinungen der Asthenopie in die Presbyopie über, ja die Kopiopie tritt nirgends so eclatant in die Wahrnehmung, als in dem Auge älterer Individuen. Sie gehört ganz vornehmlich der späteren Lebensperiode an, und wenn sie bisweilen in der Jugend als Vorläufer der Presbyopie beobachtet wird, so sind die begleitenden Umstände der Regel nach von der Art, dass ein der Involution analoger Zustand des Muskels in hohem Grade wahrscheinlich wird, denn es findet sich dann der fragliche Gesichtsfehler entweder in Individuen, welche durch Krankheiten oder andere Verhältnisse körperlich stark herabgekommen sind, oder neben geringeren Graden von Irisatrophie oder endlich neben Paresen der betreffenden Nerven und neben Strabismus mit davon abhängiger Inanition des Auges.

Auch hier, wie bei der Kurzsichtigkeit, äussert sich die Asthenopie durch das Unvermögen, Objecte von einer gewissen kurzen Distanz längere Zeit zu fixiren, beim Schreiben, Lesen u. s. w. auszudauern, namentlich bei künstlicher Beleuchtung, die ihrer geringeren Intensität halber eine verhältnissmässig stärkere Annäherung der Objecte voraussetzt, sofort grössere Anstrengungen des Accommodationsmuskels nothwendig macht und daher auch schon bei einfacher Fernsichtigkeit sich oft durch den Bedarf an schärferen Sammellinsen zur Geltung bringt. Der Asthenopische findet nach einiger Zeit, dass die Objecte minder klar und deutlich zur Anschauung kommen. Umsonst wischt und drückt er die Augen, nur allmähliche Vergrösserung der Objectsdistanz führt zu einiger Verbesserung des Gesichtes. Immer weiter und weiter rückt er den Gegenstand vom Auge, bis endlich die Grösse des Netzhautbildes nicht mehr zureicht, um Detailwahrnehmungen zu vermitteln, oder aber bis die Abnahme der Erleuchtungsintensität des Objectes störend in den Weg tritt. Vergebens strengt er das Auge an, um für die erforderliche Nähe den dioptrischen Apparat einzurichten, die Objecte verschwimmen vor den Augen und bald macht sich das Gefühl der Reizung, des Druckes, der Völle im Auge

bemerkbar, um sich bei fortgesetzter Intention zu wahren Schmerzen zu steigern und selbst durch erhöhte Wärme und Injection der Ciliargefässe objectiv zu offenbaren. Einige Ruhe, Fernsehen ohne Fixation bestimmter Gegenstände retablirt wieder den Zustand, welcher vor Beginn der anstrengenden Beschäftigung gegeben war, der Kranke kann diese wieder ungehindert aufnehmen. Doch schon nach kürzerer Zeit treten die vorgenannten Erscheinungen auf und die Dauer der erforderlichen Ruhe wächst. Immer kürzer werden die Fristen für das Nahesehen und länger die zur Erholung nöthigen Pausen, bis endlich bei fortgesetzter Intention des Accommodationsmuskels die Reizung des ciliaren Gefäss- und Nervensystemes jeden weiteren Versuch, zu dem Geschäfte zurückzukehren, unmöglich macht. Es bedarf des Schlafes, ja selbst einiger Tage Ruhe, um das Auge wieder völlig zu retabliren.

Es ist klar, dass Forcirungen, wie sie bisweilen durch die Lebensverhältnisse der betreffenden Individuen nothwendig gemacht werden, zu Hyperaemien und in Folge deren selbst zu krankhaften Processen im Auge führen können, welche Functionsuntüchtigkeit der lichtempfindenden Theile nothwendig im Gefolge haben. Die Erfahrung lässt hierüber keinen Zweifel und in Anbetracht dessen haben sich auch viele hochgeachtete Oculisten bewogen gefunden, die Asthenopie als ein Übergangsstadium zur Amblyopie zu bezeichnen, ja selbe geradezu als eine Amblyopie zu erklären und als Amblyopia ex presbyopia, als Hebetudo visus, als Amblyopia muscularis u. s. w. zu beschreiben. Sie stützten sich nebstbei noch auf den Umstand, dass der Asthenopische während des Anfalles durch enge Kartenlöcher nahe Gegenstände nicht deutlicher wahrzunehmen im Stande sei; bedachten dabei aber den Reizzustand des Auges nicht und übersahen, dass der Kranke ferne Gegenstände deutlich sehe, sie aber schwer fixire und dass das Sehen durch ein Kartenloch eben ein Fixiren voraussetze.

Überdies ist der Übergang der Asthenopia presbyopica in Amblyopie keineswegs Regel, im Gegentheile Ausnahme. Der besorgte Kranke findet, nach Mitteln suchend, in Sammellinsen bald den gewünschten Behelf und überhebt so seinen Accommodationsmuskel der übermässigen Anstrengung, womit denn auch die Gelegenheit zum Hervortreten der Asthenopie beseitigt ist. Der gewöhnliche Ausgang der Asthenopie ist dann auch die Fernsichtigkeit im engeren Wort-

sinne. Eigentlich lässt sich die Asthenopie unter den genannten Umständen nur als eine Äusserung der Presbyopie betrachten.

Einsichtlicher Weise ist die Fernsichtigkeit mit Ausnahme weniger Fälle, in welchen das ursächliche Moment derselben beseitiget werden kann, einer Gradverminderung oder gar einer Heilung unfähig. Im Gegentheile, es liegen in der physiologischen Verdichtung der Linse und fortschreitenden Involution des Accommodationsmuskels genügende Gründe, um an eine stätige Zunahme derselben zu glauben, wofür denn auch der Umstand spricht, dass Presbyopische von Zeit zu Zeit gezwungen sind, die Brennweite ihrer Brille zu verkürzen. Zunahme der Fernsichtigkeit ist aber mit Abnahme des Accommodationsvermögens gleichbedeutend. Es scheint daher, als ob die ursächlichen Verhältnisse der Presbyopie einen endlichen Übergang derselben in völligen Mangel des Accommodationsvermögens nothwendig mit sich brächten.

Es ist jedoch nicht dem so. Einen gewissen Grad von Accommodationsvermögen behält das Auge der Regel nach bis in das höchste Alter, es wäre denn, dass die allmähliche Verdichtung der Linse Grade erreicht, welche bereits das Gegebensein eines Kernstaares begründen, oder aber dass Verhältnisse zufällig eintreten, welche auch im jugendlichen Alter eine Presbyopie mit völligem Mangel des Accommodationsvermögens herbeizuführen im Stande sind.

Als solche Verhältnisse müssen bezeichnet werden: Lähmungen des Muskels als Folge von Leitungshemmungen in den betreffenden Nerven, diese seien in was immer für Ursachen begründet; weiters Lähmungen des Muskels durch Inanition in Folge dauernder Vernachlässigung desselben, wie dieses besonders oft bei Strabismus vorkömmt; weiters Lähmungen des Muskels, wie selbe gar häufig durch krankhafte Vegetationsprocesse, namentlich durch Entzündung und Productbildung im Innern des Muskels und durch sofortige Atrophie seiner Fasern, gesetzt werden; Lageveränderungen der Iris durch Synechien und dadurch bedingte Unmöglichkeit, einen Druck auf die Ciliarfortsätze auszuüben; Verletzungen des Sphincters mit davon abhängiger Unfähigkeit desselben, dem Zuge der Längsfasern als Widerhalt zu dienen, vornehmlich Verletzungen, wie sie die Bildung einer künstlichen Pupille bei Integrität der Linse mit sich bringt; Mydriasis und Irideremie; Anheftung des Pupillartheiles der

Iris an die vordere Kapsel u. s. w., also eine lange Reihe von Zuständen, die übrigens noch nicht erschöpft ist und wahrscheinlich nicht so bald erschöpft werden wird, da mir einige Fälle von völligem Accommodationsmangel eines Auges bei jugendlichen Individuen vorgekommen sind, bei denen sich auch nicht die mindeste Andeutung des ursächlichen Momentes erörtern liess.

Es sollte unter diesen Umständen die absolute Sehweite des Auges eine nach aussen unbegrenzte, unendliche sein. Doch findet sich hier eine unendliche absolute Sehweite sehr selten, denn einerseits ist der Gesichtsfehler sehr gewöhnlich auf Ein Auge beschränkt und dieses wird vernachlässigt, worauf auch die Energie der Netzhaut bald abnimmt; andererseits ist die Abnahme des Lichtes durch Absorption und insbesondere häufig die mechanische Verengerung der Pupille mit dem darin begründeten Hervortreten des Beugungsspectrums dem Fernsehen entgegen. Endlich ist der dioptrische Fernpunkt des Auges nicht in allen Fällen ein unendlich weit abstehender und der Verlust des Accommodationsvermögens reducirt die absolute Sehweite eben nur auf die natürliche Sehlinie. Diese variirt aber bei verschiedenen Individuen mannigfaltig. Versuche mit solchen Augen angestellt, werden daher sehr differente Resultate bezüglich ihrer Tragweite geben und der Regel nach mit verschiedenen Brillen Objecte verschiedener Distanzen zur Wahrnehmung bringen.

Die Übersichtigkeit oder Hyperpresbyopie.

Sie schliesst sich unmittelbar an den vorhergehenden Gesichtsfehler an und stellt gleichsam nur einen höheren Grad desselben vor. Zahlreiche Übergänge verbinden beide mit einander, so dass es ganz unmöglich ist, eine andere als künstliche Trennung derselben vorzunehmen. Es erscheint in der Hyperpresbyopie der Fernpunkt des Auges über die positive Unendlichkeit hinausgerückt. Insofern die der absoluten Sehweite des accommodationstüchtigen Auges conjugirte Differenz der hinteren Vereinigungsweiten des dioptrischen Apparates stäts nur innerhalb sehr geringer Grenzen schwankt, muss auch der Nahepunktabstand des übersichtigen Auges ein grösserer, als jener des Presbyops sein. Das übersichtige Auge bedarf daher schon bei der

Betrachtung ferner Objecte einer gewissen Adaptionsanstrengung. In höheren Graden der Hyperpresbyopie aber reicht schon das Maximum des Accommodationsdruckes nicht mehr zu, um den dioptrischen Apparat selbst für unendlich ferne Gegenstände einzustellen. Die absolute Sehweite erscheint hier sofort bald als eine discontinuirliche, zum Theile positive, zum Theile negative, der Fernpunkt liegt hinter, der Nahepunkt vor dem Auge; bald aber, und das sind die ausgesprochensten Fälle von Übersichtigkeit, ist die absolute Sehweite ihrer ganzen Länge nach eine negative, bald längere, bald kürzere, je nach dem Grade des noch bestehenden Accommodationsvermögens und je nach der grösseren oder geringeren Annäherung des negativen Fernpunktabstandes.

Die optische Wesenheit der Übersichtigkeit liegt demnach darin, dass die Brennweite des dioptrischen Apparates bei völliger Ruhe des Accommodationsmuskels eine grössere ist, als der Abstand der Netzhautstabschichte von dem optischen Centrum der lichtbrechenden Medien; dass daher selbst nahezu parallel einfallende Strahlen nur unter Voraussetzung accommodativer Vermehrung des Refractionszustandes, oder unter gar keiner Bedingung, auf der Netzhautstabschichte zur Vereinigung gebracht werden können und sich hinter diesem Stratum zu Objectbildern concentriren; dass aber der dioptrische Apparat wohl für convergent auffallende Strahlen eingerichtet ist und sofort Gesichtsobjecte negativer Distanz zur Anschauung zu bringen vermöge.

Die Hyperpresbyopie niederen Grades charakterisirt sich demnach durch das Unvermögen des freien Auges, Objecte von mehreren Fussen Distanz klar und deutlich wahrzunehmen und durch den Bedarf accommodativer Thätigkeit, sobald es sich um scharfe Netzhautbilder weit entfernter Gegenstände handelt. Der Hyperpresbyops höheren Grades aber sieht nahe und ferne Objecte nur in Zerstreuungskreisen und keine Anstrengung des Accommodationsmuskels vermag den Durchmesser der die Netzhaut treffenden Zerstreuungskreise auf Null zu reduciren.

Die Grösse der Zerstreuungskreise bestimmt aber das Mass der mangelnden Schärfe und zum Theile auch der Deutlichkeit in den optischen Wahrnehmungen, wie ich dieses bereits erwähnt habe. Der Übersichtige muss daher, wenn er optischer

Hilfsmittel entblösst ist, in jeder möglichen Weise die Grösse der Zerstreuungskreise zu verkleinern suchen, um die Fehlerhaftigkeit seiner optischen Wahrnehmungen auf ein Kleinstes zu bringen und in der Wahl dieser seiner Behelfe liegen bereits Momente, welche die Diagnose des fraglichen Gesichtsfehlers zu leiten vermögen.

Die Zerstreuungskreise wachsen mit der Differenz zwischen der hinteren Vereinigungsweite der Strahlen und dem Abstande der Netzhautstabschichte vom optischen Centrum des dioptrischen Apparates. Doch ist dieses Wachsthum bei Integrität des Krystallkörpers in sehr enge Grenzen eingeschränkt, weil dann jene Differenz selbst nur innerhalb weniger Linien variabel ist und noch durch die Accommodation des Auges wesentlich verkleinert werden kann. Der Einfluss dieser Differenz auf die Grösse der die Netzhaut treffenden Zerstreuungskreise wird daher weithin überboten von jenem, welchen die Öffnung des dioptrischen Apparates ausübt. Der Übersichtige blinzelt desshalb beim Besehen näherer Objecte noch mehr, als der Myops und Verengerung der Pupille ist sein Hauptbestreben um so mehr, als eben kräftige Contraction des Iriskreismuskels Bedingung für ein Maximum des Accommodationsdruckes ist. Der Hyperpresbyops bedarf daher einer sehr starken Erleuchtung des Gesichtsfeldes, was ihn wesentlich von dem Kurzsichtigen unterscheidet. Die Erleuchtung des Gesichtsfeldes genügt jedoch nicht, auch das Object muss möglichst stark erleuchtet sein, um einerseits die Contrastwirkung zu erhöhen, anderseits aber, um den Ausfall in dem scheinbaren Glanz der Netzhautbilder, welcher aus der Verkleinerung der Öffnung des dioptrischen Apparates resultirt, zu decken. Der Übersichtige nähert daher die Objecte dem Auge sehr bedeutend, stellt sie in möglichst günstige Richtung zur Lichtquelle und wo es thunlich ist, auch senkrecht auf die optische Axe des Auges. In Anbetracht dessen findet man denn auch die Hyperpresbyopie in den Lehrbüchern, in welchen Praxis und Ungenauigkeit gleichbedeutend sind, mit der Myopie zusammengeworfen und als die höchsten Grade der Kurzsichtigkeit beschrieben, bei welchen Zerstreuungslinsen nichts mehr wirken.

Die natürliche Sehlinie des übersichtigen Auges ist eine negative und nimmt in Anbetracht des Verhältnisses, in welchem die conjugirten Vereinigungsweiten des dioptrischen Apparates

als eines Systems von Sammellinsen, zu einander stehen, um so rascher an Länge ab, je näher ihr dem Auge zugewandtes Ende, der Fernpunkt, der Netzhautstabschichte rückt. Sie ist der eine Factor, das Maximum des durch die Accommodationsthätigkeit variablen Refractionszustandes des Auges aber der andere Factor, welcher die Grösse der Differenz bestimmt, innerhalb welcher die hinteren Vereinigungsweiten des dioptrischen Apparates schwanken dürfen, soll ihre Zurückführung auf die Länge des Netzhautabstandes noch möglich sein. Dieser Differenz ist aber die absolute Sehweite des Auges conjugirt. Es wird letztere also eine um so grössere sein bei gleichem Fernpunktabstande, je grösser das Accommodationsvermögen ist, und bei gleicher Adaptionsfähigkeit des Auges, je weiter der Fernpunkt vom Auge absteht; Verhältnisse, welche sehr leicht einzusehen sind, wenn man sich das Auge als eine in ihren Krümmungsradien veränderliche Concavlinse vorstellt und sich die Objecte hinter der Netzhaut gelegen denkt.

Aus den Combinationen verschiedener Werthe für die Grösse des natürlichen Refractionszustandes und des Accommodationsvermögens ergeben sich begreiflicher Weise sehr differente Lagen und Längen der absoluten Sehweite und es sind diese Unterschiede gross genug, um die Aufstellung einer negativen Myopie und Presbyopie in reiner Form sowohl, als in Vergesellschaftung mit Schwäche und völligem Mangel der Einrichtungsfähigkeit zu rechtfertigen. Damit ist aber auch schon die Bestimmung des Nahe- und Fernpunktes als Bedürfniss ausgesprochen.

Einer solchen Bestimmung genügen jedoch offenbar Augenspiegel nicht, da sie höchstens das Überwiegen der Brennweite des dioptrischen Apparates über die Länge des Netzhautabstandes herausstellen. Unter den Optometern kann höchstens der Stampfer'sche zu Resultaten führen, da bei den übrigen die Objectsdistanz eine positive und kleine ist. Aus demselben Grunde erscheint aber auch die von mir vorgeschlagene Scala unbrauchbar. Sie könnte höchstens zur Bestimmung des Nahepunktabstandes dienen, wird aber auch da nur sehr schwankende Resultate geben, da dieser Abstand im hyperpresbyopischen Auge, wenn er überhaupt ein positiver ist, jederzeit einen namhaften Werth besitzt, einen Werth, welcher schon sehr grosser Differenzen fähig ist, ohne in der Länge der hinteren conjugirten Vereinigungsweiten fühlbar zu werden und

damit auch so kleine Unterschiede in der Grösse der die Netzhautstabschichte treffenden Zerstreuungskreise bedingt, dass dieselben gleichsam verschwinden, insbesondere, da die Dickendurchmesser der Stäbe und Zapfen in Betracht kommen; daher es denn auch geschehen kann, dass eine z. B. 15 Fuss entfernte Schrift von entsprechender Grösse noch ziemlich deutlich und scharf gesehen wird, obwohl der Nahepunktabstand des Auges ein negativer, aber sehr grosser ist.

In Anbetracht dieser Umstände erlangen die Ergebnisse, welche Versuche mit Brillengläsern liefern, einen hohen Werth und dieses zwar trotz der ihnen anklebenden Mängel.

Das Maximum des Accommodationsdruckes reicht in übersichtigen Augen nicht zu, um nur einigermassen divergirende Strahlen auf der Netzhautstabschichte zur Vereinigung zu bringen, ja in den meisten Fällen ist schon die Einrichtung für parallel einfallende Strahlen unmöglich, das Maximum der Refraction im dioptrischen Apparate genügt nur für gewisse negative Distanzen. Insoferne aber die, grossen positiven und grossen negativen Distanzen conjugirten, hinteren Vereinigungsweiten des dioptrischen Apparates nahezu zusammenfallen, wird es im Interesse der Verständlichkeit und leichteren Übersicht erlaubt sein, den Betrachtungen über die Leistungsfähigkeit von Brillen bei Hyperpresbyopie eine rein negative Sehweite zu Grunde zu legen.

Da die Objectsdistanz unter allen Verhältnissen eine positive bleiben muss, ist es von selbst verständlich, dass Zerstreuungslinsen ausgeschlossen seien, sobald es sich um Correction einer Übersichtigkeit handelt, dass nur Sammellinsen diesem Zwecke entsprechen können, indem nur diese bei positiver Objectsdistanz scheinbare Bilder in der absoluten Sehweite des hyperpresbyopischen Auges zu erzeugen vermögen. Es ist aber auch klar, dass Sammellinsen nur von solchen Objecten scharfe und deutliche Wahrnehmungen vermitteln können, deren Abstand von der Linse ein grösserer oder aber, bei discontinuirlicher absoluter Sehweite, ein nur um sehr wenig kleinerer ist, als die Linsenbrennweite.

Schon hierin liegt eine sehr bedeutende Beschränkung bezüglich der Wahl einer passenden Linse. Da nun aber die Aufgabe einer



Brille ist, eine möglichst lange absolute Sehweite des brillenbewaffneten Auges zu erzielen, liegt es klar am Tage, dass nur eine Sammellinse als passend bezeichnet werden könne und dass dieses jene sei, welche der gegebenen, negativen absoluten Sehweite die grössten Distanzunterschiede conjugirt. Es ist aber auch klar, dass die hinteren Vereinigungsweiten dieser gefundenen Brille die Länge und Lage der absoluten Sehweite bezeichnen.

Wäre die negative absolute Sehweite des übersichtigen Auges der Lage und Länge nach gleich der positiven absoluten Sehweite des normalen Auges, d. h. stünde der Fernpunkt des übersichtigen Auges in der Distanz des normalen Nahepunktes hinter dem optischen Centrum des Lichtbrechungsapparates und wäre der Nahepunkt des Hyperpresbyops ein negativ unendlicher, so wäre die gesuchte Verwandlung der negativen Sehweite in die normale positive durch eine Sammellinse zu bewerkstelligen, deren Brennweite gleich ist dem normalen Nahepunktabstande. Nur die Unmöglichkeit, die Brille unmittelbar an die Hornhaut heranzurücken, würde dann als ein, die absolute Sehweite verkürzendes Moment functioniren. Jede schwächere Brille würde den positiven Nahepunktabstand des brillenbewaffneten Auges vergrössern, jede schärfere den Fernpunkt hereinrücken und sofort um so grössere Ausfälle in der Länge der absoluten Sehweite erzeugen, je grösser der Unterschied in der Brennweite ist.

So kleine Abstände des negativen Fernpunktes kommen jedoch im übersichtigen Auge nicht immer vor, und wenn sie gegeben sind, setzen sie ein, dem normalen völlig gleich kommendes, also sehr bedeutendes Accommodationsvermögen voraus, soll der negative Nahepunktabstand ein unendlich grosser werden. Dieser Bedingung ist in der Natur aber nur sehr selten entsprochen, es paart sich meisthin Kürze des negativen Fernpunktabstandes mit Kürze der negativen Nahepunktdistanz (negative Kurzsichtigkeit) und wo der Nahepunktabstand ein sehr grosser unendlicher ist, dort erscheint auch der Fernpunkt gewöhnlich weit hinausgeschoben (negative Fernsichtigkeit); während auch an Fällen kein Mangel ist, in welchen die relativ kurze, negative absolute Sehweite gleichsam die Mitte hält zwischen den erwähnten beiden Extremen und sofort einen Zustand charakterisirt, der wegen Abgang eines

besseren Namens einstweilen negative Mittelsichtigkeit heissen möge.

Die Bestimmung der absoluten Sehweite und sofort auch die Unterscheidung dieser drei künstlich getrennten und ohne deutliche Grenze in einander übergehenden Grade der Übersichtigkeit unterliegt keinen Schwierigkeiten. Die um den Abstand der Brille vom Auge verminderte Brennweite der schärfsten Sammellinse, mit welcher der Hyperpresbyopische noch sehr ferne Gegenstände von hinlänglichem wirklichen Glanze, am besten Himmelskörper, in klaren und deutlichen Bildern wahrzunehmen fähig ist, gibt die Lage des Fernpunktes. Die kürzeste Distanz aber, in welcher das betreffende Auge mit derselben Sammellinse Objecte von entsprechender Grösse und Erleuchtung in scharfen und deutlichen Bildern zur Anschauung zu bringen vermag, ist dem, um den Brillenabstand vermehrten Abstande des Nahepunktes conjugirt.

Ich sage „Objecte von entsprechender Grösse" und beziehe mich damit auf das, was ich bei Gelegenheit der Myopie in Betreff der Bestimmung des Nahe- und Fernpunktes gesagt habe, erinnernd, dass übermässige Kleinheit des Netzhautbildes Detailwahrnehmungen unmöglich macht, auch wenn das Netzhautbild ein völlig scharfes und hinlänglich lichtstarkes wäre; dass aber grosse Netzhautbilder selbst bei ziemlich verschwommenen Umrissen noch die Unterscheidung des Details gestatten und sofort ein Erkennen des Objectes möglich machen. Eine Art Massstab, welchem die optischen Wahrnehmungen des normalen freien Auges zu Grunde liegen, erscheint sofort bei der Beurtheilung des übersichtigen Auges nach seiner Tragweite von Wichtigkeit. Einen solchen Massstab liefert eben die oben beschriebene Scala. Das Verhältniss, in welchem die conjugirten Vereinigungsweiten der Brille zu einander und zu der Accomodationslinie des Auges stehen, macht sie verwendbar sowohl zur Bestimmung des Nahe- als des Fernpunktes, wenigstens so weit es sich nicht um mathematisch genaue, sondern nur praktisch brauchbare Resultate handelt.

Die unvermeidliche Vergrösserung der Netzhautbildgrösse durch die Sammellinse macht jedoch bei Bestimmung der Grenzgrösse eine Correctur nothwendig, welche zur Zeit aber nur annähernd und schätzungsweise möglich ist, indem der Vergrösserungscoëfficient von mehreren, in den einzelnen Fällen zum Theile noch unbestimmbaren, Werthen abhängig ist und mit diesen sehr stark variirt.

Für das freie, normale Auge ist wieder $a = A . \frac{n p_1}{n_1 p}$ und wenn v den Abstand des Objectes von der Vorderfläche einer Sammellinse und c deren Abstand vom Auge bedeutet, ist in Übereinstimmung mit den früher angewandten Formeln

$$a = A . \frac{n p_1}{n_1 (v + c)}.$$

Für das brillenbewaffnete Auge aber erscheint

$$a = A_1 . \frac{n p_1}{n_1 p} = A_1 . \frac{n p_1}{n_1 (v_1 - c)}$$

und weil

$$A_1 = \frac{A v_1}{v} = A . \frac{b}{v - b}$$

ist, ergibt sich

$$a = A . \frac{v_1}{v} . \frac{n p_1}{n_1 (v_1 - c)} = A . \frac{v_1}{v_1 - c} . \frac{n p_1}{n_1 v}.$$

Am kleinsten ist diese Abweichung der Netzhautbildgrösse bei der negativen Fernsichtigkeit, wenn es sich um grössere Objectsdistanzen handelt. Selbst bedeutendere Abstände der Brille vom Auge werden dann in ihrem Einflusse wenig merklich und der Refractionszustand des Auges kömmt jenem der Norm sehr nahe.

Grösser ist der Einfluss des Brillenabstandes bei negativer Fernsichtigkeit, wenn nahe Objecte zur Wahrnehmung gebracht werden sollen und bei negativer Kurzsichtigkeit, wo er mit der Annäherung des Objectes steigt und nur durch möglichste Verringerung der Entfernung der Brille vom Auge einigermassen geschwächt werden kann.

Im Allgemeinen kann man also wohl sagen, dass die Abweichung der Netzhautbildgrösse von der Norm steige, wenn die Brennweite der vor das Auge aufgepflanzten Sammellinse abnimmt. Es verdient dieselbe die grösste Beachtung, indem die Brennweite der in jedem Falle erforderlichen Brille nicht allein abhängig ist von dem Refractionszustande des Auges und sofort als eine jeweilig unveränderliche erscheint; sondern in Anbetracht des gewöhnlich verminderten Accommodationsvermögens auch von der Distanz des Objectes beeinflusset wird und zwar so bedeutend, dass Übersichtige der Regel nach mit keiner Brille für alle Distanzen ausreichen, sondern deren zwei oder selbst mehrere benöthigen, soll das Auge sowohl für die Ferne als Nähe accommodationsfähig werden.

Es wird dieses Jedermann einleuchten, wenn er in Erwägung zieht, was ich von der Lage und Länge der absoluten Sehweite der Übersichtigen mitgetheilt habe und wenn er damit das Verhältniss der conjugirten Vereinigungsweiten in Sammellinsen in Vergleich bringt. Es kann ihm dann nicht entgehen, was auch Versuche am Hyperpresbyops herausstellen, dass zum Nahesehen bei einer und der anderen Art der Übersichtigkeit eine schärfere Sammellinse, als die vorhin discutirte erfordert werde, und zwar eine, verhältnissmässig zu dieser letzteren um so schärfere, je nähere Objecte der Hyperpresbyops zur klaren und deutlichen Wahrnehmung bringen will.

Die nosologischen Momente der Übersichtigkeit sind ganz geeignet, diese Verhältnisse in noch helleres Licht zu stellen. Sie lassen sich wieder leicht nach jenen drei Factoren, welche die Grösse der Ablenkung einfallender Lichtstrahlen im reducirten Auge bestimmen, gruppiren und so im Interesse eines leichten Überblickes behandeln.

Die natürliche Sehlinie ist die, dem Abstand und der Dicke der Netzhautstabschichte conjugirte Differenz der vorderen Vereinigungsweiten des dioptrischen Apparates bei völliger Ruhe des Accommodationsmuskels. Vergrösserung jenes Abstandes bringt unter übrigens normalen Verhältnissen die Kurzsichtigkeit zu Stande, Verkürzung desselben aber kann bei gleichen Voraussetzungen nur zur Übersichtigkeit führen, nicht aber zur Weitsichtigkeit, da bei dieser die natürliche Sehlinie mit jener der Norm übereinkömmt.

Eine Verkürzung der optischen Augenaxe bei völliger Integrität der das Licht brechenden und empfindenden Theile kann nach meinen so zahlreichen anatomisch-pathologischen Untersuchungen kaum durch krankhafte Processe im Bulbus bedingt werden, es erscheint ein solcher Vorgang mindestens sehr unwahrscheinlich, und es dürfte jene sofort kaum anderswo, als in abnormer Entwickelung des Auges ihre Begründung finden. Leider fehlen bezügliche Messungen noch ganz, nur Vermuthungen lassen sich über die Beziehung vorkommender Fälle von Übersichtigkeit zu normwidriger Axenlänge des Auges aufstellen. Doch entbehren diese Vermuthungen nicht jeder erfahrungsmässigen Basis; in einer nicht ganz bedeutungslosen Zahl der von mir untersuchten Fälle glaube ich eine auf-

fallende Kleinheit und besonders ein Tiefliegen der Augen in ursächlichen Zusammenhang mit der vorhandenen Hyperpresbyopie stellen zu dürfen, um so mehr, als sich sonst keine Spur einer Abweichung fand, und nebstbei auch ein ganz ausgezeichnetes Accommodationsvermögen des mit der passenden Brille bewaffneten Auges nachweisen liess, was einigermassen Bürge für die Normalität des dioptrischen und accommodativen Apparates ist. Dass scheinbare Kleinheit des Auges und ein Tiefliegen desselben nicht stets mit Übersichtigkeit gepaart sind, kann begreiflicher Weise nicht als Gegengrund gelten, eben so wenig als der Umstand, dass die Hyperpresbyopie auch in scheinbar normal gebildeten, ja selbst in grossen und vorspringenden Augen getroffen werde. Denn einerseits liegen in den Schwankungen der beiden anderen in Rede stehenden Factoren Momente der Correction, anderseits aber Momente einer selbstständigen Entwickelung der Übersichtigkeit bei Normalität der Axenlänge des Auges.

Besonders mächtig bezüglich des Einflusses auf die Lichtbrechung im Auge erweisen sich Verlängerungen des Hornhautradius, Abflachungen der Hornhaut, wie selbe so überaus häufig im Gefolge von Narbeneinlagerungen in das Cornealgewebe getroffen, noch häufiger aber wegen ihrer geringen Auffälligkeit für das freie Auge übersehen und bisher noch völlig missachtet worden sind. Die vorausgeschickte Erörterung des Causalzusammenhanges zwischen Krümmungsvermehrungen und den höchstgradigen, nahezu correctionsunfähigen Myopien überhebt mich der Nothwendigkeit, in eine specielle Betrachtung der optischen Folgen einer Hornhautverflachung einzugehen. Diese ergeben sich aus jener. Sie sind um so bedeutender, als der Krümmungsabweichung der Cornea eine Verkürzung der optischen Axe parallel geht, weiters aber die, der Narbenbildung vorausgehenden und sie bedingenden Substanzverluste der Hornhaut sehr oft mit Entleerung des Krystallkörpers gepaart sind oder späterhin die Entfernung der getrübten Linse aus der Sehaxe nothwendig machen; überdies endlich meisthin Einlöthung von Iristheilen in die Cornealnarbe gesetzt und sofort die Möglichkeit einer Correction des Gesichtsfehlers durch accommodative Thätigkeit aufgehoben wird.

Die Entfernung des Krystallkörpers aus der Sehaxe präsentirt gleichsam den dritten unter den die Hyperpresbyopie

begründenden Factoren. Alle übrigen auf den Refractionscoëfficienten des reducirten Auges influenzirenden Verhältnisse verschwinden beinahe gegenüber dem Mangel der Linse. Nur bedeutendere Abflachungen dieses Organes, wie selbe bisweilen in Folge partieller staariger Zerfällniss mit sofortiger Aufsaugung des Magma's und Zurücklassung durchsichtiger Krystallschichten gesetzt werden, treten mit ihnen in gleiche Rangordnung, während sie überdies, gleich den Cornealverkrümmungen ein nosologisches Moment des sogenannten Visus *incorrectus* abgeben können.

Die Häufigkeit des grauen Staares und seiner Operationen, sowie künstlicher Pupillenbildungen mit Zerstörung des Krystalles machen das in Rede stehende Moment zur ergiebigsten Quelle der Hyperpresbyopie. Nicht Weitsichtigkeit, wie man glaubt, sondern Übersichtigkeit und zwar hochgradige Übersichtigkeit ist das Ergebniss künstlicher oder durch krankhafte Processe bedingter Entfernungen des Krystalles aus der Sehaxe des Auges. Es ist den betreffenden Kranken ein scharfes und deutliches Sehen in keine positive Entfernung ermöglichet, ihre absolute Sehweite ist der ganzen Länge nach eine negative. Eine Betrachtung der Lichtbrechungsverhältnisse in solchen Augen stellt dieses klar heraus. Sie ergibt aber auch die Unwahrscheinlichkeit einer genügenden Correctur durch Änderung der anderen, die Refraction im Auge beeinflussenden Factoren.

Es ist nämlich die Brennweite der Cornea 13'''35 und die hintere Vereinigungsweite derselben für einen Objectsabstand von 100''' beträgt 14'''93. Dass eine Axenverlängerung des Auges durch Ausdehnung der Sklera unter solchen Umständen selbst, wenn sie ohne gleichzeitige Abflachung der Cornea möglich wäre, ungenügend ist, bedarf wohl keines Beweises. Dass aber krankhafte Veränderungen der Hornhautkrümmung den Verlust der Linse aufwiegen, ja weit überbieten können bezüglich des Einflusses auf die Strahlenbrechung, versteht sich von selbst. Schon eine Verkürzung des Hornhautradius um 0'''881 würde hinreichen, um im linsenlosen Auge unendlich ferne Objecte in scharfen und deutlichen Bildern auf der Netzhaut abzuspiegeln, wenn auch eine solche Ausdehnung eine Axenverlängerung des Auges nicht voraussetzen würde. Der Brechungsindex M des reducirten Auges für $D = \infty$, $F = 13 \cdot 35$ und $R = 3 \cdot 455$ erscheint nämlich

$$M = \frac{F}{F - R} = 1 \cdot 35.$$

Aus der Formel $(1 - m)\,r - md = f$ ergibt sich aber, wenn $F = 9'''934$, $M = 1 \cdot 35$ und $D = \infty$ gesetzt wird, wo $F = \frac{1}{f}$ die Axenlänge des Auges ist, und $M = \frac{1}{m}$, $D = \frac{1}{d}$, $R = \frac{1}{r}$ gesetzt wird

$$R = \frac{(M-1)\,F}{M} = 2'''575.$$

Eine solche Verkürzung des Hornhautradius bringt aber ein Hervortreten des Cornealcentrums und sofort eine Axenverlängerung des Auges um nahezu $0'''5$ mit sich, wie sich leicht durch Substitution des Werthes $2 \cdot 575$ in die Formeln der Note (S. 228) berechnen lässt. Es bedarf also einer viel geringeren Verkürzung des Hornhautradius, um den Verlust des Krystalles optisch zu neutralisiren, die negative natürliche Sehlinie sofort in eine positive zu verwandeln und der Möglichkeit eines solchen Vorkommnisses steht nichts mehr im Wege. Allein ein Accommodationsvermögen zu begründen, ist eine solche Ausdehnung der Cornea unfähig und es fällt sofort dieses Moment gerade dort als Erklärungsgrund weg, wo es die scheinbar sehr bedeutende Länge der absoluten Sehweite am nothwendigsten macht. Überdies findet eine solche Ausdehnung ihre Bedingungen nur in krankhaften Verhältnissen, in Verminderung der Resistenz des Cornealgefüges mit sofortiger relativer Verstärkung des auf die Hornhauthinterwand wirkenden hydrostatischen Druckes. Ihr Mass liegt daher nicht in der Willkür des übersichtig Gewordenen und es ist daher unwahrscheinlich, dass sie sich, auch nur in wenigen Fällen, gerade auf den, durch die Lichtbrechungsverhältnisse des Auges begründeten Bedarf beschränken werde, dass sie also hier überhaupt von sonderlichem Belang sei. Auch die Vorwölbung der Hinterkapsel mit dem Glaskörper, wie ich sie als nach Staarextractionen vorkommend nachgewiesen habe, reicht nicht aus, um eine besonders merkliche Verkleinerung der die Netzhaut treffenden Zerstreuungskreise zu ermöglichen. Nimmt man nämlich den Abstand q des Centrums von der Hinterfläche der Hornhaut $q = 1$ und den Krümmungsradius R der vorgewölbten Vorderfläche des Glaskörpers $R = 2'''$, was wohl die Grenze der Möglichkeit erreicht, so ergibt sich mit Berücksichtigung des relativen Brechungsexponenten $M = \frac{1 \cdot 339}{1 \cdot 337}$ und $m = \frac{1 \cdot 337}{1 \cdot 339}$ wegen $D = \frac{1}{d} = 13'''35$

$$(1 - m)\,r + md = f = 0 \cdot 0765 \text{ und } F = 13'''07.$$

Es ist zwar wahr, dass Fälle zur Beobachtung kommen, in welchen trotz dem Abhandensein der Krystallinse noch ziemlich deutliche Wahrnehmungen ferner oder naher Objecte, ja selbst ein Sehen in sehr verschiedenen Distanzen und sogar das Lesen von kleinerer Druckschrift ermöglicht ist. Allein das sind ausserordentlich seltene Fälle, und sie wurden viel zu wenig genau bisher untersucht, als dass man sie als Beweise für das Zustandekommen scharfer Bilder

auf der Netzhaut verwenden könnte. Es bleibt der Zukunft vorbehalten, durch Gewinnung von Zahlenwerthen eine Basis für wahre naturwissenschaftliche Erörterungen zu gewinnen. Mittlerweile bleibt blos Vermuthungen ein Spielraum, und darf man Analogien trauen, so ist hier, wie bei den übrigen ätiologischen Formen der Übersichtigkeit, das Spiel der Pupille und deren Einfluss auf die Grösse der Zerstreuungskreise der gesuchte Behelf. In der That erscheint völlige Freiheit der Pupillenbewegungen als die Bedingung, unter welcher sich nach Verlust der Linse ein relativ so vortreffliches Sehvermögen zu retabliren vermag.

Es ist einleuchtend, dass Axenverkürzungen des Auges, sowie Abflachungen der Hornhaut, wenn sie nicht mit Anomalien im Krystalle oder in dem Accommodationsmuskel combinirt sind, der Adaptionsthätigkeit des Auges keinerlei Hindernisse in den Weg legen können. Wirklich beurkundet sich auch der Bestand eines Accommodationsvermögens sehr oft unter solchen Umständen, wenn das Auge mit einer passenden Sammellinse bewaffnet ist. Er beurkundet sich durch die Länge der absoluten Sehweite, respective durch das Vermögen, scharfe und deutliche Wahrnehmungen von Objecten zu vermitteln, die vermöge ihres Distanzunterschiedes und ihrer Lage kaum in eine und dieselbe Accommodationslinie fallen können.

Immerhin ist jedoch unter diesen Verhältnissen der Bestand eines, dem normalen gleichkommenden Accommodationsvermögens ein mehr als seltener Befund, in den allermeisten Fällen spricht sich eine Schwäche der Adaptionsfähigkeit, ja selbst ein völliger Mangel des Einrichtungsvermögens klar aus, wie schon die in der Natur begründete Eintheilung der Übersichtigkeit in eine negative Kurz- und Weitsichtigkeit, sowie in eine negative Mittelsichtigkeit klar darthut.

Als die pathogenetischen Momente einer solchen Schwächung oder Aufhebung der Einrichtungsfähigkeit fungiren natürlich dieselben Verhältnisse, welche ich bei Gelegenheit der Myopie und Presbyopie namhaft gemacht habe. Aber auch der Verlust des Krystalles ist ein solches Moment. Die Linse ist ja eben der Träger des Accommodationsvorganges und es mangeln dem Auge weitere Behelfe, um seine Sehlinie der Lage und Länge nach merklich zu ändern. Versuche mit Staaroperirten, wenn ihr Auge mit

der entsprechenden Brille bewaffnet ist, weisen dieses unzweifelhaft nach, vorausgesetzt natürlich, dass dabei die Länge und Lage der Accommodationslinie berücksichtiget wird. Und wo ein solches Vermögen zu bestehen scheint, dort dürfte wohl wieder nichts anderes, als die Verkleinerung der Öffnung des dioptrischen Apparates und sofort auch der die Netzhaut treffenden Zerstreuungskreise den Erklärungsgrund abgeben.

Es ergibt sich dieses aus nachstehender Betrachtung. Es sei ein reducirt gedachtes Auge durch eine Sammellinse von 36‴ Brennweite, bei einem Abstand $c = 6'''$ derselben von der Trennungsfläche, für unendlich entfernte Gegenstände adaptirt. Weil $R = 3'''456$, $F = 9'''934$, $-D = 30'''$ ist, erscheint sofort der Brechungsindex M des homogen gedachten dioptrischen Mittels im reducirten Auge

$$M = \frac{F(R-D)}{D(R-F)} = 1 \cdot 356.$$

Aus der Formel $\frac{n_1}{p_1} - \frac{n}{p} = \frac{n_1}{f_1}$ lässt sich durch Substitution $M = n_1$, $D = p$ und $F = p_1$

$$f_1 = \frac{n_1 p_1 p}{n_1 p - n p_1} = 13'''11$$

finden und durch Addition der Netzhaut-Zapfenlänge $= 0'''036$ zu p_1 auch die betreffende Accommodationslinie berechnen. Für $p_1 = 9 \cdot 934 + 0 \cdot 036 = 9'''97$ und $f_1 = 13 \cdot 11$ ergibt sich nämlich

$$p = \frac{n p_1 f_1}{n_1 (p_1 - f_1)} = -30'''69.$$

In Bezug auf die Brille und deren Abstand von der Trennungsfläche des reducirten Auges ergibt sich nun $v_1 = 36 \cdot 69$ und wegen $b = 36$ ist

$$v = \frac{v_1 b}{v_1 - b} = 1914'''26 = 13'3.$$

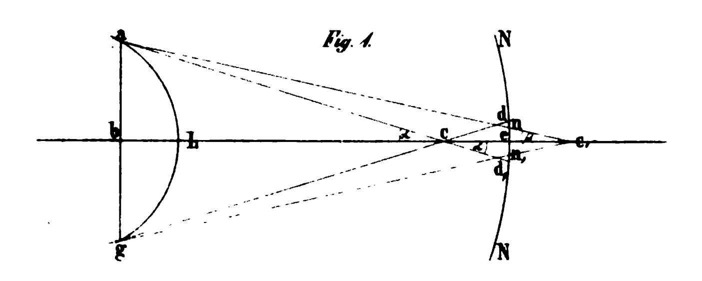
Die natürliche Sehlinie des brillenbewaffneten Auges würde unter solchen Verhältnissen also von ∞ bis $13'3$ reichen.

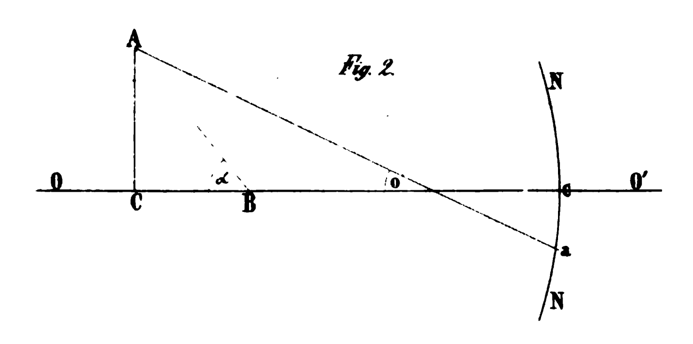
Um das mit der genannten Brille bewaffnete Auge für Objecte von 120‴ Distanz zu accommodiren, müsste eine willkürliche und ohne alle Abflachung der Hornhaut vor sich gehende Verlängerung der Augenaxe von $0'''876$ ermöglicht sein, denn für $v = 120'''$ und $b = 36'''$ erscheint

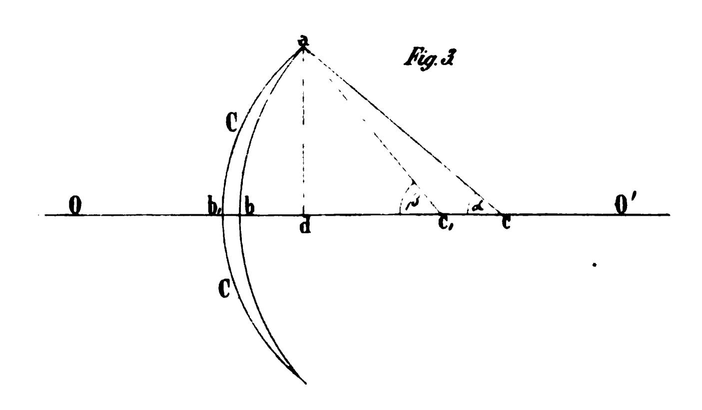
$$v_1 = \frac{vb}{v-b} = 51'''43$$

und

$$v_1 - c = -p = 45'''43;$$







Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.
Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. XVI Bd. 1 Heft. 1855.

Taf. II.

D = 15′

D = 14′

D = 13′

D = 12′

D = 11′

D = 10′

D = 9′

D = 8′

D = 7′

D = 6′

D = 5′

D = 4′

D = 3′

D = 2′

D = 18″

D 12″ bis 10″

D 8″ — 6″

D 5″ — 1″

Aus d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei.

wegen $n_1 = 1 \cdot 356$ und $f_1 = 13'''11$ erscheint demnach $\frac{n_1}{p_1} - \frac{n}{p} = \frac{n_1}{f_1}$ und

$$p_1 = \frac{n_1 p f_1}{n_1 p + n f_1} = 10'''81$$

$$10 \cdot 81 - 9 \cdot 934 = 0 \cdot 876.$$

Eine relativ so bedeutende Verlängerung der optischen Axe liegt aber ausser den Grenzen der Möglichkeit. Verkürzungen des Halbmessers der Hornhautkrümmung würden nun wohl freilich zureichen, um eine Accommodation für jede beliebige Distanz zu ermöglichen. Allein wo liegen die mechanischen Momente für einen willkürlichen Gestaltwechsel der Cornea?

Eine einfache Betrachtung der anatomischen Verhältnisse des Auges lässt schon die Unmöglichkeit eines solchen Vorganges erkennen und der factische Nachweis der jeweiligen Unveränderlichkeit der Cornealkrümmung durch parallaktische Messungen schliesst die Hornhaut als Accommodationsapparat völlig aus.

Es bleibt daher nichts, als etwaige Krümmungsveränderungen in der Wölbung der vorgebauchten Vorderfläche des Glaskörpers übrig, um eine Accommodation im krystallberaubten Auge zu erklären. Die Beziehungen des Accommodationsmuskels und der Ciliarfortsätze zu dem Umfang der Glaskörper-Vorderfläche machen in der That eine Adaption des Auges auf diese Weise denkbar. Es frägt sich nur, ob solche Gestaltwechsel zureichend seien oder nicht; und eine Berechnung ergibt als Resultat das Letztere. Ist nämlich das virtuelle Bild der Sammellinse 45''' hinter der Vorderfläche der Cornea gelegen, so ergeben die Stampfer'schen Formeln für die Vereinigungsweite der Cornea 11'''69. Nimmt man nun den Abstand des Centrums der Glaskörper-Vorderfläche von der Hinterfläche der Cornea einer Linie gleich, so dass die Distanz F der Netzhaut $F = 8'''53$ und der Abstand D des virtuellen Bildes von der brechenden Fläche des Glaskörpers $-D = 10'''69$ wird, so ergibt sich wegen $M = \frac{1 \cdot 339}{1 \cdot 337} = 1 \cdot 0015$ aus

$$(1 - m)\, r + m\, d = f$$

$$R = \frac{F D (M - 1)}{M D - F} = 0'''0128,$$

was wohl jeden weiteren Beweis für die Unzulänglichkeit der Glaskörperwölbung bezüglich des Accommodationsvorganges unnöthig macht.

VERZEICHNISS

DER

EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(APRIL.)

Akademie, k. preuss. d. Wissenschaften, Monatsbericht, 1855, März.

Bell, Thomas, Address, read at the anniversary meeting of the Linnean Society. 1854; London 1854; 8°.

Bertelli, Timoteo e Palagi, Alessandro, Esperienze sulla distribuzione delle correnti elettriche nei conduttori. Bologna 1855; 8°.

Cimento, il nuovo, Giornale di fisica etc. Nr. 3.

Caffi, Francesco, tre novelle inedite (ed. da Andrea Tessier). Venezia 1855; 8°.

Cicogna, Em. Lettera del preteso sepolcro in Venezia di Francesco Carmagnola, al Cav. Prof. P. A. Paravia. (s. l. et d.)

Cornalia, Em. L'eria o il bruco del ricino (Saturnia cynthia Dr.) ne suoi rapporti scient. ed industriali. Milano 1855; 4°.

— Monografia del Bombice del gelso. Milano 1854; 4°.

Cosmos. 14—16.

Effemeridi astronomiche di Milano. 1855; 8°.

Frisiani, Paolo, Ricerche sopra alcune serie astronomiche. Milano 1854; 4°.

Faraday, On some points of magnetic philosophy. (Philos. Magazine 1855. Febr.)

Förstemann, E., Altdeutsches namenbuch. Bd. I, Lief. 4 und 5.

Gesellschaft, k. k., der Ärzte zu Wien, Zeitschrift der, Jahrg. X, Nr. 12 und Jahrg. XI, Nr. 1—4.

Gesellschaft, k. k., der Ärzte zu Wien. Wochenblatt der Zeitschrift, Nr. 1 — 16.

Heyfelder, J. F. Über Resectionen und Amputationen. Breslau 1854; 4°.

Hye, Anton v., Das österreichische Strafgesetz über Verbrechen &c. Bd. I, Lief. 9.

Nachrichten, astronomische. 954 — 957.

Observations made at the magnetical and meteorolog. Observatory of the Cape of good Hope. Vol. I, London 1851; 4°.

Observations made at the magnet. and meteor. Observatory of Toronto. 2 Vol., London 1853; 4°.

Observations made at the magnet. and meteor. Observatory at Hobarton. 3 Vol. London, 1850; 4°.

Observations on days of unusual magnetic disturbance made at the British Colonial magnetic observatories. Vol. I, London 1851; 4°.

Observations made at the magnet. and meteor. Observatory at St. Helena. Vol. I, London 1847; 4°.

Palomba, Luigi, Le uve si possono salvare dal Funghetto parassito. Napoli 1855; 8°.

Památky archaeologické a místopisné a. t. d. Dfl I., sešitek 5., 6.

Pollidori, Filippo Luigi, Lettera intorno a 3 racconti sincroni della presa di Negroponte fatto dai Turchi nel 1170 al Cav. Cicogna etc. (Archivio stor. Ital. T. IX. Append.)

Quenstedt, Fr. Aug., Lepidotus im Lias E. Württembergs. Tübingen 1847; 4°.

Quenstedt, Fr. Aug., Beiträge zur rechnenden Krystallographie. Tübingen 1848; 4°.

— Ueber Pterodactylus suevicus im lithograph. Schiefer Würtemberg's. Tübingen 1855; 4°.

Sabine, Edw., On some of the results obtained at the british colonial Magnetic observatories (s. l. et d.).

Santini, M. E., Annotazioni intorno alla cometa periodica di Biela ed alla 3 cometa del 1854. Venezia 1855; 8°.

Schott, H., Araceen Betreffendes. Heft 1, 2. Wien 1854; 8°.

Schott, H. Aroideae. Nr. 2.

Société géologique de France. Bulletin, 1854. T. XII, Feuill. 1—7.

Society, Asiatic, of Bengal. Journal, 1854. Nr. 6.

Society, Linnean of London. Proceedings. Nr. 1 — 58.

Society, Linnean Transactions. Vol. 1 — 21.

Society, Royal of London, Philosophical Transactions, 22. Vol. London 1830—1852; 4°.

Society, Abstracts etc. Vol. 1 — 5.

Stur, Dionys, die geolog. Beschaffenheit der Centralalpen zwischen dem Hoch-Golling und dem Venediger. (Jahrbuch der geolog. Reichsanstalt 1855; 4.)

Tijdschrift, Natuurkundig voor Nederlandsch Indië. Deel. IV, Aflev. 3, 4.

Toldy, Ferencz, Emlékbeszéd Gróf Teleky József M. Academiai elnök felett. Pesth 1855; 8°.

Verein, histor., von und für Oberbayern, Archiv, Band 14, Heft 3.

" " Jahresbericht für 1853.

Zantedeschi, Franz, Memoria sul simultaneo passagio delle correnti elettriche opposte ai circuiti metallici chiusi ed isolati della terra etc. (Atti del Istituto Veneto. Serie III, T. 1, punt. 3.)

Beobachtungsort.	M p R	Anmerkungen.
Valona (in Albanien)	+	it **Hagel.**
Ragusa[1])	+	öfters **Hagel.**
Curzola	+	
Zara[2])	+	
Triest	+	egen mit **Schnee**, am 31. 11h Ab. **stürmisch.**
Venedig[3])	+	hnee.
†Parma	+	
Semlin	+	
Mailand	+	
Szegedin	+	gel.
Fünfkirchen	+	m 10h erst beobachtet wurde auch —1°0.
Meran	+	
Cilli	+	
Kronstadt[4])	+	rm a. SW., am 26. **Orkan** a. S.
Debreczin	+	und **Donner.**
Gran	+	tter.
Wallendorf[5]) . . .	+	witter, am 19. u. 23. **Sturm.**
Zavalje	+	u. 25. **Stürme** a. S. u. SW.
Laibach	+	
Pressburg	+	14. auf 15. **Sturm** a. NW.
Wien	+	erleuchten in NO.
Retz	+	[u. Bora.
Adelsberg	+	O., am 9. **stürmisch** a. NO., am 31. **Schnee**
Bregenz	+	arke **Schneefälle.**
Innsbruck	+	fälle, sehr stark am 14. [am 22. a. SW.
Tirnau	+	. **Gewitter** in der Nähe. **Stürme** am 21. a. SO.
Jolsva	+	it **Hagel**, am 27. **Hochwasser.**
St. Paul	+	
Korneuburg	+	e gegen SO. (Gewitter in Ungarn, vergl.
Linz	+	h a. O., am 31. a. NO. [Pesth etc.
Czernowitz[6]) . . .	+	—2°5.
Kremsmünster[7]) . .	+	b. **Gewitter** a. W., am 31. **Sturm** a. O.
Althofen	+	
Brünn	+	
Leutschau	+	rme, am 28. **Hagel**, am 24. Ab. **Blitze** in SW.
Pilsen	+	h.
Reichenau	+	
Lienz[8])	+	m 14. 15. u. 28. **stürmisch** a. NW.
Weissbriach	+	
Klagenfurt[9])	+	
Olmütz	+	
Rzeszow[10])	+	Am 28. zweimal **Gewitter.**
Jaslo (in Galizien)[11])	+	rme a. SO. u. S., am 24. Ab. **Blitze** gegen S.

1) Ragusa. Am 13. Stu
2) Zara. Am 25. stürmis g beobachtet, wo aber bei der Drehung des Windes nach NW. Re
3) Venedig. Am 23. agel. Die grossen Temperaturveränderungen, welche in der zweite
4) Kronstadt. Der Or
5) Wallendorf. Der S s Gewitter.
6) Czernowitz. Am 5.
7) Kremsmünster. Am
8) Lienz. Am 9. die son
9) Klagenfurt. Der L ter See aufgelöst, Schneegrenze an südlichen Abhängen bis 4000'.
10) Rzeszow. Am 28. u hörbarem Donner.
11) Jaslo. Am 6. Eisgan

† Herr Colla, Director achtungen einzusenden und ihre Aufnahme in diese Übersichten zu gest 3h und 9h Ab. angestellten Beobachtungen berechne ten Temperaturmit wird in einem Haarhygrometer beobachtet.

n ... tdr.	Dunst-druck Par. Lin.	Nieder-schlag Par. Lin.	Herr-schender Wind	Anmerkungen.
‴72	—	13‴88	S.	Am 22. 10ʰ 30′ Ab. **Blitze** gegen NO., am 3. **Scirocco.**
·41	1‴99	8·73	W.	Am 23. von 4—6ʰ Ab. **stürmisch** a. W.
·50	—	19·61	W.NW.	Am 23. Ab. **Blitze.**
·60	1·94	65·54	W.	Am 13. hier nur —3°4, am 31. —4°5.
·52	1·94	33·78	W.	Vom 19. auf 20. **Sturm** a. NW., am 23. Ab. **Blitze** in NW.
·73	2·02	82·41	SW.	
·10	1·91	12·73	W. O.	Am 3. +8·2, am 19. **stürmisch** a. NW.
—	—	—	—	
·27	—	15·08	NW.	
·70	—	39·41	SW.	Am 24. um 7ʰ Ab. **Gewitter.**
·47	1·75	38·24	NW.	
·87	2·00	19·81	SW.	
·45	1·79	59·90	SW.	Am 16. —7°4.
·11	1·79	45·81	W.	Am 23. um 7ʰ Ab. **Blitz** ohne Donner.
·50	1·73	105·05	SO.	Am 23. u. 24. um 2ʰ Ab. **Donner.**
—	—	—	—	
·17	1·75	8·29	SW.	
—	—	—	—	
·32	1·76	9·83	N.	
—	—	16·40	NW.	Am 16. —10°2.
·20	—	28·44	W.	
—	—	25·03	W.	Am 23. um 8ʰ 45′ Ab. **Gewitter** gegen N.
—	—	140·10	W.	
·38	1·83	36·65	NNO.	Am 23. **Wetterleuchten,** am 27. **Blitz** u. **Donner.**
·39	1·50	27·96	SO.	Sehr **stürmisch,** besonders am 24. a. NW.
—	—	—	—	Sehr **stürmisch,** besonders am 9. 10. 11. 15. 24. 25. 27. 30.
·64	—	16·70	N. S.	Am 9. **heftiger Sturm** a. NW., am 22. **Sturm** a. W.
·01	—	—	—	
·88	—	56·40	O.	
—	—	—	O.	
—	—	—	—	
·08	—	121·42	O.	Am 3. u. 13. **Sturm,** am 12. 22. 23. **Schneesturm.**

angen.

den früheren Monaten.

·04	—	—	NW.	Für die Jahres-Übersicht wurde durch nahegelegene Stationen interpolirt, da die Beobachtungen nicht vorlagen; der Unterschied der wirklichen Beobachtungen und der interpolirten ist gering und bei den Jahresmitteln unmerklich.
·08	—	—	NW.	
·00	—	—	NW.	Am 1. Nachm. **Orkan.**
·31	—	—	NW.	Am 15. heftiger **Sturm** a. NW.
·08	1·40	—	W. N.	Am 3. starker Wind a. N., der u. 9ʰ Ab. in **Sturm** a. S. über- [geht, dabei **Eisregen.**
·00	—	24·61	NW.	Vom 1.—3. **stürmisch** a. SW. u. NW.
·18	—	18·92	SW.	*Am 3·3 —16·3, am 16. **stürmisch** a. NW.
·86	81	28·10	NO.	
·17	95	35·47	NW.	

Tagen des Decembers 1854.

ur Hälfte; 1—200′ höher liegt er noch ununterbrochen. Am 23. 8ʰ 19′ öfters Wetterleuchten im N.

ə März waren hier die Schneemassen 6—7 Fuss hoch.

nterworfen waren, und diese sich besonders in demjenigen Theile Österreichs zeigten, auffallend und beschränkten sich mehr auf Orte von bedeutender Seehöhe, wie St. Maria. den höheren Stationen eine grössere Abweichung einzelner Tage vom Monatmittel der

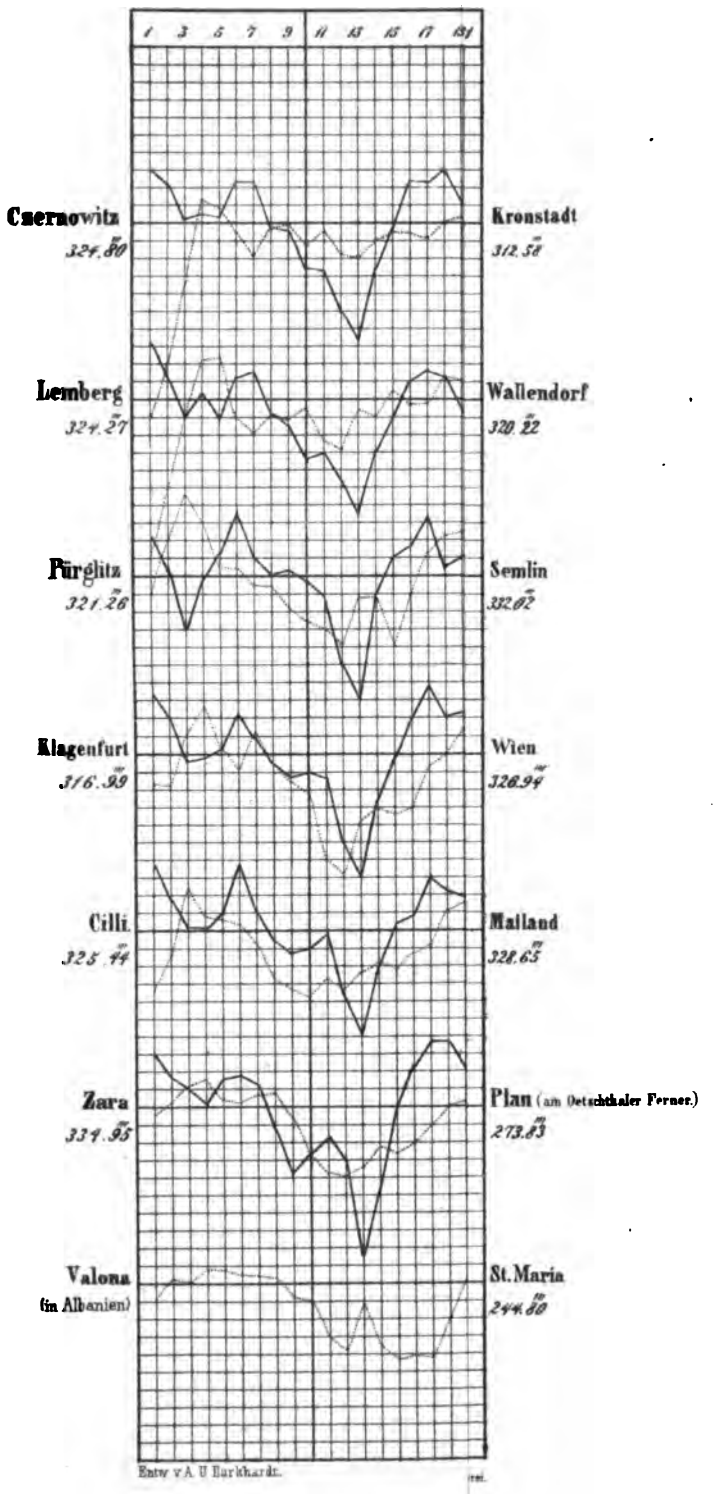
letzteren oft an jenen Tag, wo die grösste Menge vom atmosphärischen Niederschlag stattfand.

Gang

Die punctir

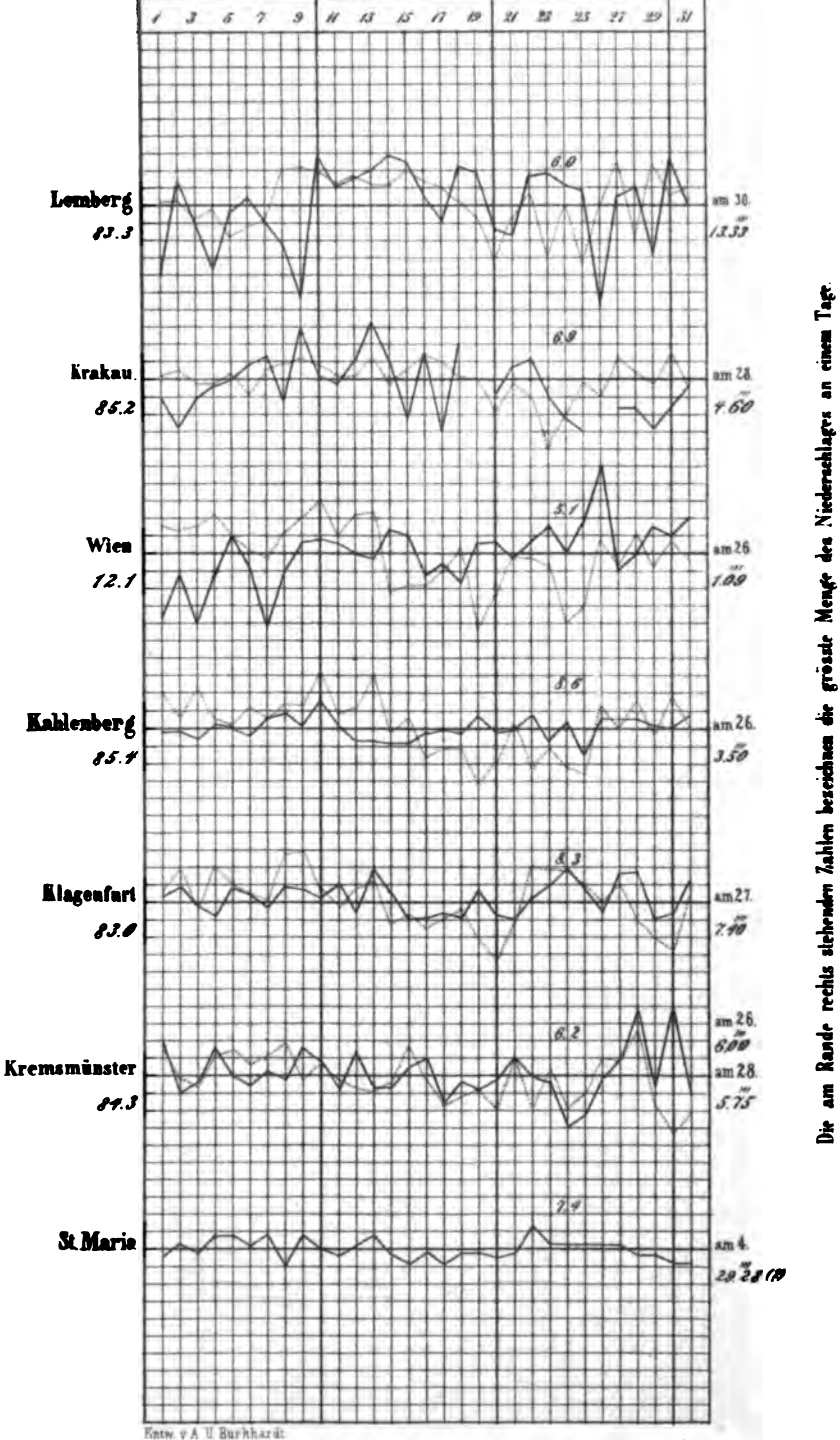
Die beigeschriebenen

Ein Netztheil entspr



Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im März 1855.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar. Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes. Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien. Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.



Die am Rande rechts stehenden Zahlen bezeichnen die grösste Menge des Niederschlages an einem Tage.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

XVI. BAND. II. HEFT.

JAHRGANG 1855. — MAI.

SITZUNG VOM 10. MAI 1855.

Bericht

über Herrn Vincenz Maria Gredler's Mollusken-Fauna von Tirol.

Von dem w. M. Dr. L. Fitzinger.

Herr Vincenz Maria Gredler, Professor der Naturgeschichte am Gymnasium zu Bozen, hat der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kais. Akademie der Wissenschaften eine handschriftliche Abhandlung eingesendet, welche die Land- und Süsswasser-Conchylien der Grafschaft Tirol zum Gegenstande hat und das Ansuchen gestellt, dieselben entweder im Ganzen in die Druckschriften der kais. Akademie aufnehmen, oder theilweise in den Sitzungsberichten derselben erscheinen lassen zu wollen.

Da nach dem §. 32 der Geschäftsordnung der kais. Akademie, jede für die Denkschriften oder Sitzungsberichte bestimmte Abhandlung in einer Classen-Sitzung ganz oder im Auszuge entweder zu lesen oder frei vorzutragen ist, der Herr Verfasser aber, welcher fern von Wien lebt, dieser Vorschrift nicht entsprechen kann, so habe ich es mit Vergnügen übernommen, aus dieser Abhandlung, welche gerade eines jener Fächer betrifft, welche ich bei der kais. Akademie zur Zeit zu vertreten die Ehre habe, einen kurzen Auszug zu verfassen, und denselben der geehrten Classe im Namen des Herrn Verfassers vorzutragen.

Das vorgelegte Manuscript, welches 23½ Bogen ausmacht und welchem zwei Tabellen und eine in Federzeichnung ausgeführte Tafel mit vier Figuren beigefügt sind, bildet den ersten und zwar bei weitem grösseren Theil der ganzen Arbeit und umfasst sämmtliche, bisher in Tirol beobachtete Land-Schnecken, mit Ausnahme

der noch zu unvollständig bekannten und auch in allen zoologischen Werken nur höchst stiefmütterlich behandelten Familie der Nacktschnecken, welche der Herr Verfasser eben aus diesem Grunde gänzlich zu übergehen für gut befunden hat.

In einer Vorrede, welche er seiner auf mehrjährige Forschung gegründeten Arbeit voranschickt, gibt er Rechenschaft über die Hilfsmittel, welche ihm hierüber zu Gebote standen, und über die Quellen aus denen er geschöpft. Auch zählt er hierin nicht nur jene Schriften auf, welche denselben Gegenstand berühren und macht die Männer namhaft, welche sich um die Kenntniss der Mollusken-Fauna von Tirol verdient gemacht haben, sondern gibt auch genau die Bezirke an, welche von jedem einzelnen derselben durchforscht wurden und knüpft endlich hieran auch eine Übersicht seiner eigenen Bereisungen, jenes in naturwissenschaftlicher Beziehung so reiche Abwechslung darbietenden Landes.

Das Gebiet, welches seine Mollusken-Fauna umfasst, ist streng durch die geographischen Begrenzungen des Landes abgeschlossen und reicht nirgends über dieselben hinaus, daher auch in derselben keine einzige Art aufgeführt erscheint, welche nicht innerhalb dieser Landesgrenzen vorgefunden wurde.

Nach einer kurzen Zusammenstellung der in seinem Werke gebrauchten Abkürzungen, folgt in systematischer Reihenfolge die Aufzählung sämmtlicher seither in Tirol beobachteter, mit Gehäusen versehener Land-Schnecken.

Das System, welches der Herr Verfasser hierbei beobachtet hat, ist dasselbe, welches von den allermeisten Bearbeitern von Local-Faunen in Anwendung gebracht wurde. Es gründet sich in seinen grösseren Abtheilungen auf das Férussac'sche System und folgt in Bezug auf die Umgrenzungen der Gattungen den Ansichten von Lamark, Draparnaud, Rossmaessler und den meisten neueren Naturforschern, welche es vorgezogen haben umfangreichere Gattungen anzunehmen und eine Zersplitterung derselben sorgfältig zu vermeiden suchen.

Nach demselben Grundsatze sind auch die einzelnen Arten begrenzt und minder erhebliche Formunterschiede nur als Varietäten aufgeführt.

Jeder Gattung ist der sie unterscheidende Charakter beigefügt und ein daran gereihtes Schema, nach analytisch-dichotomischer

Methode, enthält die auffallendsten und selbst dem Laien am deutlichsten in die Augen springenden Unterscheidungsmerkmale sämmtlicher, jeder einzelnen Gattung angehöriger Arten.

Hierauf folgen gattungsweise und nach der Verwandtschaft ihrer äusseren Formen an einander gereiht, die verschiedenen selbstständigen Arten, unter Anführung der das Gebiet von Tirol berührenden Faunen und hie und da auch der nöthigsten Synonyme anderer Autoren. Jede Art ist durch eine möglichst kurz gehaltene, genaue Beschreibung scharf und deutlich abgegrenzt und vollständig kenntlich gemacht, so wie auch von den verschiedenen Abänderungen, welchen sie unterliegen, von denen jedoch nur jene aufgenommen wurden, die seither in Tirol beobachtet worden sind, eine kurze Charakteristik beigefügt ist. Durch dieses Verfahren, welches insbesondere bei Local-Faunen nothwendig, ja selbst von höchster Wichtigkeit ist, um jeden Zweifel über die Richtigkeit in der Bestimmung zu beseitigen, setzt der Herr Verfasser alle Jene, die sich mit diesem Zweige der Wissenschaft zu befassen wünschen, in die Lage, die aufgefundenen Arten sowohl als Abarten, ohne hierzu weiterer Hilfsmittel zu benöthigen, richtig zu erkennen und leitet sie mittelst der vielen beigefügten kritischen Bemerkungen durch das Labyrinth der in der Conchiologie so häufig vorkommenden Nominal-Arten.

An diese kurzen und charakteristischen Beschreibungen der einzelnen Arten endlich, reihet sich die Angabe ihres Aufenthaltes im Allgemeinen, oder ihre Verbreitung je nach den Verhältnissen des Bodens und der Vegetation, worauf eine umfassende Übersicht ihrer topographischen Verbreitung folgt, welche durch eine vollständige Aufzählung sämmtlicher seither bekannt gewordener Fundorte in Tirol, unter Angabe der Gewährmänner erläutert ist.

Am Schlusse sind zwei Tabellen beigefügt, von denen die erste eine Zusammenstellung sämmtlicher in den Gebieten von Innsbruck und Bozen vorkommender Arten von Land-Schnecken enthält und zugleich als Anhaltspunkt zu einer vergleichenden Übersicht über die Vorkommnisse in Nord- und Süd-Tirol oder dies- und jenseits der Central-Alpen dienen kann. In dieser Zusammenstellung ist ersichtlich gemacht, welche Arten jedem der beiden Bezirke eigenthümlich sind und welche sie mit einander gemein haben. Es ergibt sich hieraus, dass dem Bezirke von Innsbruck 7, dem Bezirke von Bozen 30 Arten eigenthümlich sind, während 45 Arten in beiden Bezirken

zugleich vorkommen. Da sonach dem Gebiete von Innsbruck nur 52 Arten zukommen, dem Bezirke von Bozen hingegen 75, mithin um 23 Arten mehr, so stellt sich für Süd-Tirol, welches durch das Bozener Gebiet vertreten wird, im Vergleiche zu Nord-Tirol, das in dem Innsbrucker Gebiete einen Repräsentanten findet, ein überwiegender Reichthum an Arten heraus. Der Herr Verfasser glaubt diesen grösseren Reichthum von Süd-Tirol vorzüglich durch das tiefere Herabsteigen des Landes bei übrigens gleicher Erhebung mit Nord-Tirol erklären zu können, indem sich sowohl das Gebiet von Innsbruck als von Bozen bis zu einer Höhe von beiläufig 5000 Fuss über dem Meeresspiegel erhebt, während jenes von Innsbruck sich nur auf 1760 Fuss, das von Bozen hingegen selbst bis auf 650 Fuss herabsenkt.

Die zweite Tabelle endlich enthält eine Übersicht der in eben diesen beiden Gebieten vorkommenden Arten von Land-Schnecken nach ihrem gemeinschaftlichen Auftreten oder ihrem gesellschaftlichen Vorkommen.

Im Ganzen führt der Herr Verfasser 115 Arten tirolischer Land-Schnecken auf und zwar von der Gattung *Succinea* 4, *Vitrina* 3, *Helix* 50, *Achatina* 4, *Bulimus* 3, *Pupa* 19, *Vertigo* 9, *Balea* 1, *Clausilia* 15, *Carychium* 1, *Cyclostoma* 1, *Pomatias* 2 und *Acicula* 3.

Hierunter befinden sich 4 neue, vom Herrn Verfasser aufgestellte Arten und zwar eine Art der Gattung *Pupa* und 3 Arten der Gattung *Vertigo*, die auch auf der beigefügten Tafel abgebildet sind. Es sind dies seine *Pupa striata*, *Vertigo Genesii*, *sulcata* und *Leontina*.

Die Arbeit des Herrn Gredler über die Mollusken-Fauna von Tirol, welche mir zur Berichterstattung zugewiesen worden ist und worüber ich der geehrten Classe einen kurzen Auszug ihres Inhaltes vorzutragen die Ehre hatte, ist das Resultat mehrjähriger, mit Liebe, Fleiss und Ausdauer unternommener Forschungen und beurkundet die vollkommene Sachkenntniss des Herrn Verfassers in diesem Zweige der Wissenschaft.

Es ist dies die erste umfassende Arbeit, welche über die Mollusken-Fauna von Tirol zu Stande kam; denn Alles, was bisher hierüber bekannt ist, beschränkt sich auf die wenigen vorausgegangenen Arbeiten von Strobel und Betta, welche nur einzelne kleinere Gebiete jenes

Landes berühren. Jedenfalls gebührt Herrn Gredler das Verdienst, sehr viel zur genaueren Kenntniss über das Vorkommen und die Verbreitung der Mollusken in Tirol beigetragen zu haben und seine Arbeit reiht sich nicht nur in würdiger Weise jener von Schmidt über die Mollusken von Krain und der von Gallenstein über die Mollusken Kärntens an, sondern füllt auch eine höchst fühlbar gewesene Lücke aus, indem sie die Mollusken-Fauna der österreichischen Monarchie mit den Vorkommnissen eines in dieser Beziehung noch sehr wenig bekannt gewesenen, ziemlich ausgedehnten Landes bereichert.

Der Gewinn, welcher hieraus für die Wissenschaft erwächst, kann nicht zweifelhaft sein und ist jedenfalls ebenso gross wie jener, welchen die Bearbeitung der Fauna irgend eines Landes der Wissenschaft überhaupt zu bieten vermag.

Ich kann es nicht verhehlen, dass, bevor ich diese Arbeit einer genaueren Durchsicht unterzog, mir dieselbe beinahe zu umfangreich für die akademischen Schriften geschienen habe. Nach sorgfältiger Prüfung habe ich jedoch die Überzeugung gewonnen, dass nichts in derselben enthalten sei, was überflüssig wäre, oder ohne eine wesentliche Beeinträchtigung des Ganzen weggelassen werden könnte.

Wenn auch beinahe sämmtliche, in dieser Fauna vorkommende Arten bereits bekannte und beschriebene sind, so ist es doch nicht thunlich, die ihnen beigefügten Beschreibungen hinwegzulassen und sie für überflüssig oder entbehrlich zu betrachten, da es gerade bei Local-Faunen von höchster Wichtigkeit ist, über die Richtigkeit in der Deutung und Bestimmung der Arten ausser allem Zweifel zu sein. Insbesondere tritt die Wichtigkeit dieses Erfordernisses aber bei einer Bearbeitung der Mollusken ein, indem die allermeisten Arten in so mannigfaltigen Formen erscheinen, dass es ohne eine sehr genaue und scharfe Angabe ihrer Kennzeichen geradezu unmöglich ist, mit Sicherheit zu erkennen, welche Art oder Form unter dem angeführten Namen verstanden sei. Die Richtigkeit dieser Behauptung erprobt sich nur zu sehr in den Schriften selbst der ausgezeichnetsten Autoren in diesem Fache, welche unter einem und demselben Namen häufig ganz verschiedene Arten beschrieben und selbst abgebildet haben. Der Name allein genügt nur in verhältnissmässig seltenen Fällen und die Hinweglassung der Charaktere, welche allein nur über die Richtigkeit in der Bestimmung der Arten entscheiden, hat

nicht nur oft schon zu namenlosen Verwirrungen Veranlassung gegeben, sondern häufig auch der Wissenschaft mehr zum Schaden als zum Nutzen gereicht. Übrigens hat Herr Gredler seine Beschreibungen, wenn man sie ihrer Gedrängtheit wegen überhaupt so nennen darf, so kurz gefasst, dass selbst ihre Hinweglassung nur ein sehr kleines Ersparniss von höchstens zwei Druckbogen erzielen könnte.

Eine Zurückweisung dieser wirklich gediegenen Arbeit, blos auf den Grund hin, dass sie einen Umfang von 9—10 Druckbogen in Anspruch nehmen wird, schiene mir ungerecht und der Aufgabe und Stellung der kais. Akademie nicht würdig. Auch glaube ich hervorheben zu sollen, dass diese Arbeit von einem Manne rührt, der sich bisher noch keinen Namen in der Wissenschaft zu machen Gelegenheit hatte, und für welchen daher wohl kaum irgend eine Aussicht vorhanden ist, sein mühevolles Werk im Wege des Buchhandels zur Veröffentlichung bringen zu können.

Die Verwirklichung des Wunsches, seine Arbeit durch die kaiserliche Akademie oder mit Hilfe ihrer Unterstützung veröffentlicht zu sehen, würde nicht nur höchst ermunternd auf ihn einwirken, sondern ihn sicher auch bestimmen, die Erforschung der naturhistorischen Verhältnisse seines Vaterlandes auch auf andere Zweige auszudehnen.

Einen bestimmten Antrag hierüber zu stellen, behalte ich mir für unsere vertrauliche Sitzung vor.

Eingesendete Abhandlung.

Über die Zusammensetzung des Ursons.

Von **Prof. Dr. Hlasiwetz** in Innsbruck.

Eine Probe dieses, vor Kurzem von H. Trommsdorff in dem ätherischen Auszug der Blätter von *Arbutus uva ursi* aufgefundenen Stoffes [1]), die mir vom Entdecker freundlichst überlassen worden war, gab bei 100° getrocknet und analysirt, folgende Zahlen:

I. 0·3070 Grm. Substanz gaben 0·882 Grm. CO_2 und 0·309 Grm. HO
II. 0·2628 „ „ „ 0·756 „ „ „ 0·264 „ „

In 100 Theilen:

	I.		II.
C =	78·35	—	78·45
H =	11·18	—	11·15
O =	10·47	—	10·40
	100·00	—	100·00

Die einfachste, diesen Zahlen entsprechende Formel ist $C_{20}H_{17}O_2$. Sie verlangt: C = 78·43, H = 11·11, O = 10·46.

Diese Zusammensetzung und die, schon in Trommsdorff's Bericht angegebenen Eigenschaften stellen den Körper in die Reihe der krystallisirten indifferenten Harze. Er schmilzt bei 198—200° C. und erstarrt krystallinisch. Über seinen Schmelzpunkt erhitzt, bleibt er amorph und wird rissig.

In den meisten seiner Eigenschaften, und der Zusammensetzung nach vollständig kommt er mit dem Hartin $C_{40}H_{34}O_4$ überein, dem krystallisirten Harze, welches Schrötter aus der Braunkohle von Hart dargestellt und beschrieben hat [2]).

Anmerkung. Das Arctuvin, welches aus dem Zerfallen des Arbutin hervorgeht, ist nach der Untersuchung von A. Kawalier der Formel $C_{20}H_{10}O_7$ entsprechend zusammengesetzt. Denken wir uns den Sauerstoff durch Wasserstoff ersetzt, so entsteht die Verbindung $C_{20}H_{17}$ die durch einen Mindergehalt von 2O, von dem Urson sich unterscheidet. Dr. Rochleder.

[1]) Archiv der Pharmacie, Bd. LXXX, S. 274.
[2]) Poggendorff's Annalen, Bd. 59, S. 46.

Vorträge.

Resultate der im Jahre 1854 in Wien und an einigen anderen Orten des österreichischen Kaiserstaates angestellten Vegetationsbeobachtungen.

Von dem c. M. **Karl Fritsch.**

So wie im vorigen Jahre, erlaube ich mir auch in diesem, eine gedrängte Übersicht der Vegetationsbeobachtungen vorzulegen, welche in dem abgeflossenen Jahre 1854 in Wien und an mehreren anderen Orten des österreichischen Kaiserstaates ausgeführt worden sind.

Ich bezwecke mit dieser Vorlage, die Theilnehmer an den Beobachtungen möglichst schnell in die Kenntniss zu setzen, einerseits von den hauptsächlichen Ergebnissen ihrer Beobachtungen, andererseits sie in reger Theilnahme an denselben zu erhalten; denn nur von einer, nach einem bestimmten Plane mehrere Jahre hindurch consequent fortgesetzten Theilnahme ist die Ernte jener Früchte zu hoffen, welche durch die Beobachtungen in Aussicht gestellt sind.

Die Beobachtungen, deren Ergebnisse in den beigeschlossenen Tabellen eingetragen sind, beziehen sich nur auf jene Pflanzen und Phasen der Entwickelung, welche in der von der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie ausgegangenen Instruction enthalten sind [1]). Sie umfassen:

1. für die wichtigsten Bäume und Sträucher die Zeit der Belaubung und Entlaubung;

2. für diese sowohl als für einige interessante krautartige Pflanzen, welche perennirend sind, die Zeit der Blüthe;

3. für mehrere in national-ökonomischer Hinsicht wichtige Pflanzen die Zeit der Fruchtreife;

4. für mehrere in derselben Hinsicht berücksichtigungswerthe Pflanzen die Zeit der Saat, des Keimens, Blühens und Fruchtreifens. Wie aus folgender Tabelle zu entnehmen ist, welche die Namen der Orte, an welchen die Beobachtungen angestellt worden sind, mit ihrer

[1]) Die Beobachtungen über andere Pflanzen und Phasen der Entwickelung erscheinen mit den hier zusammengestellten vereint, im Anhange zu den Jahrbüchern der meteorologischen k. k. Central-Anstalt.



geographischen Lage und Seehöhe, dann den Namen der Beobachter enthält, ist die Zahl der Beobachtungsorte auf 28 gestiegen, welche so ziemlich sich auf alle Länder des Kaiserreiches vertheilen, indem davon entfallen, auf Böhmen 8, Mähren 1, Oberösterreich mit Salzburg 3, Niederösterreich 2, Galizien mit der Bukowina 4, Siebenbürgen 3, Ungarn 1, Kärnten und Krain 3, Tirol 2, Dalmatien 1.

Stationen in Österreich,

von welchen Vegetationsbeobachtungen vorliegen, die im Jahre 1854 angestellt worden sind.

Name des Ortes	Länge von Ferro	Breite	Seehöhe in Toisen	Name des Beobachters
Alkus	30°23'	46°52'	756	Herr Gemeinde-Vorsteher Franz Tabernigg.
Brünn	34 17	49 11	106	„ Med. Dr. Olexick.
Czaslau	33 2	49 57	126	„ Dechant Pečenka.
Czernowitz . . .	43 41	48 17	114	„ Seminar-Spiritual Blacziewicz.
Deutschbrod . .	33 15	49 36	206	„ Prof. P. Norbert Sychrawa.
Gastein (Wildbad)	30 47	47 6	1050	„ Med. Dr. Prühl.
Hermannstadt . .	41 52	45 47	223	„ Prof. Reissenberger.
Kahlenberg . . .	33 58	48 16	220	„ Hermann Bilhuber.
Klagenfurt . . .	31 58	46 37	225	„ Director Joh. Prettner.
Krakau	37 37	50 4	108	„ Felix Berdau, k. k. Adjunct der Botanik.
Kremsmünster . .	31 48	48 3	197	„ Sternwarte - Director P. August Res'lhuber.
Kronstadt. . . .	43 14	45 36	311	„ Prof. Eduard Lurtz.
Laibach	32 12	46 3	152	„ Prof. Peter Petruzzi.
Leutschau . . .	38 19	49 1	291	„ Med. Dr. Hlavaczek.
Lienz	30 24	46 50	323	„ Apotheker Keil.
Linz	31 56	48 18	122	„ Prof. Dr. Columbus.
Prag.	32 5	50 5	93	Fräulein Wilhelmine Fritsch.
Pürglitz	31 34	50 2	158	Herr Forstmeister Gintl.
Saybusch	36 48	49 39	177	„ Med. Dr. Kržiž.
Schössl . . .	31 10	50 27	175	„ Director Bayer.
Senftenberg . . .	34 7	50 5	216	„ Astronom Theod. Brorsen.
Schüttenhofen . .	31 12	49 15	225	„ Med. Dr. Stropnicki.
Stanislau	42 25	48 55	112	„ Kreisphysicus Dr. Rohrer.
Strakonitz . . .	31 28	49 16	215	„ Med. Dr. Stropnicki [1])
Tröpelach . .	30 56	46 37	295	„ Pfarrer David Pacher.
Wallendorf . . .	42 18	47 9	195	„ Pfarrer Klops.
Wien (a) botan. Garten	24 2	48 12	100	„ Adjunct Fritsch.
Wien (b) im Freien	—	—	—	Herren Löw und Röll.
Zara	32 54	44 7	[2])	Herr Hauptmann Karl Lainer.

[1]) Übersiedelte im September 1854 nach Schüttenhofen.
[2]) Am Meeresgestade.

Diese Beobachtungen bezwecken seiner Zeit die Untersuchung, wie und nach welchen Gesetzen sich die Zeiten gleichnamiger Entwickelungsstufen der Pflanzen mit der geographischen und physicalischen Lage der Orte ändern, während als weiter aussehender Zweck der Entwurf eines genauen Kalenders der Flora eines jeden Ortes angesehen werden kann, welcher ein Verzeichniss aller wichtigeren Erscheinungen in der Pflanzenwelt enthält, welche im Laufe des Jahres von Tag zu Tage sich ereignen. Der innige Zusammenhang mit den meteorologischen Erscheinungen, welche in ähnlichen Perioden vor sich gehen, unterliegt keinem Zweifel, wenn man die letzteren auf ähnliche Weise zusammenstellt und vergleicht.

Während es in letzterer Hinsicht genügt, an einem oder einigen wenigen Orten, um eine Controle der Ergebnisse zu erhalten, genaue Beobachtungen, aber an möglichst vielen und verschiedenartigen Pflanzen und Phasen ihrer Entwickelung anzustellen, ist es in ersterer Beziehung, wenn es sich nämlich um die Abhängigkeit der periodischen Erscheinungen im Pflanzenreiche von der geographischen Lage und Seehöhe der Orte handelt, wünschenswerth, die Beobachtungsstationen wo möglich zu vervielfältigen und gleichmässig in dem Lande zu vertheilen, für welches die Vegetations-Verhältnisse ermittelt werden sollen, wogegen es genügt, die Beobachtungen an einigen, aber besonders charakteristischen Pflanzen anzustellen.

Es ist aber noch überdies nothwendig, von Zeit zu Zeit, am besten von Jahr zu Jahr die an den verschiedenen Orten angestellten Beobachtungen zu vergleichen und sich zu versichern, dass überall dieselbe Methode der Beobachtung eingehalten und den Beobachtungen selbst die gewünschte Sorgfalt gewidmet werde. Lässt man diese Arbeit anstehen, bis eine hinreichende Anzahl von Beobachtungen vorliegt, um die normalen, d. h. dem Durchschnitte mehrjähriger Beobachtungen entsprechenden Verhältnisse abzuleiten, so läuft man Gefahr, dass sich in die Reihe der Beobachtungen Fehler einschleichen, welche sich im mehrjährigen Mittel nicht gegenseitig tilgen, sondern erhalten und das Resultat um eine constante Grösse, deren eigentliche Ursache sich oft nicht mehr vermitteln lässt, verkleinern oder vergrössern, und kann demnach mit Recht besorgen, für die verschiedenen Stationen nicht solche Daten zu erhalten, welche unter sich strenge vergleichbar sind.

Die Jahresberichte der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur in Breslau enthalten solche Berichte über die Vegetations-

beobachtungen, welche alljährlich in Preussisch-Schlesien und den angrenzenden Ländern angestellt werden, von Herrn Dr. Cohn.

Schon einige Blicke in diese vortrefflichen Berichte genügen, um sich von ihrer Nothwendigkeit für den beabsichtigten Zweck zu überzeugen.

Ähnliche Berichte sollen nun mit Genehmigung der mathem.-naturw. Classe der hohen Akademie der Wissenschaften in ihren Sitzungsberichten von Jahr zu Jahr erscheinen.

Zu solchen Prüfungen und Vergleichungen eignen sich am besten Bäume und Sträucher, indem sie einerseits von den Verrichtungen der Landwirthschaft unberührt ihren Entwickelungsgang vollenden können, andererseits fast ganz unabhängig sind von dem Standorte, in welchem sie wurzeln, in so ferne derselbe beschattet oder sonnig und gegen diese oder jene Weltgegend geneigt sein kann. Sie ragen ohne Rücksicht auf den Standort, mit ihren Wipfeln frei in die Luft empor und empfangen an demselben Orte überall eine nahezu gleiche Menge Wärme, Licht und Feuchtigkeit, in so weit ihnen dieselbe durch die oberirdischen Organe zugeführt wird. Die krautartigen Pflanzen werden hingegen durch den localen Standort so sehr in ihrer Entwickelung beeinträchtigt, dass sie nach Verschiedenheit desselben beträchtlich früher oder später blühen und die Früchte zur Reife bringen können. Im botanischen Garten zu Wien blüht z. B. ein Exemplar von *Aconicum lycoctonum*, Wolfs-Eisenhut, das sich in dem Kernschatten einer Baumgruppe entwickelt, um sechs Wochen später als ein anderes, welches der freien Einwirkung der Insolation ausgesetzt ist. Aus ähnlichen Gründen sehen wir nicht selten auf hoch gelegenen Orten, deren Mitteltemperatur bedeutend tiefer als in der Ebene ist, Pflanzen beträchtlich früher als hier blühen.

Die Pflanzenphysiologie weiss diese Erscheinung zu erklären; sie soll uns hier nur als Thatsache dienen, welche die Wahl der Pflanzen rechfertiget, die in der Instruction den Beobachtern anempfohlen worden sind, indem sie der Mehrzahl nach den Holzgewächsen angehören. Würden sie mit den periodischen Erscheinungen, welche im Laufe des Jahres auf einander folgen, nicht fast ausschliessend der vegetativen Sphäre angehören, welche sich auf die Erhaltung und Kräftigung der Pflanze beschränkt, während die reproductive Sphäre durch weniger augenfällige und nur kurz dauernde Erscheinungen (Blüthe und Fruchtreife) charakterisirt ist, so wäre man weniger

genöthiget, aus den krautartigen Pflanzen Repräsentanten für eine Kategorie von Erscheinungen in der Pflanzenwelt zu wählen, welche die anziehendsten und zugleich am fähigsten sind, der Zeit nach scharf bestimmt zu werden.

In der That zweifelt kaum ein Beobachter, wann er bei Pflanzen, deren Blüthenorgane deutlich entwickelt sind, den Tag der Blüthe anzusetzen habe; mit weit geringerer Sicherheit aber wird er den Zeitpunkt der Belaubung auffassen, insoferne sie nicht eine bestimmte augenfällige Erscheinung, sondern eine Reihe successiver Erscheinungen bildet, welche nur selten hervorstechende und daher scharf aufzufassende Momente darbietet. Es dürfte daher nicht überflüssig sein, dieselbe hier etwas näher zu betrachten.

Belaubung,

„wenn wenigstens an einem Baume von einem Laubblatte die Oberfläche sichtbar wird".

Die Blattknospe ist mit wenigen Ausnahmen mit einer Hülle umgeben, welche aus einer bald grösseren, bald kleineren Anzahl von Theilen besteht, die man Schuppen, wohl auch Niederblätter nennt. Sie unterscheiden sich von den eigentlichen Laubblättern, deren Entwickelungszeit allein nur aufzuzeichnen ist, durch die dunklere, gewöhnlich braune Färbung, durch den Mangel an Rippen und Nerven, dann auch durch ihre grosse Hinfälligkeit, da sie, wenn die ersten Laubblätter ganz entwickelt sind, gewöhnlich schon entfärbt werden und abfallen. Die erste Erscheinung, welche sich beim Erwachen der Vegetation aus dem Winterschlafe zeigt, ist das sogenannte Schwellen der Knospen, welches an den hellen Zonen erkannt wird, die sich dadurch an der Blatthülle bilden, dass Theile derselben, welche früher von anderen bedeckt waren, in Folge des sich vergrössernden Umfanges der Knospe zum Vorschein kommen. Dauert das Schwellen fort, so öffnet sich die Hülle und es dringen die Laubblattspitzen hervor; dies ist der Moment, mit welchem die Aufmerksamkeit des Beobachters zu beginnen hat. Gewöhnlich ist das Laubblatt, dessen Spitze sichtbar wird, noch zugefaltet oder gewickelt und es ist nur die Unterfläche, welche die Oberfläche des Blattkegels bildet, sichtbar. So wie sich aber dieser aufrollt oder entfaltet und die Oberfläche des Laubblattes sichtbar zu werden anfängt, tritt der Moment ein, den der Beobachter aufzufassen und in die Tabelle einzutragen hat. Dies hat dann zu geschehen, wenn sich die Erscheinung

erst an einem oder einigen wenigen Knospen eines einzelnen freistehenden Baumes oder Strauches zeigt. Versäumt der Beobachter diesen Moment, so wird er bei der Bestimmung des Zeitpunktes der Belaubung einen bald grösseren, bald kleineren Fehler begehen und im Allgemeinen einen zu späten Zeitpunkt annehmen.

In der Voraussetzung, dass die Belaubung in diesem Sinne von allen Beobachtern aufgefasst worden ist, will ich nun die für die Zeit der Belaubung an den verschiedenen Stationen gesammelten Daten bei einigen Baumgattungen vergleichen.

Aesculus Hippocastanum, unsere Rosskastanie, belaubte sich

am 3. April in Prag
„ 8. „ „ Laibach und Wien,
„ 11. „ „ Klagenfurt,
„ 16. „ „ Strakonitz und Kremsmünster,
„ 17. „ „ Lienz in Tirol,
„ 18. „ „ Schössl und Krakau,
„ 20. „ „ Linz,
„ 23. „ „ Pürglitz,
„ 24. „ „ Hermannstadt,
„ 3. Mai „ Kronstadt,
„ 4. „ „ Deutschbrod, Senftenberg.

Die Zeiten der Belaubung dieses Baumes schwanken also in Österreich nach Verschiedenheit der Stationen bis um vier Wochen, und doch sind sehr wahrscheinlich bei weitem noch nicht die extremsten Standorte des Kastanienbaumes in vorstehender Tabelle repräsentirt.

Für die Weiss-Birke (*Betula alba*) ergeben sich folgende Daten:

7. April in Wien,
12. „ „ Prag,
14. „ „ Kremsmünster,
15. „ „ Klagenfurt,
17. „ „ Strakonitz,
20. „ „ Pürglitz,
21. „ „ Krakau,
22. „ „ Czaslau,
1. Mai „ Senftenberg,
5. „ „ Kronstadt und Saybusch

Also eine ähnliche Reihenfolge und Verschiedenheit in den Zeiten der Belaubung.

Diese beiden Beispiele dürften zur Nachweisung genügen, dass die Beobachtungen Spielraum genug bieten, um seiner Zeit, wenn nämlich von mehreren Stationen als bisher, mehrjährige Beobachtungen vorliegen werden, die Abhängigkeit der Zeit des Belaubens von der geographischen Lage und Seehöhe, und das Gesetz, nach welchem sich dieselben richtet, mit hinreichender Schärfe zu ermitteln und selbst die Behauptung zu rechtfertigen, dass die Pflanzen empfindlicher sind für klimatische Unterschiede, als unsere meteorologischen Instrumente, wenn die Beobachtungen mit hinreichender Sorgfalt angestellt werden.

In letzterer Hinsicht sind die Beobachtungen des Herrn Theodor Brorsen in Senftenberg ausgezeichnet, ich will sie daher mit jenen von Wien in der Absicht vergleichen, um zu zeigen, dass die Unterschiede in den Zeiten der Belaubung einerseits von der Pflanzenart, andererseits auch noch von der Jahreszeit abhängig sind, in welchen die Belaubung stattfindet und im Allgemeinen abnehmen, wenn die Epoche der Belaubung in eine spätere Jahreszeit fällt.

Der Reihenfolge in der Zeit nach belauben sich z. B.

	Wien	Senftenberg	W—S
Ribes Grossularia	10. März	11. April	32. Tage
Daphne Mezereum	22. „	18. „	27. „
Philadelphus coronarius	23. „	26. „	34. „
Pinus Larynx	25. „	22. „	28. „
Rubus Idaeus	29. „	22. „	24. „
Syringa vulgaris	31. „	17. „	17. „
Berberis vulgaris	4. April	3. Mai	29. „
Corylus Avellana	4. „	21. April	17. „
Viburnum Opulus	6. „	3. Mai	27. „
Sorbus Aucuparia	6. „	4. „	28. „
Alnus glutinosa	7. „	24. April	17. „
Betula alba	7. „	1. Mai	24. „
Rosa canina	7. „	28. April	21. „
Aesculus Hippocastanum	8. „	4. Mai	26. „
Prunus avium	9. „	5. „	26. „
Carpinus Betulus	10. „	5. „	25. „
Tilia grandifolia	10. „	5. „	25. „
Ulmus campestris	10. „	17. „	37. „
Prunus domestica	11. „	10. „	29. „
Populus pyramidalis	11. „	11. „	30. „
Pyrus communis	12. „	10. „	28. „
Fagus silvatica	19. „	3. „	14. „
Prunus spinosa	20. „	10. „	20. „
Tilia parvifolia	20. „	11. „	21. „
Quercus pedunculata	21. „	11. „	20. „
Robinia Pseudoacacia	22. „	15. „	23. „
Fraxinus exelsior	2. Mai	14. „	12. „

Hieraus ergeben sich folgende mittlere Unterschiede:

Periode	Unter-schied	Zahl der Pflanzen
1.—10. März . .	32	1
20.—30. „ . .	28	4
1.— 9. April . .	23	10
10.—19. „ . .	27	7
20.—29. „ . .	21	4
1.—10. Mai . .	12	1

Die Abnahme des Unterschiedes in den Zeiten der Belaubung zwischen Senftenberg und Wien zeigt sich demnach im Allgemeinen mit der Jahreszeit fortschreitend, wenngleich manche Baumgattungen, die sich an einem der beiden Orte gleichzeitig belauben, an dem anderen zu verschiedenen Zeiten das Laub entwickeln. Das auffallendste Beispiel in obiger Zusammenstellung bietet die Ulme *(Ulmus campestris)*, welche sich in Wien gleichzeitig mit der Sommerlinde *(Tilia grandifolia)* und der Hainbuche *(Carpinus Betulus)* belaubte, nämlich am 10. April, während sie in Senftenberg um 12 Tage später das Laub entwickelt als die beiden anderen Bäume.

Diese Anomalie kann indess auch in der Individualität des Baumes den Grund haben. Im botanischen Garten in Wien wurde die Zeit der Belaubung von fünf verschiedenen Bäumen besonders aufgezeichnet. Im Durchschnitte aus drei Jahren fand man für die einzelnen fünf Individuen von *Ulmus campestris* folgende Zeiten der Belaubung:

a) 17. April,
b) 11. Mai,
c) 29. April,
d) 6. Mai,
e) 5. Mai.

Also an demselben Beobachtungsorte nach Verschiedenheit des Individuums derselben Baumart die Zeit der Belaubung um 19 Tage schwankend, während die Blüthezeiten nahezu übereinstimmen. Sie waren nämlich bei

a) 7. April,
b) 6. „
c) 9. „
d) 5. „
e) 5. „

In dieser Beziehung erscheint es wünschenswerth, die Zeiten der Erscheinung immer nach dem mittleren Verhalten mehrerer Individuen zu bestimmen, für die Ulme wäre z. B. die Zeit der Belaubung im Mittel von *a)* bis *e)* der 2. Mai. Glücklicher Weise ist das angeführte Beispiel nur ein excessiver Fall, da fast bei allen übrigen Baumarten die einzelnen Individuen nahezu gleichzeitig sich belauben, wie dreijährige im botanischen Garten zu Wien angestellte Beobachtungen gelehrt haben.

Blüthe.

„Wenn wenigstens Eine an einer Pflanze ganz entwickelt ist."

Während die Verhältnisse der Belaubung, von welchen hier beispielsweise einige angedeutet worden sind, sich aus dem Grade und Gange der Temperatur und Feuchtigkeit genügend erklären lassen, kommt bei den krautartigen Pflanzen noch ein dritter Factor in Betracht, der nicht minder mächtig einwirkt, besonders auf die Zeit der Blüthe, es ist die Insolation oder Sonnenstrahlung, welche bei gleicher Lufttemperatur die Zeit der Blüthe desto mehr beschleuniget, je intensiver sie ist. Es kommt daher sehr viel auf die Weltgegend an, gegen welche der Standort der Pflanze abgedacht ist; da die Wirkung der Insolation nach einem bestimmten Gesetze mit dem Höhenwinkel der Sonne steigt oder fällt und eben desshalb auf eine analoge Weise wie dieser vom Winter zum Sommer zunimmt. Ein nach Süden geneigter Standort erhöht diese Wirkung, indem sich der Neigungswinkel desselben mit dem Höhenwinkel der Sonne summirt, so lange der Neigungswinkel den Winkel der Zeitdistanz der Sonne nicht überschreitet. Bei einem nach Norden abfallenden Standorte wird der Höhenwinkel der Sonne um den Neigungswinkel des Standortes vermindert, bis derselbe dem Höhenwinkel der Sonne gleich wird, bei fernerer Zunahme hört die Insolation für die Pflanze ganz auf.

Strenge vergleichbar sind daher nur jene Beobachtungen verschiedener Stationen, an welchen die Pflanzen an gleichnamigen Standorten beobachtet worden sind. Diese Gleichnamigkeit bezieht sich nicht allein auf die Neigung und Lage des Bodens in Bezug auf die Weltgegend, sondern auch noch auf die Bedingung, dass die Dauer der Beschattung und Insolation der Pflanze nahezu gleich sei und in dieselben Tagestunden falle, eine Bedingung, welcher immer genügt werden kann, wenn Pflanzen mit Standorten gewählt werden, die möglichst der freien Luft exponirt sind.

Aus diesen und ähnlichen Gründen erklären sich z. B. die folgenden Verhältnisse der Blüthezeit.

	Wien	Kremsmünster
Colchicum autumnale	7. Sept.	14. August
Convallaria majalis	4. Mai	10. Mai
Fragaria vesca	19. April	1. „
Galanthus nivalis	11. März	12. März
Hepatica triloba	14. „	2. „
Lilium candidum	25. Juni	2. Juli
Narcissus poëticus	1. Mai	22. April
Paeonia officinalis	17. „	11. Mai
Viola odorata	29. März	20. März

Es ist den Beobachtern in der Instruction aufgegeben worden, die Zeiten der Erscheinungen dann einzutragen, wenn eine Erscheinung zuerst bemerkt worden ist. An allen Orten, wo südliche Standorte vorkommen, werden daher die angeführten Zeiten der Blüthe als für die letzteren geltend angenommen werden können, besonders wenn sich bei der Vergleichung der Beobachtungen verschiedener Orte zeigen sollte, dass an einem, der in Bezeichnung auf Temperatur-Verhältnisse einem andern nachsteht, wie z. B. Kremsmünster gegen Wien, die Blüthezeiten früher eintreten, als in dem anderen.

So wird z. B. die Leberblume *(Hepatica triloba)* in Kremsmünster schon am 2. März als blühend angeführt, während sie in Wien erst am 14. März ihre Blüthen öffnete. Die Dichter-Narzisse *(Narcissus poëticus)* blühte in Kremsmünster bereits am 22. April, in Wien am 1. Mai; die Pfingstrose *(Paeonia officinalis)* dort am 11. Mai, hier am 17. Mai; das Veilchen *(Viola odorata)* am 20 März, in Wien hingegen erst am 29. März. *Hepatica triloba* und *Viola odorata* befinden sich im botanischen Garten in Wien, wo die Beobachtungen angestellt worden sind, wie fast alle Pflanzen auf einem gegen Norden abgedachten Standorte, entsprechend der Lage des ganzen Gartens. *Narcissus poëticus, Paeonia officialis* in Beziehung auf Insolation eher auf einem weniger, als mehr begünstigten.

Das Maiglöckchen *(Convallaria majalis)*, das Schneeglöckchen *(Galanthus nivalis)* und die weisse Lilie *(Lilium candidum)*, welche auf einem horizontalen sonnigen Standorte wachsen, blühen in Wien auch richtig um einige Tage früher als in Kremsmünster.

Es ist daher wünschenswerth, den Standort der Pflanzen, von welchen die Daten mitgetheilt werden, näher zu bezeichnen, wozu einige wenige Zeichen genügen. Man kann z. B. die Abdachung nach der Weltgegend mit N= Norden, O= Osten, S= Süden, W= Westen, eine sonnige Lage mit + = plus, eine schattige mit — = minus bezeichnen, wonach sich die Bedeutung der Combinationen dieser Zeichen von selbst ergibt. Es wäre z. B. S+ ein gegen Süden abgedachter sonniger, N± ein gegen Norden abfallender, weder zu sonniger, noch zu schattiger Standort u. s. w. Diese Zeichen könnten dem Namen der Pflanze beigefügt werden. z. B. *Convallaria majalis* S +, *Hepatica triloba* ±. Die Bezeichnung der Abdachung fällt bei horizontalem Standorte natürlich hinweg; die des Insolationsgrades wäre auch in dem Falle beizufügen, wenn der Standort nicht überwiegend sonnig oder schattig ist, so wie wir es an dem oben angeführten Beispiele bei *Hepatica triloba* sehen.

Bei Bäumen und Sträuchern ist die nähere Bezeichnung des Standortes aus den bereits angeführten Gründen zwar weniger nothwendig, aber immerhin wünschenswerth.

Obgleich in der Instruction in dieser Beziehung keine Anordnung getroffen worden ist, so dürften die an verschiedenen Orten gefundenen Daten dennoch vergleichbarer sein, als es auf den ersten Blick scheint; indem den Beobachtern, wie bereits erwähnt, aufgegeben worden ist, immer das früheste Datum einer jeden Erscheinung anzumerken, welches in der Regel von einem Standorte mit südlicher Abdachung und sonniger Lage erhalten wird. Die Aufzeichnungen dürften daher unter sich vergleichbarer sein, als mit Wien, wo die Beobachtungen im botanischen Garten angestellt wurden, dessen Terrain nach Norden abfällt. Doch senkt sich auch hier der Boden nicht ununterbrochen gegen Norden, sondern wechselt mit Terrassen von horizontaler Lage. Pflanzen, welche in diesen Theilen des Gartens beobachtet worden sind, werden sich so gut zu Vergleichungen eignen, wie Aufzeichnungen von anderen Orten.

Beispielsweise mögen hier die Blüthezeiten der weissen Lilie *(Lilium candidum)* angeführt sein, welche im botanischen Garten zu Wien auf einem sonnigen horizontalen Standorte cultivirt wird. Die Blüthezeiten waren:

in Zara . . . . . am 1. Juni,
„ Wien . . . . . „ 25. „

in Prag	am	30. Juni,
„ Kremsmünster .	„	2. Juli,
„ Stanislau . . .	„	12. „
„ Strakonitz . . .	„	13. „

Diese Beobachtungen stimmen ziemlich gut mit der geographischen Lage der Beobachtungsorte überein. Für das Maiglöckchen *(Convallaria majalis)* ergeben sich folgende Blüthezeiten:

in Wien	am	4. Mai,
„ Krakau	„	6. „
„ Linz	„	9. „
„ Kremsmünster . . .	„	10. „
„ Prag	„	15. „
„ Strakonitz	„	15. „
„ Stanislau	„	19. „

Hier zeigt sich nur in Prag eine etwas auffallende Verzögerung. Als ein drittes Beispiel möge *Narcissus poëticus,* die Narzisse der Dichter gelten. Sie blühte:

in Deutschbrod . .	am	16. April,
„ Kremsmünster . .	„	22. „
„ Wien	„	1. Mai,
„ Krakau	„	4. „
„ Prag	„	5. „
„ Strakonitz . . .	„	15. „

Die bedeutend frühere Blüthezeit in Kremsmünster, noch mehr aber in Deutschbrod ist sehr auffallend, während an den übrigen Orten die Zeiten ziemlich gut stimmen. Ob nicht eine Verwechslung mit der gelben Narzisse *(Narcissus Pseudonarcissus)* stattfand? welche bedeutend früher als die Dichter-Narzisse blüht.

Die Beobachtungen über die Blüthe eignen sich, weil sie einer grösseren Genauigkeit als jene über die anderen Stadien des Pflanzenlebens fähig sind, am besten zur Entscheidung der Frage, ob die Vegetations-Verhältnisse eines Jahres an irgend einer Station normal oder anomal waren, d. h. ob die Blüthe der Pflanzen zur gewöhnlichen oder ungewöhnlichen Zeit eintrat oder nicht, vorausgesetzt, dass die normale Blüthezeit nach mehrjährigen Beobachtungen bekannt ist.

Dies ist in Prag der Fall, wo die Blüthezeiten vieler Pflanzen aus mehrjährigen Beobachtungen berechnet werden konnten [1]). Wir wollen nun dieselben mit den im Jahre 1854 ausgemittelten, vergleichen und die Unterschiede mit + (plus) bezeichnen, wenn die Pflanze im Jahre 1854 früher blühte, im Gegenfalle mit — (minus) und die Unterschiede Anomalie nennen.

			Anomalie in Tagen
Aesculus Hippocastanum	blühte	4. Mai	+ 3
Berberis vulgaris . . .	„	5. „	+ 8
Betula alba	„	12. April	+ 1
Convallaria majalis . .	„	15. Mai	− 3
Cornus mascula	„	3. April	+ 2
Corylus Avellana . . .	„	12. März	+ 7
Cytisus Laburnum . . .	„	28. Mai	— 10
Fragaria vesca	„	7. „	± 0
Fritillaria imperialis .	„	17. April	± 0
Galanthus nivalis . . .	„	1. „	— 27
Hepatica triloba	„	1. „	— 5
Juglans regia	„	8. Mai	± 0
Narcissus poëticus . . .	„	5. „	— 1
Nymphaea alba	„	17. Juni	+ 4
Paeonia officinalis . . .	„	13. Mai	+ 1
Philadelphus coronarius	„	28. „	+ 6
Populus pyramidalis . .	„	13. April	— 1
Prunus avium	„	20. „	+ 6
„ *domestica* . . .	„	22. „	+ 9
Pyrus communis	„	3. Mai	— 6
„ *Malus*	„	3. „	+ 1
Quercus pedunculata .	„	7. „	— 3
Ribes Grossularia . . .	„	12. April	+ 7
Robinia Pseudoacacia .	„	21. Mai	+ 8
Rosa canina	„	4. Juni	± 0
„ *centifolia*	„	28. Mai	+ 14
Rubus Idaeus	„	21. „	+ 4
Sambucus nigra	„	28. „	+ 6
Sorbus Aucuparia . . .	„	13. „	+ 1
Syringa vulgaris . . .	„	4. „	+ 5
Ulmus campestris . . .	„	3. April	+ 1
Viburnum Opulus . . .	„	13. Mai	+ 4
Viola odorata	„	5. April	± 0

[1]) M. s. Kalender der Flora des Horizontes von Prag. Anhang zum Jännerhefte 1852 der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Cl. d. kais. Akad. d. Wissensch.

Geht man von der Voraussetzung aus, dass die Witterung auf alle Pflanzen in demselben Sinne einwirkt, so sollte sich, wenn sich in einer Jahreszeit bei einer oder der anderen Pflanze die Blüthezeit verzögert oder beschleuniget hatte, eine ähnliche Wirkung auch bei den übrigen gleichzeitig blühenden Pflanzen herausstellen. Wir wollen daher die Anomalien nach den Blüthezeiten zusammenstellen und sehen, ob die in dieselbe Periode fallenden Anomalien in Beziehung auf Grösse und Zeichen übereinstimmen. Zahlreich genug zu Vergleichungen sind nur jene Anomalien, welche Blüthezeiten angehören, die in folgende Dekaden fallen.

1. bis 10. April	+2	—27?	— 5	+ 1	±0			
11. „ 20. „	+1	±0	— 1	+ 6	+7			
1. „ 10. Mai	+ 3	+8	± 0	± 0	—1	—6	+1	—3 +5
11. „ 20. „	— 3	+1	+ 1	+ 4				
21. „ 31. „	—10?	+6	+ 8	+14?	+4	+6		

Die zusammengehörigen Anomalien bewegen sich mit wenigen Ausnahmen innerhalb der Fehlergrenzen der Beobachtungen und normalen Blüthezeiten, da auch die letzteren noch bis auf ein paar Tage unsicher sind und beide Reihen nicht von demselben Beobachter herrühren.

Lässt man die mit einem Fragezeichen markirten Grössen unberücksichtiget und berechnet für alle Dekaden den Durchschnitt der zusammengehörigen Grössen, so erhält man folgende

	mittlere Anomalie
1. bis 10. April	—1
11. „ 20. „	+3
1. „ 10. Mai	+1
11. „ 20. „	+1
21. „ 31. „	+6

Die Vegetations-Verhältnisse waren demnach im Jahre 1854 in Prag nahezu normal, d. h. die Pflanzen blühten fast zur gewöhnlichen Zeit, nur in den Perioden vom 11. bis 20. April, dann 21. bis 31. Mai zeigt sich eine Beschleunigung der Entwickelung um wenige Tage.

Fruchtreife.

„Wenn wenigstens eine Frucht an einer Pflanze ganz reif ist.“

In Betreff der Fruchtreife wird es genügen, wenn die Herren Beobachter die Zeiten derselben für jene Pflanzen angeben, welche in national-ökonomischer Hinsicht von Wichtigkeit sind, dafür aber bei der Bestimmung des Zeitpunktes der Fruchtreife mit um so grösserer Sorgfalt vorzugehen.

Wir wollen von den verschiedenen Orten die Zeiten der Fruchtreife unserer Erdbeere *(Fragaria vesca)* vergleichen. Die Früchte reiften:

in Linz . . . . . am 20. Mai,
„ Wien . . . . . . „ 27. „
„ Strakonitz . . . „ 12. Juni,
„ Senftenberg . . „ 14. „
„ Stanislau . . . „ 17. „
„ Kremsmünster . „ 18. „
„ Zara . . . . . „ 19. „
„ Hermannstadt . „ 20. „
„ Prag . . . . . „ 23. „
„ Saybusch . . . „ 1. Juli.

Auffallend früh ist die Fruchtreife in Linz, auffallend spät in Zara. In Linz findet man im Journale die Bemerkung: „Reife Erdbeeren auf dem Markte“; es wäre also möglich, dass sie von einem anderen Orte stammen oder künstlich zur Reife gebracht worden sind. In Zara scheint die Monatszahl des Mai (5) mit jener des Juni (6) verwechselt worden zu sein.

Als zweites Beispiel möge die Vogelkirsche *(Prunus avium)* dienen. Die Früchte reiften:

in Zara . . . . . am 19. Mai,
„ Hermannstadt . „ 6. Juni,
„ Kremsmünster . „ 10. „
„ Kronstadt . . . „ 15. „
„ Prag . . . . . „ 19. „
„ Krakau . . . . „ 20. „
„ Stanislau . . . „ 21. „
„ Klagenfurt . . . „ 1. Juli,
„ Czaslau . . . . „ 6. „
„ Strakonitz . . . „ 10. „
„ Senftenberg . . „ 15. „

Diese Daten dürften der geographischen Lage und Seehöhe der Orte so ziemlich entsprechen, nur in Kremsmünster erscheint die Fruchtreife auffallend frühzeitig.

Die Pflaumen *(Prunus domestica)* reiften:

in Zara	am	1.	August,
„ Krakau	„	20.	„
„ Prag	„	22.	„
„ Hermannstadt .	„	31.	„
„ Czaslau	„	9.	September,
„ Kremsmünster .	„	10.	„
„ Stanislau . . .	„	18.	„
„ Kahlenberg . .	„	20.	„
„ Deutschbrod . .	„	26.	„

Die Birnen *(Pyrus communis)* und Äpfel *(Pyrus malus)* reiften:

		P. communis	*P. malus*
in Linz . . .	am	5. Juli,	
„ Prag . . .	„	8. „	22. August,
„ Wien . . .	„	16. „	
„ Strakonitz .	„	30. „	5. „
„ Kremsmünster	„	5. August,	
„ Stanislau .	„	7. „	7. „
„ Krakau . .	„	26. „	24. „

Bei dieser Frucht kommt zu viel auf die Sorte an, als dass man die an verschiedenen Orten gemachten Aufzeichnungen als strenge vergleichbar betrachten könnte. Auch ist die Fruchtreife dieser Obstgattungen mit viel zu wenig augenfälligen und schnell vorübergehenden Erscheinungen verbunden, als dass sich die Zeit derselben genau bestimmen liesse. Es ist daher wünschenswerth die Fruchtsorte entweder näher zu bezeichnen oder die Beobachtungen an wilden Exemplaren anzustellen.

Die Fruchtreife des Weinstockes ist viel zu wichtig, als dass wir uns versagen könnten, die wenigen vorliegenden Daten vergleichend zusammenzustellen.

Fruchtreife von *Vitis vinifera*:

in Zara	am	19.	August,
„ Prag	„	7.	September,
„ Wien	„	16.	„
„ Kremsmünster .	„	20.	„
„ Hermannstadt . .	„	30.	„

Beim Weinstock kommt viel darauf an, ob er im Freien steht oder an einem Spalier gezogen wird, sowie auch die Tageszeit, zu welcher der Stock von der Sonne beschienen wird. Die Herrn Beobachter werden daher ersucht, diese Verhältnisse bei den Beobachtungs-Daten zu bemerken.

Einjährige Pflanzen.

Die Zeiten der Blüthe und Fruchtreife einjähriger Pflanzen sind nur dann von Werth, wenn zugleich die Saat- und Keimzeit angegeben wird, denn in der Regel blüht eine Pflanze und reifen ihre Früchte desto später, je später sie gesäet wird, vorausgesetzt, dass die Bedingungen des Keimes in beiden Fällen in gleichem Grade vorhanden waren. Dies lässt sich nach der Zeit des Keimens beurtheilen, es ist daher wünschenswerth, auch diese beizufügen. Abgesehen davon, dass gerade die in national-ökonomischer Hinsicht wichtigsten Pflanzen, wie z. B. unsere Getreidearten, die Hülsenfrüchte, der Lein, Tabak, die Kartoffel u. s. w. einjährige, d. h. solche Pflanzen sind, welche in demselben Jahre, in welchem sie gesäet wurden, Früchte tragen, sind sie auch noch in rein wissenschaftlicher Hinsicht, vor den übrigen, den Beobachtern in dem Falle anzuempfehlen, wenn es sich um die Beantwortung der bisher immer nur mehr oder weniger annähernd, und daher nicht genau genug gelösten Frage handelt, welcher Quantität von Wärme, Feuchtigkeit u. s. w. eine Pflanze bedarf, um einen lohnenden Erfolg des Anbaues zu versprechen.

Die Beantwortung dieser Frage setzt die Kenntniss des Zeitpunktes voraus, von welchem man bei der Summirung der Wärmegrade u. s. w. auszugehen habe, wofür im Allgemeinen jener angenommen wird, zu welchen die Pflanzen aus dem Winterschlafe erwachen, welchen Zeitpunkt man der Saatzeit der einjährigen Pflanzen als adäquat annehmen kann. Bei letzteren ist also dieser Zeitpunkt genau bestimmt, bei weitem weniger oder gar nicht hingegen bei den perennirenden Pflanzen, weil bei den wenigsten derselben augenfällige Anzeichen des Erwachens vorkommen und wenn dies auch nicht der Fall wäre, viel davon abhängt, bis zu welchem Grade der Entwickelung die Keime im verflossenen Herbste gelangt sind.

Aus dem Vorangeschickten folgt von selbst, dass man die Zeiten der Blüthe und Fruchtreife von verschiedenen Orten nicht unmittelbar unter sich vergleichen kann, sondern nur die Unterschiede zwischen

gleichnamigen Phasen der Entwickelung, z. B. den Unterschied in den Zeiten des Keimens und der Blüthe, der letzteren und der Fruchtreife u. s. f., obgleich auch dann nur ein annähernd richtiges Resultat erhalten wird, weil selbst an demselben Orte viel auf die Jahreszeit ankömmt, in welcher die Entwickelung stattfand, da die Pflanze z. B. in einer wärmeren Jahreszeit, vorausgesetzt, dass es zugleich an hinreichender Feuchtigkeit nicht mangle, weniger Zeit benöthigen wird, um von der Blüthe zur Fruchtreife zu gelangen, als in der kälteren und die Verhältnisse durch Temperatursummen u. s. w., daher genauer dargestellt werden könnten.

Dass die Zeit der Saat nicht immer die Bedingung des Keimens in sich schliesst, erkennt man am besten aus den sehr ungleichen Unterschieden der Zeiten des Säens und Keimens.

Beim Haber (*Avena sativa*) z. B. vergingen:

in Alkus	10
„ Kremsmünster .	18
„ Strakonitz . . .	38
„ Wien	7

Tage, bevor die keimende Pflanze an der Erdoberfläche erschien.

Als zweites Beispiel möge die Kartoffel (*Solanum tuberosum*) dienen, deren Knollen beträchtlich später gesteckt zu werden pflegen, als die Saat des Sommergetreides vorgenommen wird. Es vergingen bis zum Hervorspriessen der keimenden Pflanze Tage:

in Alkus	37
„ Kremsmünster .	24
„ Strakonitz . .	44
„ Tröpelach . .	16

In Alkus und Kremsmünster wurden die Knollen an demselben Tage, nämlich am 15. April gesteckt, und dennoch erschien die Pflanze hier bereits am 9. Mai, dort erst am 22. Mai an der Erdoberfläche. In Tröpelach, wo die Pflanzung erst am 12. Mai vorgenommen worden ist, gingen die Kartoffel um 6 Tage später auf, als in Alkus und 11 Tage später als in Strakonitz, wo die Knollen bereits am 3. April dem Schoosse der Erde anvertraut worden sind.

Diese Beispiele genügen zu zeigen, dass es zweckmässiger ist, die Blüthezeit mit der Keimzeit zu vergleichen, als mit dem Datum der Saat. Es vergingen zwischen beiden Tagen, und zwar:

Zeitdauer vom Keimen bis zur Blüthe.

	Alkus	Krems-münster	Lienz	Strako-nitz	Tröpel-ach	Wien
Avena sativa (Haber)	105	65	—	—	—	87
Cannabis sativa (Hanf)	68	—	51	—	—	45
Hordeum vulgare (Gerste)	84	59	69	—	70	67
Linum usitatissimum (Lein)	69	—	—	—	45	69
Pisum sativum (Erbsen).	90	—	—	—	57	46
Polygonum Fagopyrum (Heidekorn) .	—	—	—	—	33	27
Solanum tuberosum (Kartoffel) . . .	57	45	—	—	31	39
Zea Mays (Mais)	—	—	73	—	64	62

Wichtiger wohl ist die Vergleichung der Erntezeit mit der Zeit des Keimens, welche sich mit Hilfe der vorstehenden und nachfolgenden Tafel leicht bewerkstelligen lässt, denn um die Zeitdauer vom Keimen der Pflanze bis zur Fruchternte zu finden, braucht man nur die entsprechenden Zahlen beider Tafeln zu summiren.

Zeitdauer von der Blüthe bis zur Ernte.

	Alkus	Krems-münster	Lienz	Strako-nitz	Tröpel-ach	Wien
Avena sativa (Haber)	40	48	—	59	—	10
Cannabis sativa (Hanf)	52	15	—	—	—	—
Hordeum vulgare (Gerste)	36	47	39	33	32	27
Linum usitatissimum (Lein)	35	—	—	—	42	26
Pisum sativum (Erbsen)	49	—	—	—	39	31
Polygonum Fagopyrum (Heidekorn) . .	—	60	—	—	28	40
Solanum tuberosum (Kartoffel) . . .	68	88	111	—	99	—
Zea Mays (Mais)	—	—	62	—	53	—

Es scheint, dass die Fruchtreife verschieden aufgefasst wird, indem einige Beobachter den Anfang, andere das Ende derselben notiren, welches durch die Ernte bezeichnet ist. Da aber der Tag der Ernte nicht selten ein willkürlicher ist, so wäre es vortheilhafter den Anfang der Fruchtreife anzumerken, wie es auch in der Instruction angeordnet worden ist. Jedenfalls wird eine grössere Vergleichbarkeit der Beobachtungen erzielt. In Wien, wo nur der Zeitpunkt des Beginnens der Fruchtreife angemerkt worden ist, ist das Intervall zwischen Blüthe und Fruchtreife kürzer, als an den meisten übrigen

Orten. Die Zeit der Fruchtreife stimmt dann auch besser zur Zeit der Blüthe, welche ebenfalls dann angemerkt wird, wenn eine oder einige wenige Blüthen im Allgemeinen, nicht an allen einzelnen Pflanzen, ganz entwickelt sind. Man merkt z. B. die Blüthe des Roggens *(Secale cereale)* dann an, wenn an einer oder einigen wenigen Ähren im ganzen Beobachtungsbezirke die Staubfäden erscheinen, daher auch die Samenreife, wenn an einer oder einigen wenigen Ähren die Körner die Keimfähigkeit erlangt haben. Das Intervall zwischen Blüthezeit und Samenreife wird nahezu dem mittleren Verhalten aller Pflanzen der beobachteten Art entsprechend sein.

Laubfall.

„Wenn alle Laubblätter wenigstens an einem Baume abgefallen sind."

Der Laubfall im Herbste, welcher an Holzgewächsen zu beobachten ist, geht selten regelmässig und allmählich vor sich, sondern erleidet gewöhnlich Störungen, welche bewirken, dass er bald früher, bald später sein Ende erreicht. Eine anhaltend niedrige Temperatur bei ruhiger Luft verzögert ihn in demselben Grade, als ihn eine ungewöhnlich hohe Temperatur bei bewegter Atmosphäre beschleuniget.

Solche Ursachen stören nur dann die Verhältnisse, welche sich herausstellen, wenn man die Daten verschiedener Orte vergleicht, wenn sie nur local auftreten und nicht allgemein verbreitet sind. Ist in den normalen klimatischen Verhältnissen eines Ortes ein Grund vorhanden, dass hier bei einer Baumgattung die Entlaubung früher stattfinde, als an einem anderen, so wird dies auch geschehen, wenn an beiden Orten übereinstimmende ausserordentliche Verhältnisse stattfinden, z. B. eine anhaltende kühle oder warme Temperatur.

Die Hauptquelle der Störungen sind vielmehr ausserordentliche Erscheinungen, welche nur local auftreten und schnell vorübergehen, z. B. einzelne Stürme, Fröste u. s. w. Ein einziges Ereigniss dieser Art reicht oft hin, um die meisten Bäume binnen kurzer Zeit ihres Laubschmuckes ganz zu berauben, während sie denselben an anderen Orten, welche von dem Ereignisse verschont blieben, noch mehr oder weniger lange Zeit behalten.

Wir wollen nun einige Vergleichungen der Zeiten anstellen, zu welchen an verschiedenen Stationen die vollständige Entlaubung stattgefunden hat.

Entlaubung der Rosskastanie *(Aesculus Hippocastanum)*:

Hermannstadt . .	am	16.	October,
Kronstadt	„	22.	„
Kremsmünster . .	„	27.	„
Senftenberg . . .	„	28.	„
Stanislau	„	28.	„
Krakau	„	29.	„
Wien	„	31.	„
Prag	„	4.	November.

Entlaubung der Buche *(Fagus silvatica)*:

Kronstadt	am	20.	October,
Pürglitz	„	24.	„
Senftenberg . . .	„	28.	„
Kremsmünster . .	„	31.	„
Wien	„	12.	November.

Entlaubung der Pappel *(Populus pyramidalis)*:

Hermannstadt . .	am	20.	October,
Schüttenhofen . .	„	25.	„
Stanislau	„	28.	„
Kremsmünster . .	„	31.	„
Prag	„	4.	November,
Krakau	„	12.	„
Kronstadt, Wien .	„	13.	„

Entlaubung der Sommerlinde *(Tilia grandifolia)*:

Kronstadt	am	22.	October,
Schüttenhofen . .	„	24.	„
Prag	„	25.	„
Wien	„	26.	„
Kremsmünster . .	„	26.	„
Hermannstadt . .	„	29.	„
Senftenberg . . .	„	1.	November.

Es stellt sich heraus, dass die Entlaubung an den verschiedenen Orten auf einen viel engeren Zeitraum beschränkt ist, als andere Stadien des Pflanzenlebens, wie die Belaubung, Blüthe und Fruchtreife, ein Beweis, dass sie nicht weniger durch andere Factoren, als durch klimatische Verhältnisse bestimmt wird.

Tag und Monat des Belaubens der Bäume und Sträucher.

	Brünn	Czaslau	Deutsch-brod	Hermann-stadt	Kaning	Klagen-furt	Krakau	Krems-münster	Kronstadt	Laibach	Lienz	Linz
Aesculus Hippocastanum	—	—	4—5	24—4	—	11—4	18—4	16—4	3—5	8—4	17—4	20—4
Alnus glutinosa	—	—	—	—	—	—	22—4	14—4	—	—	—	—
Amygdalus communis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
„ persica	—	—	—	—	—	11—4	1—5	—	—	—	—	—
Berberis vulgaris	—	—	—	—	—	15—4	23—4	12—4	3—5	—	10—4	—
Betula alba	—	22—4	—	—	—	16—4	21—4	14—4	5—5	—	—	—
Carpinus Betulus	—	—	—	—	—	16—4	20—4	10—4	6—5	—	—	—
Castanea vesca	—	—	—	—	—	—	—	1—5	—	—	—	—
Cornus mascula	—	—	—	—	—	1—5	3—5	—	—	—	—	—
Corylus Avellana	—	—	—	2—5	—	7—4	24—4	10—4	3—5	—	17—4	—
Cytisus Laburnum	—	3—5	—	—	—	—	—	24—4	—	—	—	—
Daphne Mezereum	—	—	—	—	—	—	—	8—4	—	—	—	—
Fagus silvatica	—	—	—	—	—	20—4	—	30—4	3—5	—	—	—
Ficus Carica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Fraxinus excelsior	—	7—5	—	6—5	—	5—5	6—5	26—4	10—5	—	—	—
Hedera Helix	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Juglans regia	—	—	—	—	—	5—5	12—5	23—4	10—5	—	6—5	—
Morus alba	—	7—5	—	—	—	12—5	—	6—5	18—5	—	4—5	—
Olea europæa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Philadelphus coronarius	—	—	—	—	—	12—4	19—4	10—4	5—5	—	—	—
Pinus Larynx	—	—	—	—	—	8—4	20—4	9—4	—	—	8—4	7—4
„ silvestris	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Platanus occidentalis	—	—	—	—	—	—	—	5—5	—	—	—	—
Populus pyramidalis	—	22—4	—	6—5	—	26—4	2—5	21—4	6—5	—	—	—
Prunus avium	—	—	—	—	—	17—4	24—4	13—4	6—5	—	15—4	—
„ domestica	—	13—4	5—5	—	—	18—4	4—5	23—4	6—5	—	17—4	—
„ spinosa	—	—	—	—	—	—	6—5	—	6—5	—	—	—

	Brünn	Czaslau	Deutsch-brod	Hermann-stadt	Kaning	Klagen-furt	Krakau	Krems-münster	Kronstadt	Laibach	Lienz	Linz
Pyrus communis	—	22—4	—	—	—	16—4	1—5	23—4	10—5	—	18—4	22—4
„ Malus	—	22—4	—	—	—	16—4	30—4	23—4	—	—	—	—
Quercus pedunculata	—	—	—	6—5	—	—	4—5	26—4	8—5	—	—	—
Ribes Grossularia	—	28—3	12—4	—	—	—	7—4	27—3	22—4	—	—	29—3
Robinia Pseudoacacia	—	7—5	20—5	—	—	7—5	9—5	5—5	14—5	14—5?	—	1—5
Rosa canina	—	—	—	—	—	15—4	17—4	—	3—5	—	—	—
„ centifolia	—	—	—	—	—	—	1—5	8—4	3—5	—	—	—
Rubus Idæus	—	3—4	—	—	—	—	—	—	22—4	—	—	—
Salix babylonica	11—4	—	—	—	—	—	20—4	24—4	25—4	8—4	—	—
Sambucus nigra	—	—	—	—	—	10—4	12—4	2—4	29—4	—	14—4	—
Sorbus Aucuparia	—	—	—	—	—	16—4	24—4	10—4	3—5	—	7—4	—
Syringa vulgaris	—	8—4	—	8—2?	—	6—4	14—4	10—4	2—5	—	—	—
Tilia grandifolia	—	4—5 (Tilia grandifolia and parvifolia together)	—	—	—	16—4 (Tilia grandifolia and parvifolia together)	3—5 (Tilia grandifolia and parvifolia together)	—	6—5	—	20—4 (Tilia grandifolia and parvifolia together)	—
„ parvifolia	—		—	—	—			21—4	—	—		—
Ulmus campestris	—	—	—	—	—	—	24—4	—	8—5	—	—	—
Viburnum Opulus	—	—	—	—	—	15—4	20—4	—	3—5	—	—	—
Vitis vinifera	—	—	—	3—5	—	30—4	6—5	—	11—5	—	—	—

	St. Peter	Prag	Pürglitz	Saybusch	Schössl	Senften-berg	Stanislau	Strako-nitz	Tröppel-ach	Wien	Zara
Aesculus Hippocastanum	—	3—4	23—4	—	18—4	4—5	—	16—4	—	8—4	—
Alnus glutinosa	—	—	—	—	—	24—4	—	20—4	—	7—4	—
Amygdalus communis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7—4	—
„ persica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11—4	—
Berberis vulgaris	—	13—4	—	9—5	—	3—5	—	17—4	—	4—4	—
Betula alba	—	12—4	20—4	5—5	—	1—5	—	17—4	—	7—4	—
Carpinus Betulus	—	—	—	—	—	5—5	—	—	—	10—4	—
Castanea vesca	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

	St. Peter	Prag	Pürglitz	Saybusch	Schössl	Senftenberg	Stanislau	Strakonitz	Tröpelach	Wien	Zara
Cornus mascula	—	12—4	—	—	—	—	—	—	—	11—4	—
Corylus Avellana	—	12—4	—	—	—	21—4	—	19—4	—	4—4	—
Cytisus Laburnum	—	20—4	—	—	—	—	—	—	—	7—4	—
Daphne Mezereum	—	9—4	—	—	—	18—4	—	—	—	22—3	—
Fagus silvatica	—	—	11—5	10—5	—	3—5	—	—	—	19—4	—
Ficus Carica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	24—4	15—4
Fraxinus excelsior	—	6—5	11—5	—	—	14—5	—	—	—	2—5	15—4
Hedera Helix	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Juglans regia	—	23—4	—	—	—	—	—	24—5	—	16—4	1—5
Morus alba	—	5—5	—	—	—	—	—	—	—	24—4	25—4
Olea europæa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Philadelphus coronarius	—	12—4	—	—	—	26—4	—	—	—	23—3	—
Pinus Larynx	—	—	20—4	5—5	—	22—4	23—4	11—4	—	25—3	—
„ silvestris	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7—5?	—
Platanus occidentalis	—	11—5	—	—	—	—	—	—	—	21—4	—
Populus pyramidalis	—	17—4	—	10—5	—	11—5	—	3—5	—	11—4	—
Prunus avium	—	12—4	—	10—5	—	5—5	—	23—4	—	9—4	19—4
„ domestica	—	22—4	—	7—5	—	10—5	—	23—4	—	11—4	—
„ spinosa	—	12—4	—	7—5	—	10—5	—	28—4	—	20—4	—
Pyrus communis	—	16—4	—	10—5	—	10—5	—	—	—	12—4	—
„ Malus	—	17—4	—	10—5	—	4—5	—	23—4	—	—	16—4
Quercus pedunculata	—	26—4	11—5	—	—	11—5	—	8—5	—	21—4	4—5
Ribes Grossularia	—	28—3	—	25—4	14—3	11—4	5—4	—	—	10—3	16—4
Robinia Pseudoacacia	—	20—4	18—5	—	—	15—5	—	17—5	—	22—4	1—5
Rosa canina	—	16—4	—	—	—	28—4	—	17—4	—	7—4	10—4
„ centifolia	—	13—4	—	—	—	—	—	—	—	11—4	—
Rubus Idæus	—	12—4	—	—	—	22—4	—	—	—	29—3	—
Salix babylonica	—	9—4	—	—	—	—	—	16—4	—	30—3	—
Sambucus nigra	—	3—4	—	25—4	19—4	18—4	20—4	12—4	—	8—2?	—

	St. Peter	Prag	Pürglitz	Saybusch	Schössl	Senftenberg	Stanislau	Strakonitz	Tröpelach	Wien	Zara
Sorbus Aucuparia	—	12—4	3—5	—	12—4	4—5	—	16—4	—	6—4	—
Syringa vulgaris	—	1—4	—	—	20—4	17—4	22—4	16—4	—	31—3	26—4
Tilia grandifolia	—	26—4	3—5	} 9—5	—	5—5	—	22—4	—	10—4	—
„ parvifolia	—	16—4	—		—	11—5	—	3—5	—	20—4	—
Ulmus campestris	—	12—4	—	—	—	17—5	—	—	—	10—4	20—4
Viburnum Opulus	—	12—4	—	—	—	3—5	—	—	—	6—4	—
Vitis vinifera	—	30—4	—	—	—	—	—	14—5	—	19—4	10—5

Tag und Monat des Blühens der mehrjährigen Pflanzen.

	Altkus	Czaslau	Czernowitz	Deutschbrod	Gastein	Hermannstadt	Kaning	Klagenfurt	Krakau	Kremsmünster	Kronstadt	Laibach	Lienz
Aesculus Hippocastanum	—	—	—	14—5	—	15—5	—	10—5	9—5	10—5	17—5	—	—
Alnus glutinosa	—	—	—	—	—	—	—	27—3	20—3	11—3	—	—	—
Amygdalus communis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
„ persica	—	—	—	—	—	27—4	—	12—4	19—4	26—4	—	—	—
Berberis vulgaris	18—6	—	—	—	—	—	—	16—5	17—5	17—5	23—5	28—5	11—5
Betula alba	—	—	—	—	—	—	—	—	2—4	14—4	—	—	—
Calluna vulgaris	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Carpinus Betulus	—	—	—	—	—	—	—	—	13—4	—	—	—	—
Castanea vesca	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3—7	—	—	—
Colchicum autumnale	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14—8	14—9	—	—
Convallaria majalis	—	—	—	—	—	—	—	—	6—5	10—5	—	—	—
Cornus mascula	—	—	—	—	—	—	—	6—4	30—3	9—4	—	—	—
Corylus Avellana	—	—	—	—	—	31—3	—	7—3	20—2	11—3	—	1—11	19—3
Cytisus Laburnum	—	—	—	—	—	—	—	30—5	—	17—5	25—5	—	—
Daphne Mezereum	—	—	—	2—4	—	—	—	—	—	28—3	—	13—3	—

	Alkus	Czaslau	Czernowitz	Deutschbrod	Gastein	Hermannstadt	Kaning	Klagenfurt	Krakau	Kremsmünster	Kronstadt	Laibach	Liens
Digitalis purpurea	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Fagus silvatica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9—5	—	—	—
Ficus Carica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Fragaria vesca	—	—	—	—	6—5	6—5	—	—	8—5	1—5	—	—	—
Fraxinus excelsior	—	—	—	—	—	—	—	—	29—4	—	—	—	—
Fritillaria imperialis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11—4	—
Galanthus nivalis	—	—	—	—	—	13—3	—	—	12—3	12—3	15—3	28—1	—
Hedera Helix	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Hemerocallis fulva	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Hepatica triloba	—	—	—	—	—	30—3	—	—	15—4	2—3	21—3	—	30—3
Humulus Lupulus	—	—	—	—	—	—	—	—	27—7	—	—	—	—
Juglans regia	—	—	—	—	—	—	—	16—5	20—5	11—5	—	—	6—5
Lilium candidum	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2—7	—	—	—
Morus alba	—	—	—	—	—	—	—	21—5	—	19—5	—	—	—
Narcissus poëticus	—	—	—	16—4	—	—	—	—	4—5	22—4	—	—	—
Nuphar luteum	—	—	—	—	—	—	—	—	16—5	—	—	—	—
Nymphæa alba	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Olea europæa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Pæonia officinalis	—	—	—	—	—	—	—	—	24—5	11—5	—	—	—
Philadelphus coronarius	—	—	—	—	—	—	—	31—5	31—5	4—6	15—6	—	—
Pinus Larynx	—	—	—	—	—	—	—	—	20—4	—	—	—	8—4
„ silvestris	—	—	—	—	—	—	—	10—5	—	9—5	—	—	—
Platanus occidentalis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Populus pyramidalis	—	22—4	—	—	—	—	—	3—4	7—4	6—4	—	23—4	—
Prunus avium	26—5	—	4—5	—	—	1—5	—	21—4	2—5	22—4	6—5	—	17—4
„ domestica	—	—	—	13—5	—	3—5	—	1—5	6—5	26—4	6—5	22—4	20—4
„ spinosa	—	—	—	—	—	2—5	—	15—4	7—5	26—4	6—5	12—4	15—4
Pyrus communis	4—6	—	—	—	—	3—5	—	27—4	4—5	26—4	10—5	—	27—4
„ Malus	—	—	—	—	—	6—5	—	4—5	6—5	26—4	13—5	—	30—4

	Alkus	Czaslau	Czernowitz	Deutschbrod	Gastein	Hermannstadt	Kaning	Klagenfurt	Krakau	Kremsmünster	Kronstadt	Laibach	Lienz
Quercus pedunculata	—	—	—	—	—	—	—	—	10—5	—	—	—	—
Ribes Grossularia	—	—	—	6—5	—	25—4	—	—	30—4	22—4	2—5	—	—
Robinia Pseudoacacia	—	—	—	—	—	28—5	—	2—6	29—5	7—6	4—6	14—5	—
Rosa canina	—	—	—	—	—	—	—	10—6	2—6	—	15—6	15-6?	—
„ centifolia	—	—	—	—	—	—	—	13—6	12—6	19—6	20—6	—	—
Rubus Idæus	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19—5	—	—	—
Salix babylonica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12—6	—	—	—
Salvia officinalis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Sambucus nigra	21—7	—	—	—	—	3—6	—	31—5	5—6	30—5	3—6	13—6	26—5
Sorbus aucuparia	—	—	—	—	—	—	—	—	20—5	12—5	21—5	—	—
Syringa vulgaris	—	—	—	—	—	9—5	—	6—5	11—5	9—5	17—5	—	—
Tilia grandifolia	—	—	—	—	—	—	—	—	} 6—6	—	5—7	19—7	—
„ parvifolia	—	—	—	—	—	26—6	—	—	}	23—6	5—7	—	—
Ulmus campestris	—	—	—	—	—	20—4	—	—	6—4	—	—	—	—
Viburnum Opulus	—	—	—	—	—	—	—	12—5	24—5	16—5	23—5	—	—
Viola odorata	—	—	—	15—4	—	6—4	—	20—3	10—4	20—3	22—4	28 1?	—
Vitis vinifera	—	—	—	—	—	19—6	—	11—6	24—6	30—6	—	—	—

	Linz	St. Peter	Prag	Pürglitz	Saybusch	Schössl	Senftenberg	Stanislau	Strakonitz	Tröpelach	Wallendorf	Wien a)	Wien b)	Zara
Aesculus Hippocastanum	9—5	—	4—5	—	—	18—5	17—5	22—5	16—5	—	—	30—4	5—5	8—5
Alnus glutinosa	—	—	—	—	1—4	—	—	—	20—4?	—	—	11—3	—	—
Amygdalus communis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7—4	10—4	15—2
„ persica	19—4	—	—	—	—	—	22—4	—	—	—	—	11—4	—	1—4
Berberis vulgaris	—	—	5—5	—	23—5	—	24—5	26—5	24—5	—	—	9—5	14—5	—
Betula alba	—	—	12—4	—	—	—	4—5	—	17—4	—	—	7—4	—	—
Calluna vulgaris	—	—	23—7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Carpinus Betulus	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	23—4	—	—

	Linz	St. Peter	Prag	Pürglitz	Saybusch	Schössel	Senftenberg	Stanislau	Strakonitz	Tröpelach	Wallendorf	Wien *a)*	Wien *b)*	Zara
Castanea vesca	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	20—6
Colchicum autumnale	—	—	—	—	—	—	9—8	—	—	—	—	7—9	—	—
Convallaria majalis	9—5	—	15—5	—	—	—	—	19—5	15—5	—	—	4—5	7—5	—
Cornus mascula	9—4	—	3—4	—	20—4	—	—	—	—	—	—	2—4	31—3	20—3
Corylus Avellana	12—3	—	12—3	—	1—4	—	3—4	12—4	8—4	—	—	6—3	—	20—3?
Cytisus Laburnum	—	—	28—5	—	—	—	—	—	—	—	—	11—5	12—5	6—5
Daphne Mezereum	—	—	1—4	—	20—4	—	15—4	—	—	—	—	—	—	—
Digitalis purpurea	—	—	—	—	—	—	30—6	—	18—6	—	—	6—6	—	—
Fagus silvatica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ficus Carica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10—5
Fragaria vesca	—	—	7—5	—	—	—	11—5	12—5	11—5	—	—	19—4	7—5	10—5
Fraxinus excelsior	—	—	—	—	20—5	—	—	—	—	—	—	15—4	—	6—5
Fritillaria imperialis	—	—	17—4	—	—	—	—	12—5	—	—	—	22—4	—	—
Galanthus nivalis	13—3	—	1—4	—	3—4	—	—	21—3	—	—	—	11—3	12—3	—
Hedera Helix	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Hemerocallis fulva	—	—	—	—	—	—	7—7	—	—	—	—	26—6	—	—
Hepatica triloba	—	—	1—4	—	—	—	—	5—4	9—4	—	—	14—3	8—4	—
Humulus Lupulus	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Juglans regia	—	—	8—5	—	—	—	—	—	—	—	—	8—5	5—5	6—5
Lilium candidum	—	—	30—6	—	—	—	—	12—7	13—7	—	—	25—6	—	1—6
Morus alba	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10—5	—	5—5
Narcissus poëticus	—	—	5—5	—	—	—	—	—	15—5	—	—	1—5	—	—
Nuphar luteum	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18—6	—	—
Nymphæa alba	—	—	17—6	—	—	—	—	—	7—8	—	—	14—5	—	1—6
Olea europæa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4—6
Paeonia officinalis	20—5	—	13—5	—	26—5	—	—	2—6	28—5	—	—	17—5	—	5—5
Philadelphus coronarius	—	—	28—5	—	—	—	13—6	—	—	—	—	—	—	—
Pinus Larynx	—	—	—	—	—	—	—	2—6	—	—	—	—	—	—
„ silvestris	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14—5	14—5	—

	Linz	St. Peter	Prag	Pürglitz	Saybusch	Schössl	Senftenberg	Stanislau	Strakonitz	Tröpelach	Wallendorf	Wien a)	Wien b)	Zara
Platanus occidentalis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8—5	—	—
Populus pyramidalis	—	—	13—4	—	—	—	4—5	—	—	—	—	7—4	—	—
Prunus avium	22—4	—	20—4	—	10—5	—	9—5	9—5	3—5	—	—	18—4	—	15—4
„ domestica	3—5	—	22—4	—	7—5	—	16—5	13—5	1—5	—	—	24—4	—	6—4
„ spinosa	—	—	—	—	7—5	2—5	8—5	15—5	3—5	—	—	20—4	7—5	23—3
Pyrus communis	—	—	3—5	—	10—5	10—5	6—5	11—5	3—5	—	6—5	23—4	—	—
„ Malus	8—5	—	3—5	—	10—5	—	17—5	13—5	8—5	—	10—5	24—4	—	1—5
Quercus pedunculata	—	—	7—5	—	—	—	—	—	—	—	—	9—5	—	10—5
Ribes Grossularia	—	—	12—4	—	9—5	21—4	4—5	1—5	24—4	—	—	10—4	16—4	20—4
Robinia Pseudoacacia	27—5	—	21—5	—	—	—	20—6	—	—	—	—	26—5	20—5	16—5
Rosa canina	—	—	4—6	—	—	—	—	—	12—6	—	—	28—5	—	11—5
„ centifolia	—	—	28—5	—	—	19—6	28—6	23—6	23—6	—	13—6	12—6	—	27—3
Rubus Idæus	—	—	21—5	—	—	—	5—6	31—5	—	—	—	16—5	—	—
Salix babylonica	—	—	16—4	—	—	—	—	—	—	—	—	11—4	—	—
Salvia officinalis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	28—5	—	—
Sambucus nigra	1—6	—	28—5	—	—	17—6	8—6	—	9—6	—	—	17—5	7—6	—
Sorbus Aucuparia	—	—	13—5	—	26—5	18—5	28—5	—	16—5	—	—	—	—	—
Syringa vulgaris	4—5	—	4—5	—	20—5	18—5	17—5	14—5	15—5	—	—	5—5	—	8—5
Tilia grandifolia	}11-7	—	—	—	—	—	28—6	}5—7	1—7	—	—	10—6	—	—
„ parvifolia		—	—	10—7	—	—	19—7		17—7	—	—	20—6	14—6	—
Ulmus campestris	—	—	3—4	—	—	—	—	—	—	—	—	6—4	—	15-3?
Viburnum Opulus	—	—	13—5	—	23—5	—	24—5	—	12—5	—	—	11—5	—	10—4
Viola odorata	29—3	—	5—4	—	20—4	16—4	16—4	20—4	8—4	—	—	29—3	2—4	1—3
Vitis vinifera	19—6	—	—	—	—	—	—	25—6	5—7	—	—	1—6	18—6	1—6

Tag und Monat der Fruchtreife einiger in national-ökonomischer Hinsicht wichtigen perennirenden Pflanzen.

	Czaslau	Deutsch-brod	Hermann-stadt	Kahlen-berg	Kaning	Klagen-furt	Krakau	Krems-münster	Kronstadt
Amygdalus communis	—	—	—	—	—	—	?	—	—
„ persica	—	—	—	10—9	—	30—8	20—8	3—9	—
Castanea vesca	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cornus mascula	—	—	—	30—9	—	22—7	—	26—8	—
Corylus Avellana	—	—	—	—	—	—	—	14—8	—
Fagus silvatica	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ficus Carica	—	—	—	—	—	—	—	23—7[1])	9—6
Fragaria vesca	—	—	20—6	—	—	—	—	18—6	—
Humulus Lupulus	—	—	—	—	—	—	—	10—9	—
Juglans regia	—	—	—	—	—	—	—	25—9	—
Morus alba	—	—	—	—	—	5—7	—	11—7	—
Olea europæa	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Prunus avium	6—7	—	6—6	—	—	1—7	20—6	10—6	15—6
„ domestica	9—9	26—9	31—8	20—9	—	—	20—8	10—9[2])	—
„ spinosa	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Pyrus communis	—	—	—	—	—	—	26—8	5—8	—
„ Malus	—	—	—	—	—	—	24—8	—	—
Ribes Grossularia	—	27—7	—	—	—	—	30—6	20—7	—
Rosa canina	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Rubus Idæus	—	—	—	—	—	—	—	13—7	—
Sambucus nigra	—	—	—	1—9	—	—	22—8	26—8	—
Vitis vinifera	—	—	30—9	—	—	—	—	20—9	—

[1]) Frühfeigen. Die übrigen erst am 3. September.
[2]) Ernte.

	Linz	Prag	Saybusch	Senftenberg	Stanislau	Strakonitz	Wallendorf	Wien a)	Zara
Amygdalus communis	—	—	—	—	—	—	—	30—8	20—6
„ persica	—	23—7	—	—	—	—	—	—	18—7
Castanea vesca	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cornus mascula	—	8—7?	—	—	—	—	—	19—8	—
Corylus Avellana	—	23—8	—	—	27—8	—	—	—	—
Fagus silvatica	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ficus Carica	—	—	—	—	—	—	—	—	27—6
Fragaria vesca	20—5	23—6	1—7	14—6	17—6	12—6	—	27—5	19—6
Humulus Lupulus	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Juglans regia	—	1—9	—	—	—	—	—	10—9	—
Morus alba	—	10—7	—	—	—	—	—	17—6	28—6
Olea europæa	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Prunus avium	—	19—6	—	15—7	21—6	10—7	—	—	19—5
„ domestica	—	22—8	—	—	18—9	—	—	—	1—8
„ spinosa	—	—	—	—	—	—	—	28—7	—
Pyrus communis	5—7	8—7	—	—	7—8	30—7	—	16—7	—
„ Malus	—	22—8	—	—	7—8	5—8	—	—	—
Ribes Grossularia	—	28—6	—	29—6	18—7	3—7	—	—	25—6
Rosa canina	—	—	—	—	—	—	—	14—8	—
Rubus Idæus	—	9—7	—	18—7	16—7	13—7	3—7	20—6	—
Sambucus nigra	14—8	24—8	—	—	5—9	—	—	9—8	24—6?
Vitis vinifera	—	7—9	—	—	—	—	—	16—9	19—8

Tag und Monat der Saat, des Aufgehens, Blühens und Fruchtreifens mehrerer in national-ökonomischer Hinsicht wichtigen einjährigen Pflanzen.

	Alkus				Kremsmünster				Lienz			
	Saat	Aufgehen	Blüthe	Frucht	Saat	Aufgehen	Blüthe	Frucht	Saat	Aufgehen	Blüthe	Frucht
Avena sativa	30—3	9—4	23—7	1—9	27—3	14—4	8—6	5—8	—	—	—	—
Cannabis sativa	9—5	14—5	21—7	11—9	—	—	25—7	9—8	1—4	12—4	2—6	—
Cucumis sativa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Daucus Carota	—	—	—	—	—	—	27—6	19—9	—	—	—	—
Ervum Lens	—	—	—	—	—	—	23—6	—	—	—	—	—
Hordeum vulgare	13—4	21—4	14—7	19—8	3—4	16—4	14—6	31—7	31—3	10—4	18—6	27—7
Linum usitatissimum	9—5	14—5	22—7	26—8	—	—	—	26—8	15—4	6—5	ganz missrathen	
Nicotiana Tabacum	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Oryza sativa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Panicum miliaceum	—	—	—	—	—	—	25—7	6—9	—	—	—	—
Papaver somniferum	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Phaseolus vulgaris	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Pisum sativum	30—3	14—4	13—7	31—8	—	—	19—6	—	21—3	6—4	—	—
Polygonum Fagopyrum	—	—	—	—	—	20—7?	16—8	15—10	17—7	durch Reif verdorben		
Secale cereale hibernum	25—8	1—9	15—6	31—7	—	—	20—5	13—7	15—9	21—9	26—5	17—7
„ „ aestivum	—	—	—	—	2—4	12—4			—	—	—	—
Solanum tuberosum	15—4	22—5	18—7	24—9	15—4	9—5	23—6	19—9	30—3	—	23—6	12—10
Triticum sativum hibernum	14—9	—	30—6	17—8	—	—	12—6	27—7	22—9	27—9	12—6	22—7
„ „ æstivum	—	—	—	—	—	—			—	—	—	—
Zea Mays	—	—	—	—	—	—	10—8	—	11—4	3—5	15—7	15—9

	Strakonitz				Tröpelach				Wien			
	Saat	Aufgehen	Blüthe	Frucht	Saat	Aufgehen	Blüthe	Frucht	Saat	Aufgehen	Blüthe	Frucht
Avena sativa	13—3	20—4	28—6	26—8	10—4	19—4	—	24—8	2—4	9—4	5—7	15—7
Cannabis sativa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5—5	19—6	—
Cucumis sativa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Daucus Carota	—	—	—	—	—	—	—	—	18—4	—	29—6	—
Ervum Lens	—	—	—	—	—	—	—	—	19—4	2—5	19—6	18—7
Hordeum vulgare	13—3	20—4	24—6	27—7	12—4	20—4	29—6	31—7	2—4	8—4	14—6	11—7
Linum usitatissimum	—	—	1—7	—	19—4	2—5	16—6	7—8	—	7—5	25—6	21—7
Nicotiana Tabacum	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15—7	2—9
Oryza sativa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Panicum miliaceum	—	—	—	—	12—5	22—5	—	6—9	4—4	7—5	—	11—7
Papaver somniferum	—	—	—	20—8	—	—	—	—	—	—	17—6	11—7
Phaseolus vulgaris	—	—	—	—	3—5	15—5	—	9—9	19—4	—	25—6	3—8
Pisum sativum	—	8—5	—	20—8	11—5	18—5	14—7	1—9	19—4	10—5	25—6	26—7
Polygonum Fagopyrum	—	—	—	—	8—6	16—6	9—7	6—8	17—4	5—5	1—6	11—7
Secale cereale hibernum	—	—	6—6	—	—	—	5—7	27—7	—	—	17—5	29—6
„ „ æstivum	—	—	—	—	5—4	12—4	14—7	28—7	—	—	—	—
Solanum tuberosum	3—4	17—5	—	—	12—5	28—5	28—6	5—10	—	21—5	29—6	—
Triticum sativum hibernum	—	—	24—6	10—8	—	—	—	—	—	—	1—6	5—7
„ „ æstivum	—	—	20—6	21—7	6—4	12—4	24—6	8—8	—	—	—	—
Zea Mays	—	—	—	—	2—5	15—5	18—7	9—9	—	7—6	8—8	—

Tag und Monat der Entlaubung der Bäume und Sträucher.

	Czaslau	Hermannstadt	Kahlenberg	Krakau	Kremsmünster	Kronstadt	Linz	Prag	Pürglitz	Senftenberg	Schüttenhofen	Stanislau	Wien
Aesculus Hippocastanum	—	16—10	—	29—10	27—10	22—10	—	4—11	—	28—10	—	28—10	31—10
Alnus glutinosa	—	—	—	3—11	13—11	—	—	—	18—10	5—11	—	—	13—11
Amygdalus communis	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8—11
„ persica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	28—10	—	22—10
Berberis vulgaris	—	—	—	13—11	14—11	22—10	—	—	—	—	—	—	14—11
Betula alba	—	—	—	29—10	12—11	1—11	—	4—11	—	—	—	—	29—10
Carpinus Betulus	—	16—10	—	6—11	5—11	22—10	—	—	—	—	—	—	28—10
Castanea vesca	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Cornus mascula	—	—	—	31—10	8—11	—	—	—	—	—	—	—	10—11
Corylus Avellana	14—10	—	—	30—10	13—11	31—10	—	4—11	—	29—10	28—10	23—10	26—10
Cytisus Laburnum	—	—	5—11	—	12—11	1—11	—	—	—	—	—	—	—
Daphne Mezereum	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9—11
Fagus silvatica	—	—	—	—	31—10	20—10	—	—	24—10	28—10	—	—	12—11
Ficus Carica	—	—	—	—	22—10	—	—	—	—	—	—	—	3—11
Fraxinus excelsior	—	31—10	—	16—10	20—10	22—10	—	25—10	26—10	23—10	—	—	7—11
Hedera Helix	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Juglans regia	—	—	—	—	31—10	22—10	—	4—11	—	—	—	—	29—10
Morus alba	—	—	—	—	31—10	22—10	30—10	29—10	—	—	—	—	10—10
Olea europæa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Philadelphus coronarius	—	—	—	3—11	31—10	28—10	—	25—10	—	—	—	—	31—10
Pinus Larynx	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	28—10	27—11
„ silvestris	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Platanus occidentalis	—	—	—	—	11—11	—	—	—	—	—	—	—	17—10
Populus pyramidalis	—	20—10	—	12—11	31—10	13—11	—	4—11	—	—	25—10	28—10	13—11
Prunus avium	—	—	—	28—10	31—10	22—10	—	—	—	—	—	—	15—11
„ domestica	—	—	—	—	31—10	31—10	—	—	—	—	4—11	15—10	15—11
„ spinosa	—	—	—	—	—	22—10	7—10	—	—	—	—	—	8—11

	Czaslau	Hermannstadt	Kahlenberg	Krakau	Kremsmünster	Kronstadt	Linz	Prag	Pürglitz	Senftenberg	Schüttenhofen	Stanislau	Wien
Pyrus communis	—	—	—	24—10	6—10	22—10	7—10	4—11	—	31—10	13—10	15—10	22—10
„ Malus	—	—	—	23—10	3—11	22—10	—	4—11	—	—	8—10	—	27—11
Quercus pedunculata	—	—	—	—	—	22—10	—	—	—	—	—	—	22—10
Ribes Grossularia	—	—	—	—	22—10	22—10	—	—	—	—	13—10	—	15—11
Robinia Pseudoacacia	—	—	—	30—10	12—11	20—11	—	22—10	—	1—11	—	—	13—11
Rosa canina	—	—	5—11	—	—	31—10	—	4—11	—	—	—	—	14—11
„ centifolia	—	—	—	—	—	20—11	—	4—11	—	—	—	—	15—11
Rubus Idæus	—	—	—	—	14—11	—	—	—	—	—	—	—	—
Salix babylonica	—	—	—	15—11	—	27—11	—	—	—	—	—	—	—
Sambucus nigra	14—10	—	—	10—11	16—11	22—10	—	22—10	—	—	8—10	—	14—11
Sorbus Aucuparia	—	—	—	24—10	11—11	22—10	—	28—10	—	—	24—10	23—10	7—11
Syringa vulgaris	—	—	—	6—11	16—11	31—10	—	28—10	—	—	—	—	14—11
Tilia grandifolia	—	29—10	—	27-10	26—10	22—10	—	25—10	—	1—11	24—10	—	26—10
„ parvifolia	—	—	—		26—10	22—10	—	22—10	—	—	—	—	4—11
Ulmus campestris	—	20—10	—	2—11	31—10	22—10	—	25—10	9—10	—	24—10	—	14—11
Viburnum Opulus	—	—	—	9—11	11—11	22—10	—	25—10	—	—	—	—	9—11
Vitis vinifera	—	—	5—11	16—11	8—11	31—10	—	—	—	—	31—10	—	3—11

Beobachtungen über das Leitungsvermögen des menschlichen Rückenmarkes.

Von Med. Dr. **Ludwig Türck.**

(Mit 1 Tafel.)

Die Experimente, welche am lebenden Thiere angestellt wurden, um die Leitungsvorgänge im Rückenmarke zu ermitteln, können beim Menschen zum Theil durch die klinische Beobachtung solcher Fälle ersetzt werden, in welchen Segmente des Rückenmarkes pathologisch-anatomische Veränderungen eingegangen sind.

Hierbei tritt an die Stelle der partiellen künstlichen Trennungen am Thiere die Erkrankung einzelner Stellen des menschlichen Rückenmarkes; in beiden Fällen hat man zu untersuchen, wie sich Sensibilität und Motilität in den unterhalb gelegenen Theilen verhalten.

Wenn aber ein Krankheitsfall in der angedeuteten Richtung brauchbar sein soll, so sind meiner Meinung nach hierzu folgende Bedingungen erforderlich:

1. Muss in einem durch den Krankheitsherd geführten Querschnitt der absolute Mangel der leitenden Elemente, d. i. der Nervenröhren und in der grauen Substanz, auf welche sich jedoch meine Beobachtungen nicht erstrecken, auch der Nervenzellen constatirt sein; denn nur dadurch weiss man, dass das erkrankte Rückenmarkssegment leitungsunfähig geworden ist, und lässt sich auf das Leitungsvermögen der unversehrt gebliebenen Theile ein Schluss ziehen [1]). Es kommen häufig alte intensive partielle Erkrankungen

---

[1]) Fälle, in denen ich die Nervenröhren nur bis zu einem Minimum vermindert fand, wurden daher unter die nachfolgenden Beobachtungen nicht aufgenommen. Ganz ungenügend ist der von Dr. Marcel in Nr. 52 des Jahrganges 1854 der *Gazette médicale de Paris* mitgetheilte Fall einer sogenannten weissen Rückenmarkserweichung für die daraus auf Leitung der Sensibilität durch die Hinterstränge gezogenen Schlüsse, indem hier die mikroskopische Untersuchung gänzlich fehlt, und es nicht unwahrscheinlich ist, dass neben einem gewiss vorhanden gewesenen, jedoch wohl nur bei genauerer Untersuchung zu ermitteln gewesenen Rückenmarksleiden die sogenannte weisse Rückenmarkserweichung, wie dies so oft geschieht, künstlich bei der Herausnahme des Rückenmarkes erzeugt wurde.

des Rückenmarkes vor, die so genannten Schwielen, welche mitunter durch ihre graulich röthliche Farbe schon für das unbewaffnete Auge in auffallender Weise von der Umgebung abstechen, und dennoch weist das Mikroskop nicht selten eine beträchtliche Anzahl von Nervenröhren in ihnen nach. Es ist demnach die mikroskopische Untersuchung bei jeder noch so intensiven und noch so alten Erkrankung unerlässlich, und zwar muss sie sich stäts über den ganzen Querschnitt erstrecken, da das Verhalten der Nervenröhren an verschiedenen Stellen eines solchen ein verschiedenes sein kann.

Da insbesondere in älteren derlei Schwielen öfter ein feinfaseriges Gewebe vorkommt, welches die Nervenröhren zum Theil verbirgt, so wird dadurch eine zweite Untersuchung nothwendig, in welcher man die mittelst einer feinen nach der Fläche gekrümmten Scheere abgehobenen Stückchen mit Kalilösung befeuchtet, um jenes Fasergewebe aufzulösen, oder durchsichtig zu machen.

Erst wenn dadurch keine Nervenröhren zum Vorschein kommen, darf man sich des Fehlens derselben versichert halten.

2. Muss der Kranke kürzere Zeit vor dem Tode auf das Verhalten der Sensibilität und Motilität untersucht worden sein.

3. Der Krankheitsprocess muss ein alter sein. Dadurch wird der Übelstand aufgewogen, dass man fast nie in die Lage kommt, genaue Beobachtungen in den allerletzten Tagen oder Stunden der Krankheit anzustellen. Bei einer alten Rückenmarkskrankheit, deren Erscheinungen seit Monaten stationär bleiben, und wo der Tod nicht etwa durch ein Weiterschreiten des Rückenmarksleidens, sondern durch andere Krankheiten als z. B. hypostatische Pneumonie, Resorption aus jauchendem Decubitus, Durchfall erfolgt, lässt sich nicht annehmen, dass in den letzten Lebenstagen bis dahin erhaltene Nervenröhren untergegangen sein sollten. Bei frischeren Fällen darf man dies wohl voraussetzen; solche habe ich daher auch bei der vorliegenden Mittheilung ausgeschlossen. Man kann aber endlich sicher sein, dass die Nervenröhren in den Schwielen nicht etwa erst nach dem Tode zu Grunde gehen; denn sie erhalten sich daselbst, wie man sich durch längere Aufbewahrung überzeugen kann, noch mehrere Tage nach dem Tode eben so gut, als anderwärts.

Nachdem ich in den letzteren Jahren bemüht war, die auf meiner Abtheilung des k. k. allgemeinen Krankenhauses vorgekommenen Fälle in der angegebenen Weise zu benützen, erlaube ich mir

die geringe Zahl der den aufgestellten Bedingungen entsprechenden Beobachtungen im Nachfolgenden mitzutheilen:

Der erste später noch einmal anzuführende Fall betraf einen im October 1850 verstorbenen 35jährigen Mann (Josef Weinberger), welcher mehrere alte Schwielen im Rückenmarke darbot, deren eine an der rechten Seite des Halstheiles unterhalb der Insertion des 4. Halsnerven beginnend bis unterhalb jene des 6. Halsnerven reichte. Sie war von schmutzig-röthlich-graulicher Farbe, in dünnen Schichten schwach durchscheinend, von derber Consistenz, gegen die Umgebung grösstentheils scharf abgegrenzt. Unter dem Mikroskope bot sich ein feinfaseriges Gewebe dar. In einem durch sie zwischen der 5. und 6. Halsnerveninsertion geführten Querschnitte zeigte sich im ganzen rechten Hinterstrang auch nach Behandlung mit Kalilösung keine Spur von Nervenröhren.

Der Kranke gab in den letzteren Monaten seines Lebens am rechten Unterschenkel ein vermindertes Perceptionsvermögen gegen Kälte an, welches ohne Zweifel einer ähnlichen an den Insertionsstellen der obersten Lendennerven vorgefundenen Erkrankung zugeschrieben werden muss; abgesehen davon, bot er bei wiederholter, das letzte Mal 18 Tage vor dem Tode gepflogener Untersuchung, vielleicht mit Ausnahme einzelner Stellen der nicht ganz genau untersuchten Hände und Finger nirgends Anästhesie dar. Er starb wahrscheinlich in Folge von Eiterresorption.

Ein zweiter Fall betrifft einen im Juli 1854 verstorbenen 20jährigen Tischlergesellen (Eduard Scheiner), bei welchem sich nebst ähnlichen und auch jüngeren Processen an anderen Stellen eine ältere röthlich-grauliche Schwiele an den inneren Segmenten der Hinterstränge des Halsmarkes befand, welche von der Insertionsstelle des 5. bis über jene des 6. Halsnerven reichte. Auf einem zwischen diesen beiden Insertionen geführten Querschnitte fehlten die Nervenröhren auch nach Behandlung mit Kali gänzlich (s. Fig. 1), während sie an der Insertion des 6. Halsnerven in geringer Zahl vorhanden waren.

18 Tage vor dem Tode war die Sensibilität gegen Berührung im Verbreitungsbezirke des 5. und 6. Halsnerven der einen Seite normal, während sich die Anästhesie der unterhalb gelegenen Theile, so wie auch der zweiten oberen Extremität aus anderen jüngeren Krankheitsherden erklärte.

In diesen beiden Fällen hatte also das Fehlen der Nervenröhren durch die ganze Dicke eines oder an den inneren Abschnitten beider Hinterstränge keine Anästhesie unterhalb zur Folge gehabt; womit die von mir an Kaninchen gemachte Beobachtung übereinstimmt, dass nach gänzlicher Trennung der Hinterstränge keine merkbare Anästhesie in den hinter der Trennung gelegenen Theilen eintritt.

(S. Ergebnisse physiologischer Untersuchungen über die einzelnen Stränge des Rückenmarkes im Aprilhefte des Jahrganges 1851 der Sitzungsberichte.)

Die nachfolgenden Beobachtungen werden darthun, dass durch den vollkommenen Mangel der Nervenröhren in einem sehr beträchtlichen Theil eines Seitenstranges und in den Vordersträngen keine Anästhesie unterhalb gelegener Theile gesetzt wird.

Die bezüglichen Fälle sind der bereits angeführte des Joseph Weinberger, in welchem eine in der Gegend der Insertion des 2. Halsnerven auf den hinteren Abschnitt des rechten Seitenstranges treffende alte Schwiele im Querschnitt nach Behandlung mit Kali keine Nervenröhren darbot. (S. Fig. 2.)

Der Verbreitungsbezirk des 2. Halsnerven war nicht auf seine Sensibilität untersucht worden, es fand sich aber 18 Tage vor dem Tode keine Anästhesie der tiefer unterhalb gelegenen Theile vor, abgesehen von einer geringen, wie bereits erwähnt, in einem anderen Krankheitsherde gegründeten Anästhesie des rechten Unterschenkels.

In einem anderen Falle (Theresia Grubinger, gestorben im November 1851) von alten, graulich-röthlichen Schwielen an mehreren Stellen des Rückenmarkes und Gehirnes fehlten im Querschnitte durch eine derselben zwischen der Insertion des 7. und 8. Brustnerven die Nervenröhren auch nach Behandlung mit Kali gänzlich, und zwar im grössten Theil des rechten Seitenstranges, in beiden Vordersträngen und im vordersten Abschnitte des linken Seitenstranges (s. Fig. 3). Auch hier war bei wiederholter und noch 7 Tage vor dem Tode vorgenommener Untersuchung keine Anästhesie tiefer gelegener Theile zu ermitteln.

Diese Fälle stehen mit Experimenten an Thieren im Einklange. Nach meinen Versuchen bewirkt die theilweise Trennung

des einen Seitenstranges, — und nur sie allein — Anästhesie auf der entgegengesetzten Seite unterhalb der Trennung, jedoch nicht constant, und meist binnen 24 Stunden wieder vorübergehend, und die Trennung der Vorderstränge ist, wie bekannt, ohne allen Einfluss auf die Sensibilität. (S. Sitzungsberichte l. c.)

Bezüglich der Leitung des motorischen Impulses durch das Rückenmark kann ich nur den schon früher benützten Fall der Theresia Grubinger anführen, in welchem am Ursprunge des *Plexus brachialis* und zwar oberhalb der Insertion der überwiegenden Mehrzahl seiner motorischen Fasern an beträchtlichen Abschnitten der Seitenstränge die Nervenröhren gänzlich in alten Schwielen untergegangen waren, ohne dass in der letzten Zeit des Lebens Motilitätsstörungen an den oberen Extremitäten zugegen gewesen wären. Auch hier wurde die Abwesenheit der Nervenröhren nach Anwendung einer Kalilösung constatirt. (S. Fig. 4, 5, 6.)

In meinen angeführten Versuchen an Kaninchen trat selbst nach vollkommener Trennung eines Seitenstranges stäts nur eine unvollkommene, bei unvollständiger Trennung mitunter binnen 24 Stunden verschwindende Lähmung der oberen oder beider gleichnamigen Extremitäten ein. (l. c.)

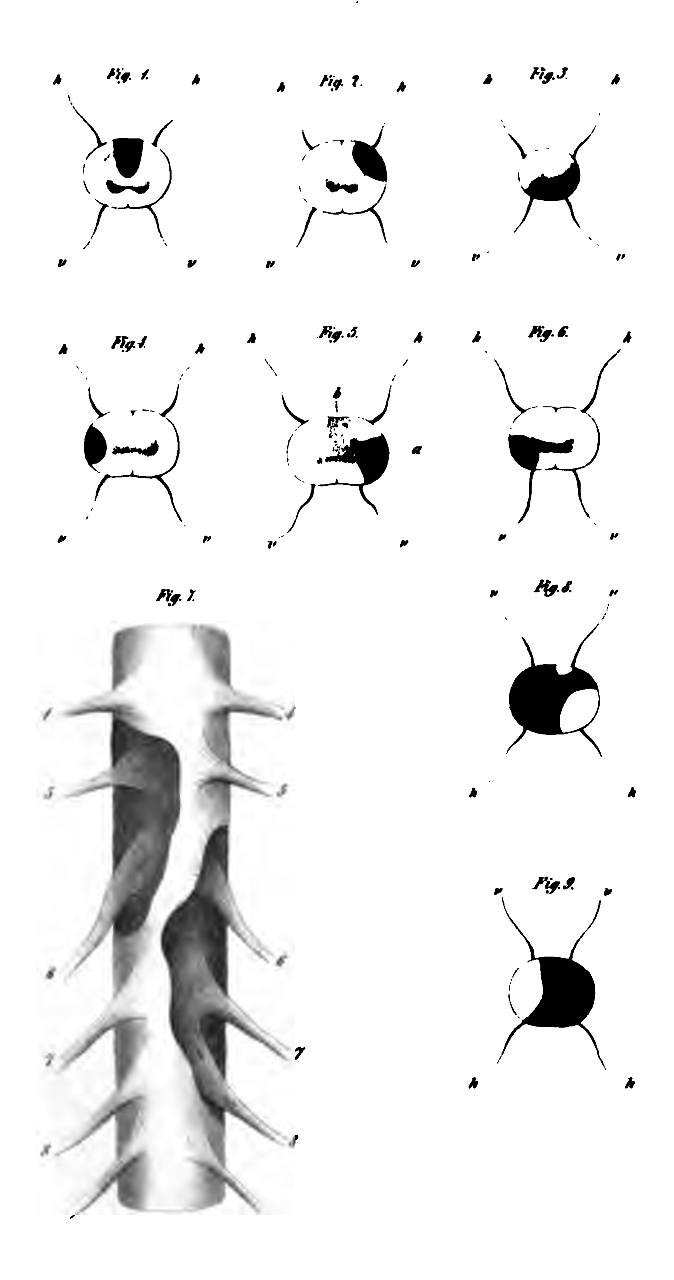
Wenn nun aus den vorliegenden Beobachtungen ersichtlich ist, wie durch ausgebreiteten Mangel der Nervenröhren in verschiedenen Bezirken der Marksubstanz noch keine merkbaren Störungen der Sensibilität und Motilität bedingt werden, so steht damit nicht im Widerspruche, dass anderseits Krankheitsherde des Rückenmarkes, in denen die Nervenröhren nicht untergegangen sind, und zwar insbesondere in ihren früheren Stadien, intensive, ausgebreitete Störungen der Sensibilität und Motilität zu setzen vermögen, oder dass in Fällen, wo auch einzelne Spinal-Nervenursprünge in den Krankheitsherd hineingezogen wurden, im Gebiete dieser Nerven Anästhesie oder Lähmung auftritt, während für die unterhalb gelegenen Körpertheile die Leitung der Sensibilität und Motilität ebenso wenig eine Unterbrechung leidet, als in den obigen Fällen.

Anhangsweise erlaube ich mir noch das Nachfolgende — obwohl in einem wesentlichen Punkte mangelhafte aus dem Befunde des Joseph Weinberger anzuführen:

An jeder Seite des Halsmarkes fand sich eine grosse alte Schwiele von der oben angegebenen Beschaffenheit; die der rechten Seite begann zwischen der Insertion des 4. und 5. Halsnerven, und reichte bis zwischen jene des 6. und 7.; die linksseitige begann an der Insertion des 6. und endete unter jener des 8. Halsnerven. (S. Fig. 7.)

In einem zwischen der Insertion des 5. und 6. Halsnerven geführten Querschnitte nahm die obere Schwiele mehr als die rechte Hälfte des Rückenmarkes in ihrer ganzen Dicke (s. Fig. 8) und in einem zwischen der Insertion des 6. und 7. Halsnerven geführten Querschnitte die untere Schwiele mehr als die ganze linke Hälfte ein. (S. Fig. 9.) Leider fand ich in meinen Aufzeichnungen über den mikroskopischen Befund dieser Schwielen nur die im Obigen benützte Bemerkung, dass bei gänzlichem Fehlen der Nervenröhren im ganzen rechten Hinterstrange der oberen Schwiele dennoch keine merkbare, davon abhängige Anästhesie zugegen war.

Über das Verhalten der Nervenröhren an dem übrigen Theile dieses Querschnittes fand ich nichts mehr vor; es ist jedoch wahrscheinlich, dass sie daselbst so wie auch in der zweiten nach dem Krankheitsverlaufe älteren Schwiele beträchtlich vermindert waren, und dennoch fand bei der Gegenwart so ausgebreiteter und so nahe an einander gerückter Krankheitsherde nach Ablauf der früheren Periode keine namhafte Anästhesie der unterhalb gelegenen Theile und eine nur unvollkommene Lähmung der oberen Extremitäten Statt. Abgesehen von einer Lähmung der Streckmuskeln der rechten oberen Extremität, vollführte der Kranke alle Bewegungen beider oberen Extremitäten rasch in grossen Excursionen; nur bei kleineren combinirten Bewegungen zitterte er bedeutend, und vermochte desswegen z. B. keinen vollen Löffel zum Mund zu bringen; die vordere Brustwand wurde bei der Inspiration vollkommen gut gehoben. Die Lähmung der unteren Extremitäten war in Erkrankung der unteren Abschnitte des Rückenmarkes gegründet.



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

Erklärung der Abbildungen.

In den ersten sechs Querschnitten entspricht der rechte Rand der Figur der rechten, der linke Rand der Figur der linken Seitenfläche des Rückenmarkes, *hh* den hinteren, *vv* den vorderen Nervenwurzeln.

Die 3.—6. Figur wurden ganz genau nach den Präparaten abgemessen.

Auf der 1.—6. Figur entsprechen die geschwärzten Stellen den Durchschnitten durch die Schwielen. Im ganzen Umfange dieser Stellen war mit Ausnahme von *b* der 5. Figur zugleich ein gänzliches Fehlen der Nervenröhren nachgewiesen worden. Auf der 7.—9. Figur bezeichnen die geschwärzten Stellen nur den Umfang der Schwielen.

Die der Mitte einer Nerveninsertionsstelle näher gelegenen Querschnitte wurden als durch die Insertionsstellen geführte, die entfernter gelegenen als zwischen zwei Insertionsstellen geführte angegeben.

Figur 1. Durchschnitt zwischen der Insertion des 5. und 6. Halsnerven. (Eduard Scheiner.)

„ 2. Querschnitt durch die Insertionsstelle des zweiten Halsnerven. (Joseph Weinberger.)

„ 3. Querschnitt zwischen der Insertion des 7. und 8. Brustnerven. (Theresia Grubinger.)

„ 4. Querschnitt durch die Insertionsstelle des 5. Halsnerven. (Theresia Grubinger.)

„ 5. Querschnitt zwischen der Insertion des 5. und 6. Halsnerven. (Theresia Grubinger.) In der Schwiele *a* fehlten die Nervenröhren gänzlich, in der Schwiele *b* waren sie bis zu einem Minimum vermindert.

„ 6. Querschnitt zwischen der Insertion des 7. und 8. Halsnerven. (Theresia Grubinger.)

„ 7. Ansicht der Vorderfläche des Halsmarkes des Joseph Weinberger. Die Ziffern bezeichnen die entsprechenden Halsnervenpaare.

Die beiden folgenden Abbildungen, welche Durchschnitte durch die zwei Schwielen dieses Halsmarkes darstellen, sind zur leichteren Vergleichung mit der 7. Figur in einer von jener der früheren Querschnitte verschiedenen Stellung entworfen worden, so dass der obere Rand der Figur der Vorderfläche, der untere Rand der Hinterfläche des Rückenmarkes entspricht, der rechte Rand der Figur die linke Seitenfläche, und der linke Rand der Figur die rechte Seitenfläche des Rückenmarkes bezeichnet.

Die 8. Figur stellt einen Querschnitt zwischen der Insertion des 5. und 6. Halsnerven, die 9. einen solchen zwischen der Insertion des 6. und 7. Halsnerven dar.

Die Nerineen des oberen Jura in Österreich.

Von Dr. Karl F. Peters.

(Mit IV Tafeln.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 26. April 1855.)

Das Studium der oberen Juraschichten in den nordöstlichen Alpen hat mit der von Jahr zu Jahr erfreulicher fortgeschrittenen Erforschung der älteren Gebilde nicht ganz gleichen Schritt gehalten. In Anbetracht der Vereinzelung der Ablagerungen, des im Allgemeinen discordanten Verhältnisses zu ihrer, den verschiedensten Formationsgliedern angehörigen Unterlage, der Störungen, welche sie mit diesen und mit den ihnen sehr innig verbundenen Neocomienschichten gemeinschaftlich erfahren haben, und durch welche sie theils in Thäler versenkt, theils als schroffe Gipfel isolirt wurden, in Anbetracht endlich ihrer Armuth an Versteinerungen wird jeder Kenner unserer Alpen diesen Mangel mit Nachsicht beurtheilen.

Bei den Aufnahmsarbeiten der k. k. geologischen Reichsanstalt konnte an eine, in der ganzen nordöstlichen Alpenkette streng durchzuführende Sonderung der einzelnen Glieder des Schichtencomplexes, welchen wir als oberen Jura zusammenzufassen Grund hatten, nicht gedacht werden. Sie ist selbstverständlich Gegenstand von Specialuntersuchungen, deren Resultate der vorgenannten Schwierigkeiten wegen nur langsam reifen können.

Wie wenig Material zur Kenntniss dieser Schichten noch vor Kurzem zu Tage gefördert war, zeigt v. Hauer's Abhandlung „Über die Gliederung der Trias-, Lias- und Juragebilde in den nordöstlichen Alpen“ im Jahrbuche der k. k. geolog. Reichsanstalt 1853, IV. Heft, Seite 715. (Vergl. Seite 761 u. ff.)

Im westlichen Theile des bisher untersuchten Terrains, in den Salzburger Alpen, herrscht eine ziemliche Einförmigkeit der oberen Juraschichten. Der rothe hornsteinreiche Kalk, welcher in der nächsten Nachbarschaft auf baierischem Gebiete (bei Ruhpolding) *Ammonites biplex* Sow., *A. bifurcatus* Quenst., *Aptychus latus* nebst

einem imbricaten Aptychus führt[1]) und wahrscheinlich zwei zu trennende Schichten umfasst, setzt im Salzburgischen nicht über die Saale fort; graue Kieselkalke und Kalkschiefer mit denselben Aptychen, welche Lipold in mehreren Aufsätzen[2]) unter dem Namen „Aptychenkalk des Jura" oder „Schichten von Oberalm" beschrieben hat, und welche wir als ein Äquivalent des weissen Jura von Schwaben und Franken ansehen, vertreten an der Salzach allein den oberen Jura.

In Ober- und Niederösterreich zeigte sich schon einige Mannigfaltigkeit in diesen Schichten, welche uns vermuthen liess, dass hier ausser der noch nicht genau bestimmten Etage, welcher der Kalk zwischen St. Veit, Lainz und Hietzing bei Wien mit *Aptychus latus* Voltz, *Aptychus profundus* Voltz, *Aptychus depressus* Voltz, und mehrere einzelne Partien am Nordabhange der niederösterreichischen Alpen angehören, noch andere Glieder des oberen Jura vertreten sind[3]).

Vor Allem erregte der Nerineenkalk, welcher den Plassenberg bei Hallstatt bildet, und auch am Sandling bei Aussee von Simony und von Lipold gefunden wurde, unsere Aufmerksamkeit, und damit auf dem für die Geologie der Alpen classischen Boden eine Schicht nicht länger ganz unbekannt bleibe, unternahm ich die Untersuchung ihrer Versteinerungen, eine, der mechanischen Schwierigkeiten wegen ziemlich mühevolle Arbeit.

Im Verlaufe derselben veranlasste mich die Identität mehrerer Arten, insbesondere der Nerineen, mit den von Zeuschner beschriebenen Versteinerungen des Kalkes von Inwald, südwestlich von Krakau und mit den nächst Stramberg bei Neutitschein in Mähren vorkommenden, die merkwürdige Reihe von Kalkfelsen, die sich von Niederösterreich aus am Nordrande der Karpathen weit nach Galizien hinein verfolgen lässt, einigermassen mit in den Kreis meiner Betrachtung zu ziehen.

---

[1]) Emmrich, im Jahrbuche d. k. k. geol. Reichsanstalt. 1853, II, S. 387.

[2]) Neuerlich im Jahrbuche d. k. k. geol. Reichsanstalt. 1854, III, S. 590, vgl. S. 594.

[3]) Behufs der Unterscheidung dieser Etage von dem unteren Neocomien, der in der Regel auch nur Aptychen führt, habe ich im vorigen Jahre eine Reihe von Aptychenformen, welche sich durch ihr Vorkommen mit *Aptychus Didayi* Coqd. als Neocomien-Versteinerungen erwiesen, in einer Notiz festgestellt (Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt. 1854, II, S. 439), woraus sich auch ergab, dass die in der älteren Abtheilung des „Wiener Sandsteins" lagerweise vorkommenden Kalkschiefer, nicht mit dem Kalke von St. Veit in Verbindung gebracht werden dürfen, sondern wirklich Neocomien sind.

Über den Plassenkalk gibt es, unbestimmte Vermuthungen abgerechnet, keine Literatur. Was ich über Lagerungsverhältnisse mittheilen werde, verdanke ich nebst eigener flüchtiger Anschauung mündlichen Mittheilungen der Herrn Fr. v. Hauer und E. Suess und der von Herrn Lipold ausgeführten Kartenaufnahme.

Über die mährisch-galizischen Kalke dagegen haben mehrere Geologen, namentlich die Herren Boué, Beyrich, Glocker, Hohenegger, Pusch und Zeuschner ihre Ansichten ausgesprochen.

Mich fast ausschliesslich auf die Untersuchung der Nerineen beschränkend, von welchen mir überdies aus Mähren und Galizien kein sehr reiches Material zu Gebote stand, kann ich für die geologische Bestimmung dieser verschiedentlich gedeuteten Schichten nur ein geringes Gewicht in die Wagschale legen.

Überhaupt gebot die geringe Zahl der identificirbaren Arten die grösste Vorsicht in Parallelisirungsversuchen.

Der Plassen bei Hallstatt. Nordwestlich von Hallstatt erhebt sich über der Stufe des Salzberges, wo der berühmte Cephalopodenkalk des Sommerau- und Steinbergkogels das Salzgebirge überlagert, ein schroffer Kalkgipfel, der 6174 Fuss hohe Plassen oder Blossenstein, welcher schon von Weitem durch seine lichte Farbe von den benachbarten Gebirgen sich auszeichnet.

Von den Berghäusern, 1299·36 Méter Meereshöhe nach L. v. Buch, 3996 Fuss nach Weidmann, am Steinbergkogel vorbei, das anfangs wenig steile östliche Gehänge des Berges ersteigend trifft man bald zahlreiche Blöcke seines Gesteines, welche reich an Petrefacten sind. Aus ihnen stammt auch der grösste Theil des von mir benutzten Materiales.

Höher findet man den Kalk anstehend doch nicht deutlich geschichtet, ebensowenig an der nördlichen und südlichen Seite, wo man den Gipfel umgehend ins Gosauthal gelangen kann. Auf dem Wege nördlich vom Salzberge haben die Herren v. Hauer und Suess die bunten Schiefer (Werfener Schichten) anstehend beobachtet, und auf der Klausalpe, wo man sich bereits gegen die Gosau wendet, über jenen den rothen Crinoidenkalk, der unter dem Namen „Klausschichten“ — nach der Klausalpe im Echernthale südlich von Hallstatt so genannt — beschrieben und als ein Äquivalent des braunen Juras gedeutet wurde. Diesen, nur in geringer

Verbreitung erhaltenen Schichten ist der Plassenkalk, wahrscheinlich unmittelbar, aufgelagert. Im übrigen Nordumfange mag er theils auf dem Cephalopodenkalk, theils auf dem Salzgebirge ruhen, an der westlichen Seite aber hat Herr Lipold nur den „Dachsteinkalk“ (unteren Lias) als Liegendes gefunden.

Das Gestein ist zum Theil ein blendend weisser breccienartiger, zum Theil ein gelblicher oder bräunlicher dichter Kalk. Der erstere besteht ganz und gar aus Rollstücken von dichtem weissen oder gelblichen Kalk und von organischen Resten, welche durch die späthige Beschaffenheit des Versteinerungsmittels selbst an frischen Bruchflächen wahrnehmbar sind. Das Cement ist ein meist sehr feinkörniger, nur in den Hohlräumen der Versteinerungen gröber ausgebildeter Kalk. Eine oolithische Structur kommt an diesem Gestein nicht vor, wenngleich die dichtgedrängten Rollstücke, welche in ihrer Grösse von der eines Mohnkornes bis zu 1½ Zoll im Durchmesser wechseln, den feiner zusammengesetzten Partien ein oolithähnliches Ansehen verleihen.

Der dichte Kalkstein enthält Kalkspath nur in den Schalenresten welche mitunter ziemlich häufig, doch nie so dicht gedrängt, auch nie so stark abgerollt sind, wie in dem breccienartigen Kalk. Nichts destoweniger sind sie aus letzterem viel leichter auszubringen.

Diese Gesteine haben die grösste Ähnlichkeit mit dem Kalk von Inwald [1]), nur ist das Kalksteinconglomerat von da minder fest, die Gewinnung der Petrefacten, welche darin nicht besser erhalten sind als am Plassen, demnach minder schwierig. Über ihre Vertheilung in dem nahezu 1500 Fuss mächtigen Schichtencomplex des Plassen habe ich nichts verlässliches erfahren können, doch vermuthe ich, dass der breccienartige Kalk ähnlich wie bei Inwald untergeordnet in dem Dichten vorkommt.

Am Sandling bei Aussee liegen nach der Angabe Lipold's die oberen Juragebilde durchwegs auf Liaskalken. Die Nerineenschichten scheinen hier nicht die einzig vorkommenden zu sein, vielmehr geht aus Lipold's Beobachtung hervor, dass Kalke, welche

---

[1]) Geognostische Beschreibung des Nerineenkalkes von Inwald und Roczyny von Zeuschner. Naturwissenschaftliche Abhandlungen, herausgegeben von Haidinger. 1850, III. Bd., 1. Abtheilung, S. 133, vgl. S. 136.



den Aptychenschichten entsprechen dürften, doch nicht hinreichend durch Petrefacte charakterisirt sind, die Hauptmasse ausmachen.

Östlich von diesen beiden Gipfeln hat man in den Alpen wohl an vielen Stellen die Aptychenkalke angetroffen, doch den, schon petrographisch kenntlichen Nerineenkalk weisen unsere Sammlungen von daher nicht auf.

Erst ausserhalb der Alpen, im nordöstlichen Theil von Niederösterreich und im südlichen Mähren, treten die ihm entsprechenden Schichten des oberen Jura als Inselberge, einzeln und reihenweise aus den tertiären Ablagerungen hervor. Graf Rasoumowsky gab schon im Jahre 1830 (Isis, Seite 143—162, und Jahrbuch für Mineralogie etc., 1831, Seite 212) einige Notizen über den Kalk von Ernstbrunn und die darin vorkommende Diceras. Auch in den Schriften von Boué und Partsch wird derselbe besprochen und in neuerer Zeit hat Dr. Ferstl von Förstenau [1]) eine ausführlichere Beschreibung des niederösterreichisch-mährischen Jurakalkzuges sammt einer Liste der daraus bekannten Versteinerungen gegeben, durch welche diese Schichten dem Coral-rag parallelisirt werden [2]). Die Nerineen sind schlecht, in der Regel nur als Steinkerne erhalten, so dass ich von Ernstbrunn (Semmelberg) nur eine Art nachweisen konnte. Bessere Stücke kenne ich von Nikolsburg.

Absehend von den im Innern von Mähren in der Umgegend von Brünn vorkommenden oberen Juraschichten, aus deren ziemlich reicher Fauna mir bisher keine Nerineen bekannt wurden, wende ich mich zu dem östlichen Zuge am Nordrande der Karpathen, aus welchem mich insbesondere zwei Localitäten interessiren, Stramberg bei Neutitschein in Mähren und Inwald südwestlich von Krakau.

Zwei, um die Geologie der nordöstlichen Länder Österreichs hochverdiente Gelehrte, Hohenegger in Teschen und L. Zeuschner in Krakau, haben umfassende Arbeiten über diese Gebilde

---

[1]) Geognostische Betrachtungen der Nikolsburger Berge. Inaugural-Dissertation, Wien 1845 — und Berichte der Freunde der Naturwissenschaften, I. Bd., S. 89.

[2]) Ein umfassendes Literatur-Verzeichniss über die mährischen Vorkommnisse gibt Freiherr v. Hingenau. Übersicht d. geol. Verhältnisse von Mähren und Österreichisch-Schlesien. Wien 1852, S. 48—50.

geliefert, welche lange vorher die Aufmerksamkeit vieler reisenden Geologen auf sich gezogen hatten.

Bekanntlich tritt der Jurakalk in der ganzen Kette, theils nördlich vor den an ihm abstossenden Teschener Schiefern als schroffe Felsmasse auf (so bei Inwald), theils ist er durch Abstürze unter denselben entblösst oder taucht kuppenförmig aus ihnen empor (wie in der Neutitscheiner und Teschener Gegend), stäts von discordanten Schichten überlagert. Die Teschener Schiefer, welche Zeuschner einst irrthümlich für Pläner nahm (Berichte der Freunde der Naturwissenschaften, 2. Bd., Seite 479, im Juli 1847), wurden insbesondere durch die Untersuchungen Hohenegger's als Neocomien erwiesen. Den Jurakalk hat Zeuschner zu wiederholtenmalen als Coral-rag angesprochen (ebenda, und in seiner oben cit. Abhandlung) und später im Einverständniss mit Hohenegger mehrere Nerineaarten von Inwald und Stramberg als identisch erkannt. (Hohenegger, in den Berichten der Freunde der Naturwiss., 6. Bd., S. 106—111.) In derselben Notiz spricht Hohenegger die volle Überzeugung aus, dass der Kalk von Stramberg, Kozobenz, Wischlitz u. a. O. älter ist als die Teschener Schiefer und Sandsteine und erläutert (Seite 112) ihr gegenseitiges Lagerungsverhältniss durch ein sehr instructives Profi. In der neuesten Zeit aber erklärt Hohenegger in seiner „Geognostischen Skizze der Nordkarpathen" (Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt 1852, 3, Seite 135), wie er schon in einer früheren Notiz angedeutet hat (Ber. d. Freunde d. Naturw., 5. Bd., S. 124, Jänner 1849), den Stramberger Kalk für Neocomien, indem er einigen, nebst echten Juraversteinerungen bei Stramberg vorkommenden Neocomienspecies eine hohe Geltung beimisst und die, auf die Anwesenheit der *Rhynchonella lacunosa* und anderer Brachiopoden gestützten Aussprüche von Boué (Journal de Géologie III, Seite 280), Beyrich (Karsten's Archiv XVIII, S. 67 und III, S. 574), Glocker (Acta academ. Leopoldin. XIX, Suppl. II, pag. 283) und anderen Gelehrten für nicht hinreichend begründet hält.

Demgemäss müssten innerhalb der Periode des Neocomien bedeutende Schichtenstörungen eingetreten sein, welche die oben erwähnten Lagerungsverhältnisse hervorgebracht hätten. Obgleich dies nicht eben wahrscheinlich ist und abgesehen von unseren Alpen (in welchen wie gesagt, auch die oberen Jura-Aptychenschichten den Neocomiengebilden conform gelagert sind), die Thatsachen in

anderen Ländern keineswegees dafür sprechen, dürfen wir die Ansicht Hohenegger's doch nicht ohne Weiteres beseitigen.

So behauptet er unter anderm, den *Ammonites Grasianus* d'Orb., eine bisher nicht angezweifelte Neocomienspecies, in dem Stramberger Kalke selbst gefunden zu haben.

Weniger anstössig scheint mir das Vorkommen angeblicher Caprotinen, hinsichtlich welcher Hohenegger im Jänner 1849 (Ber. d. Freunde d. Naturwiss.) noch im Zweifel war, ob er nicht dennoch Diceras vor sich habe. Unter dem Materiale unserer Sammlungen konnte ich keine Caprotina oder Requienia erkennen, doch muss Hohenegger's ausgezeichnete Sammlung mehr vollkommene oder täuschende Exemplare enthalten, welche ihm sogar die Artbestimmung (*Caprotina Lonsdalii* d'Orb.) möglich machten. Dagegen ist das überaus häufige Vorkommen der beiden Dicerasarten des Corallien (*D. arietina* Lam., und *D. Lucii* Defr.) im Stramberger Kalke durch sehr genaue Untersuchungen des Schlosses und die Identität der Exemplare mit denen von St. Mihiel im Dép. der Maas ausser Zweifel gestellt.

Die Nerineen von Stramberg anbelangend habe ich mich vergeblich bemüht, Kreidespecies nachzuweisen; nur eine Art, die unten besprochene *N. castor* d'Orb., ist einer Neocomienspecies, der *N. Renauxiana* d'Orb., nahe verwandt.

Die Petrographie des Stramberger Kalkes lässt noch manches zu wünschen übrig. Ich weiss darüber nur, dass die ganze Entblössung eine deutliche Schichtung nicht aufweist und dass, im Gegensatze zu den alpinen Localitäten und zu dem Felsen bei Inwald, das herrschende Gestein ein viel weniger reiner, ziemlich stark mergeliger Kalk, ohne breccien- oder conglomeratartige Structur ist.

Es wäre demnach sehr erfreulich, wenn Herr Hohenegger die Versteinerungen des Stramberger Kalkes (unter die etwa Exemplare aus den benachbarten Schiefern sich einschlichen), nochmals prüfend, die Wissenschaft durch eine Monographie dieses interessanten Gebildes bereichern würde.

Den Kalk von Inwald hat Zeuschner (l. c.) so vortrefflich beschrieben, dass in petrographischer Beziehung darüber kaum mehr etwas zu sagen blieb. Gegen die Parallelisirung desselben mit dem *Calcaire à Nerinées*, Thirria, in Thurmann's *Essai sur les soulèvemens jurassiques du Porrentruy* lässt sich vom damaligen

Standpunkte nicht viel einwenden. Da jedoch von den wenigen Versteinerungen, welche Thurmann in dem genannten Werke aus dem Nerineenkalk von Porrentruy anführt, nur eine Art, seine *Nerinea Bruntrutana*, bei Inwald vorkommt, welche nach Quenstedt in der ganzen Etage ε des oberen Jura von Schwaben häufig ist, und von d'Orbigny ausschliesslich den Portlandschichten zugeschrieben wird, muss ich die darauf begründete Schichtenparallele für etwas zu enge gefasst erklären, um so mehr als unter den von Zeuschner nebst neuen Arten und unbestimmbaren Resten aufgezählten Species nur eine, *Nerita costellata* Münster, der zum Theil gleichzeitigen, zum Theil nächst älteren *Etage corallien* eigen ist, während *Astrocoenia pentagonalis* d'Orb. (*Astraea pentagonalis* Münster, vorkommend bei Nattheim und Hadenheim in Würtemberg) und *Cryptocoenia limbata* d'Orb. (*Astraea limbata* Goldf., von Gingen in Würtemberg) dem *Terrain Oxfordien* angehören. Hinsichtlich der *Astarte elegans* Sow., einer Bajocienspecies, dürfte wohl eine Täuschung in der Bestimmung obwalten.

Kürzlich ist eine neue Localität bekannt geworden, von der die k. k. geologische Reichsanstalt eine Menge schöner Versteinerungen erhielt, welche mit denen von Inwald vollkommen übereinstimmen. Sie wurden nächst dem Dorfe Richalitz, etwa 3 Meilen nordöstlich von Neutitschein aus einer (gegenwärtig ganz aufgearbeiteten) losen Kalksteinmasse gewonnen, welche vermuthlich — wie dies an mehreren Orten in Galizien und Schlesien der Fall war — in den Teschener Schiefern auf secundärer Lagerstätte sich befand.

Zeuschner's verdienstliche Bearbeitung der Inwalder Versteinerungen, welche Herrn d'Orbigny wahrscheinlich zu spät bekannt geworden ist, als dass er sie in der Paléontologie française hätte berücksichtigen können, bildet die Grundlage meiner Untersuchung, welche, insoferne sie eine Kritik des gegenwärtig Bekannten enthält, manchen Irrthümern über die Nerineen des oberen Jura in Österreich vorbeugen möchte.

Das gegenwärtig an Arten schon so reiche Geschlecht

Nerinea, Defrance,

erhielt dadurch abermals einen Beitrag an neuen Formen, welche ich, die Faltenbildung im Innern der Schale wie die äussere Sculptur und die Verhältnisse der Spirale gleichmässig würdigend, als

Species aufzustellen Grund habe. Ein grosser Theil derselben ist mir nur an Bruchstücken ersichtlich geworden, die ich ohne alle Zuthat abbilde. Exemplare, an welchen bei eigenthümlicher Faltenbildung die äusseren Schalentheile nicht deutlich genug waren, habe ich im Vorhinein ausgeschieden. Dagegen konnte eine fast identische Faltenbildung jener Formen, deren Äusseres wesentliche Unterschiede zeigte, mich nicht abhalten, letztere als Speciescharaktere zu erachten.

Aus den viel umfassenden Abhandlungen und Werken von Bronn und Voltz, von Goldfuss, d'Orbigny und Agassiz, so wie aus den mich hier zunächst angehenden Arbeiten über die Versteinerungen des oberen Jura und meiner eigenen Beobachtung glaube ich in dem Geschlechte Nerinea allerdings gewisse Artengruppen zu erkennen, deren Typen durch mehrere Formationsglieder fortsezten, jedoch eine Trennung desselben in mehrere Genera scheint immer weniger statthaft, je mehr die Zahl der Arten anwächst. Dem Versuch einer dergleichen künstlichen Trennung von Sharpe dürften wenige Paläontologen zu folgen geneigt sein, am allerwenigsten wären wohl die Verhältnisse des Nabels und des Spindelcanales zu Gattungscharakteren geeignet, indem man oft Mühe hat, sie als Charaktere der Arten fest zu halten.

N. Bruntrutana Thurm.

Taf. I, Fig. 1—3.

1830. *Nerinea Bruntrutana* Thurman. Mem. de Strasbourg I, pag. 17.
1835/37. „ „ Bronn. Lethaea S. 399, Taf. 21, Fig. 13.
1836. „ „ Bronn. Im Jahrbuch S. 556, Taf. VI, Fig. 13.
1836. „ „ Voltz. Im Jahrbuch S. 542.
1841/44. „ „ Goldf. Petref. Germ. 3. S. 40, T. 175, Fig. 5.
1850. „ „ Zeuschner. In Haidinger's Abhandlungen 3. Bd., 1. Abth., S. 137, Taf. 16, Fig. 5—8.
1850. „ *Mandelslohi* Bronn. Bei Zeuschner a. a. O., S. 137, Taf. 16, Fig. 9—12.
1850. „ *Bruntrutana* d'Orbigny. Prodrôme de paléon. stratigr. 2, pag. 58. Étage Portlandien (16).
1851. „ „ Bronn. Lethaea 3. Aufl., 3. Lieferung, S. 299.
1853. „ „ d'Orbigny. Paléont. franç. Terr. jur. pag. 154, Pl. 283, Fig. 4—5.

In der Darstellung, welche Bronn von dieser Nerinea gibt, lässt er es unentschieden ob sie genabelt ist, doch in der Lethæa (1. Aufl.)

bildet er einen Durchschnitt ab, der einen regelmässigen und ziemlich weiten Spindelcanal zeigt und genau dem Durchschnitte entspricht, welchen Goldfuss (Fig. 5, *b*) zeichnet. Die *N. Bruntrutana* bei Zeuschner ist ohne Zweifel nach Bronn's Abbildung bestimmt worden und die von ihm dargestellten Exemplare sowie eine grosse Anzahl der mir vorliegenden, lassen sich mit den Darstellungen von Bronn und Goldfuss, von denen man voraussetzen darf, dass ihnen die wahre *N. Bruntrutana* zu Grunde lag, ungezwungen in Verbindung bringen.

D'Orbigny hat in der Paléontologie française, diese Art in zwei getheilt und beschreibt die ungenabelten Formen als die eigentliche *N. Bruntrutana,* die genabelten aber, welche sich sowohl in der Form der Falten als durch völlig ebene Umgänge auszeichnen sollen, als *N. Elea* d'Orb., worunter auch der von Bronn im Jahrbuche 1836, Taf. VI, Fig. 18 abgebildete Steinkern mitbegriffen ist. Ob d'Orbigny an der nabellosen Nerinea mit stark ausgeschweiften Umgängen einen Spindelcanal, der vielleicht gegen das Ende der Axe obliterirt, erkannte, lässt er unberührt. Man darf dies jedoch voraussetzen, da mit Ausnahme der genannten Fig. 18 im Jahrbuche keine der älteren Abbildungen auf *N. Elea* d'Orb., sondern alle auf *N. Bruntrutana* Thurm. bezogen werden. Das prachtvolle Exemplar, welches d'Orbigny abbildet, zeigt allerdings keine Spur von einem Nabel, doch an dem von *N. Elea* (Pl. 285, Fig. 2) ist er eben so wenig ersichtlich.

Mir ist an meinem hierher bezüglichen Materiale kein ungenabeltes Exemplar vorgekommen, dagegen einige mit wohl erhaltenem durchbohrtem Spindelende, welche im Übrigen mit der *N. Bruntrutana,* auch wie sie d'Orbigny darstellt, so sehr übereinstimmen, dass sie, weit entfernt eine Beziehung auf *N. Elea* zu gestatten, von jener in der Diagnose lediglich durch das Wort *(non umbilicata)* unterschieden werden könnten. Ich habe mich demnach zur Aufstellung einer neuen Art nicht verstehen können.

Um jeden Irrthum zu vermeiden, bilde ich eines der grössten Exemplare, welches ich aus dem Plassenkalk erhielt und eines von gewöhnlicher Grösse ab (Taf. I, Fig. 1, 2, 3), ersteres vorzüglich desshalb, weil es äusserlich gut erhalten, mit der Abbildung von d'Orbigny mehr übereinstimmt als irgend eines der älteren Darstellungen.

Sehr häufig bei Inwald, ziemlich häufig im Plassenkalk, bei Nikolsburg und bei Richalitz. Im Stramberger Kalke scheint sie sehr selten vorzukommen.

Die Einziehung der *N. Mandelslohi* Bronn bei Zeuschner zu rechtfertigen, erlaube ich mir folgende Darlegung. Zeuschner, welcher hinsichtlich der genannten Art mehr Gewicht auf Goldfuss (l. c. S. 39, Taf. 175, Fig. 4) legte als auf die Darstellung Bronn's (l. c. S. 553, Taf. 6, Fig. 26), die mit der von d'Orbigny (Terr. jur. pag. 105, Pl. 260) so wie mit den mir vorliegenden Exemplaren von Nattheim vollkommen übereinstimmt, hat gewisse Exemplare von Inwald als *N. Mandelslohi* Bronn angesprochen. Goldfuss beschreibt sie folgendermassen: „langkegelförmig, genabelt mit ebenen, glatten, dicht an einander schliessenden Umgängen, die jedoch an den Näthen einen flach erhabenen Wulst und auf der Zwischenfläche eine schwache Vertiefung bilden". In der Diagnose gebraucht er dagegen die Worte: „*Anfractibus convexiusculis laevibus*," die Abbildung entspricht dem Wortlaut der Beschreibung nur hinsichtlich der letzteren Umgänge, während an den alten Umgängen die Vertiefung nicht mehr in der Mitte sondern an der Nath erscheint. Die Vermittlung stellt ein ganz ebenflächiger Umgang her. Da nun die wahre *N. Mandelslohi* leicht convexe Umgänge mit vertieften Näthen hat, ein im Geschlechte *Nerinea* seltener Fall—, muss ich annehmen, dass Goldfuss (Münster) entweder in der Auffassung des offenbar nicht gut erhaltenen Exemplares der *N. Mandelslohi* irrte, oder dass seiner Darstellung eine stark abgeriebene *N. Bruntrutana* Thurm. zu Grunde lag.

Zeuschner gibt den Text von Goldfuss mit anderen mehr prägnanten Worten wieder, der Art, dass dessen Irrthum sich nur vergrössert und eine Form als *N. Mandelslohi* angesprochen wird, welche der wahren ganz entgegengesetzt ist. Die Abbildungen, welche Zeuschner davon gibt (Fig. 9—11), vermag ich nicht von denen der *N. Bruntrutana* (Fig. 6 und 8) zu unterscheiden. Ist gleich bei der ersten (Fig. 12) der Hohlraum der Umgänge mehr von oben nach abwärts zusammengedrückt als bei der letzteren (Fig. 7), so gibt es doch eine Menge von Mittelformen und liegt darin keineswegs der Charakter der *N. Mandelslohi*. Dieselbe kommt demnach bei Inwald nicht vor, ebensowenig als am Plassen oder an einer andern mir bekannten österreichischen Localität.

N. Carpathica Zeuschner.

Taf. I, Fig. 4—6.

Geognostische Beschreibung des Nerineenkalkes von Inwald u. s. w. Abhandlungen, gesammelt von Haidinger. Wien 1850, III. Bd., I. Abth., S. 137, Taf. XVII, Fig. 1—4.

N. testa conica, umbilicata, spira angulo 26—31°; anfractibus fere planis, inferne[1]) limbatis, gradatis; apertura quadrangulari, plicis: labro 2, columella 3, complicatis.

Der Spiralwinkel hat eine Öffnung von 26 bis 31 Graden und scheint sogar noch grösseren Schwankungen zu unterliegen (vergl. bei Zeuschner Fig. 2); die Länge des Gehäuses ist demnach sehr verschieden, 60 bis über 80 Millim.

Das Gehäuse ist kegelförmig, in den Varietäten mit grösserem Spiralwinkel kurz (Taf. 1, Fig. 4, 5), in der Regel weit genabelt. Die mittleren Umgänge sind eben, schwach quergestreift (d. i. senkrecht auf die Axe der Spirale), am unteren Rande mit einem wulstig aufgeworfenen Saum versehen, welcher allmählich in die Fläche des nächstfolgenden Umganges übergeht. Hierdurch erhält das Gehäuse einen treppenförmigen Bau, dessen Verhältniss zu den einzelnen Umgängen durch die unterhalb des Saumes deutlich ausgeprägte Nathlinie schon aussen ersichtlich wird. An den ältesten Umgängen ändert sich das insoferne, als der Saum sowohl nach abwärts als nach aufwärts abfällt und die Umgänge dadurch inmitten etwas concav werden. An den jüngsten Umgängen drängt sich dagegen der mittlere, sonst ebene Theil, welcher hier überdies mit starken callösen Zuwachsstreifen versehen ist, weiter als der Limbus heraus (Fig. 4). Bei den schlankeren Exemplaren gewahrt man feinere Zuwachsstreifen noch an den mittleren Umgängen (Fig. 6). Der Mundrand ist an keinem der Exemplare erhalten, doch sieht man dass die Mundöffnung an den kurz kegelförmigen Gehäusen eine beinahe quadratische, bei der mehr gestreckten eine länglich viereckige Form haben müsse.

In der Faltenbildung stimmt diese Art mit der *N. Bruntrutana* Thurm., mit der *N. Mandelslohi* Bronn u. A. so nahe überein, dass sich die aus der Betrachtung einer grossen Anzahl von Durchschnitten ergebenden Unterschiede im einzelnen Falle kaum wahrnehmen

[1]) Inferne-superne: nach der bei den Wiener Paläontologen gebräuchlichen Stellung; ebenso: longitudinaliter = der Axe parallel, transversim = senkrecht auf die Axe.



lassen. Als solche sind zu nennen: die grössere Länge der beiden oberen Spindelfalten und die stärkere Abschnürung des zweitheiligen Endes der unteren. Nach den Abbildungen, welche Zeuschner von dieser Nerinea gibt und welche den in seinem Texte richtig angewendeten Ausdrucke „treppenförmig“ nicht ganz rechtfertigen, hielt ich die *N. Carpathica* für keine selbstständige Species, sondern glaubte sie mit der *N. Bruntrutana* vereinigen zu müssen, von der Zeuschner kleinere und abgeriebene Exemplare der ersteren gewiss selbst nicht zu unterscheiden vermochte. Das (Taf. I, Fig. 4, 5) abgebildete Exemplar von Nikolsburg in Mähren, welches sich im k. k. Hof-Mineralien-Cabinete befindet, hätte demnach auch zur Aufstellung einer neuen Species veranlasst, wenn nicht der k. k. geolog. Reichsanstalt eine Sendung von ausgezeichneten Petrefacten aus Richalitz, wo die *N. Carpathica* eben so häufig ist wie bei Inwald, aber viel besser erhalten, zugekommen wäre, aus welcher mir die Eigenthümlichkeiten dieser Nerinea vollkommen klar wurden.

N. gradata d'Orb. (Terr. jur. S. 132, Taf. 272, Fig. 5—7) ist ihr verwandt.

Nikolsburg, Richalitz, Inwald. Ihr Vorkommen am Plassen und bei Stramberg ist zweifelhaft.

N. Haueri Peters.

Taf. II, Fig. 1—3.

N. testa elongata, conica, umbilicata; spira angulo 16—19°, anfractibus excavatis laevigatis, superne tuberculatis; plicis: labro 2, columella 3, complicatis.

Der Spiralwinkel beträgt 16—19 Grad, dem zufolge die Länge auf 60—66 Millim. veranschlagt werden darf.

Das Gehäuse ist verlängert konisch, im Verhältniss zu dem starken Spindelcanal schwach genabelt. Die in der Mitte vertieften Windungen erheben sich nach aufwärts zu einem starken grobhöckerigen Wulst, oberhalb welcher die Nath verläuft. Die Mundform ist nicht bekannt. In der Faltenbildung stimmt diese Art mit der Vorbeschriebenen sehr nahe überein.

Bemerkenswerth ist in dieser Beziehung, dass die Spindelfalten derselben in einzelnen mittleren Umgängen mehr complicirt sind, als dies bei *N. Bruntrutana, Carpathica* u. A. vorkommt, während der jüngste Umgang blos einfache Falten enthält, welche in ihren gegen-

seitigen Verhältnissen denen der *N. Mandelsloki* Bronn. mehr gleichen als denen der *N. Bruntrutana*.

Von den Arten mit gleicher Faltenbildung unterscheidet sich die eben beschriebene durch den starken Wulst und dessen Höcker, die selbst an abgeriebenen Exemplaren noch kenntlich sind.

Selten im Plassenkalk.

Eine sehr kleine kegelförmige Nerinea, aus dem Plassenkalk, welche die Faltenbildung der bisher genannten Arten hat, sich jedoch durch eine besonders starke Streckung der Umgänge in der Richtung der Axe von ihnen unterscheidet, gehört vermuthlich einer neuen Species an, welche ich jedoch bei völliger Unbekanntschaft mit dem Äusseren des Gehäuses nicht zu charakterisiren vermag [1]).

N. Suessii Peters.

Taf. II, Fig. 4—5.

N. testa elongata, imperforata; spira angulo (circa) 10—12°; anfractibus excavatis laevigatis (?); plicis: labro 1 perobtusa, columella 3 convergentibus, simplicibus.

Der Spiralwinkel dieser Nerinea, welche ich nur aus Bruchstücken kenne, scheint die Öffnung von 12 Grad nicht zu überschreiten, die Länge des Gehäuses würde demzufolge über 150 Millim. ausmachen.

Das Gehäuse ist lang kegelförmig, ungenabelt. Das, wie es scheint, durchaus regelmässige Gewinde besteht aus ziemlich hohen, in der Mitte ausgehöhlten Umgängen, welche, so viel man an den ziemlich stark abgeriebenen Exemplaren entnehmen kann, eine glatte Oberfläche haben. Der stark vortretende Wulst auf welchem die Nath verläuft, gehört zum grösseren Theil dem oberen (rückwärtigen) Rand des Umganges an. Die Faltenbildung ist charakteristisch. Von der Seitenwand ragt, wo sie aussen am meisten vertieft ist, eine sehr stumpfe Falte nach einwärts; vor der Spindel entspringen in nahezu gleich grossen Abständen drei einfache, nach aussen convergirende Falten, welche in der Nähe des (nicht erhaltenen) Mundrandes eben so scharf ausgedrückt sind als im drittletzten Umgange.

---

[1]) Es verdient bemerkt zu werden, dass alle der bisher beschriebenen Artengruppe angehörigen Nerineen des Plassenkalkes sich von den gleichartigen der nordöstlichen Localitäten durch eine Verlängerung des Hohlraumes der Windungen in der Richtung der Axe auszeichnen.

Diese Faltenbildung, durch welche unsere Art sich der vorher betrachteten Gruppe anreiht, ist eine sehr seltene; nur *N. Clio* d'Orb. (Terr. jur., S. 139, Taf. 275) aus dem Coral-rag hat eine ähnliche. Eine viel entferntere Ähnlichkeit zeigen *N. funiculosa* Voltz (Terr. jur., S. 85, Taf. 252, Fig. 7—10) aus dem Bathonien und *N. nodosa* Voltz (l. c. S. 95, T. 254) aus dem oberen Oxford.

Kommt vor im Plassenkalk.

N. conulus Peters.

Taf. II, Fig 10—11.

N. testa conica, umbilicata, spira brevi, angulo 45°; anfractibus laevigatis excavatis; apertura depressa triangulari; plicis simplicibus: labro 1, columella 3 media brevissima.

Die Öffnung des Spiralwinkels beträgt 45 Grad, die ganze Länge 0·0145.

Das Gehäuse ist kurz kegelförmig, genabelt. Das regelmässige Gewinde besteht aus niedrigen, in der Mitte etwas ausgehöhlten, übrigens glatten Umgängen, deren Seitenwände mit einer kurzen, nach abwärts gerichteten Falte versehen sind, während die Spindel eine lange sehr dünne Falte trägt, welche oben entspringt und nach auswärts gekrümmt ist, nebst zwei von Innen entspringenden Falten von ungleicher Grösse. Die oberste dieser (sämmtlich einfachen) Falten setzt an der ziemlich glatten unteren Fläche des letzten Umganges eine Strecke weit über die zusammengedrückt dreieckige Mündung hinaus fort.

Selten im Plassenkalk.

N. Staszycii sp. Zeuschner.

Taf. II, Fig. 6—9.

Actaeon Staszycii Zeuschner (l. c. S. 139, Taf. XVII, Fig. 16—19).

N. testa ovata imperforata, spira brevi; anfractibus laevigatis, pro parte se invicem amplectentibus; apertura compressa; plicis: columella 3 complicatis, labro 2.

Länge = 0·011—0·035.

Zeuschner liess sich durch die puppenartige Form dieser Schnecke bestimmen, sie in das Geschlecht Actaeon zu stellen, mit der Bemerkung, dass sie etwa ein neues, Actaeon und Nerinea

vermittelndes Geschlecht begründen dürfte. Man kennt nun bereits mehrere dergleichen Arten mit kurzer Spindel, deren Umgänge stark umfassend sind und deren Näthe nicht auf den Erhöhungen, sondern in den Rinnen verlaufen, und welche nichtsdestoweniger von Nerinea nicht getrennt werden können, da die Anwesenheit eines Canales an der Mündung und das eigenthümliche Zurückbleiben der Lippe am oberen Rande, welches sich zum mindesten in der Richtung der Zuwachsstreifen ausspricht, bei einer Schnecke mit innen gefalteten Umgängen über das Geschlecht vollgiltig entscheiden. An den Exemplaren, welche Zeuschner beobachtet hat, waren weder Mündung noch Zuwachsstreifen erhalten. Viel günstiger sind der Auffassung des Geschlechtes die Exemplare von Stramberg, von denen ich zwei abbilde (Fig. 6, 7 und 8).

Diese Art ist ausserordentlichen Schwankungen hinsichtlich der äusseren Gestalt und der Faltung unterworfen. Nicht nur dass es sehr stark bauchige neben ziemlich schlanken Formen gibt, auch der Grad des Umfassens und die Weite des Spindelcanales ist sehr verschieden.

Bei Richalitz kommen Exemplare vor, deren Canal innerhalb der jüngsten Umgänge 4 Millim. weit ist (Fig. 9), bei Stramberg nebst eben solchen wieder Exemplare, an welchen er so enge ist, dass er durch senkrechte Schnitte gar nicht dargestellt werden kann. Einen deutlichen Nabel habe ich an keinem Stücke wahrgenommen.

Die obere Lippenfalte ist an den jüngsten Umgängen kaum angedeutet, bei den sehr plumpen Exemplaren von Richalitz (Fig. 9) erscheint sie auch an der älteren nur wenig ausgedrückt. Bei den letzteren werden die Zuwachsstreifen in dem Grade callös, dass sie den jüngsten Umgängen ein höckeriges Ansehen geben, was bei abgeriebenen Exemplaren leicht für eine wirklich höckerige Sculptur gehalten werden könnte.

Sie ist häufig bei Inwald und Stramberg, und kommt ferner bei Richalitz, am Plassen und am Sandling bei Aussee vor.

N. Moreana d'Orbigny.

Taf. III, Fig. 5—7.

D'Orbigny. Paléont. franç., Terrains jurass. S. 100, Taf. 257.

A. Buvignier. Statistique géologique etc. du département de la Meuse. Paris 1852, S. 35, Taf. XXIV, Fig. 10—12 (in den Abbildungen als *N. tornatella* Buvign.).

Diese ausgezeichnete Coralliensspecies scheint im oberen Jura von Österreich nicht selten vorzukommen, wenigstens haben die beiden von mir am meisten beachteten Localitäten, der Plassen bei Hallstatt und der Kalkfelsen bei Stramberg, ziemlich viele, mitunter gut erhaltene Exemplare geliefert.

An einem Bruchstücke vom Plassen, welches den jüngsten Umgang der Schnecke enthält, fand ich den, an Nerinea so selten unverletzten Mundrand. Indem ich ihn hier abbilde (Fig. 5), vermag ich die trefflichen Darstellungen zu ergänzen, welche d'Orbigny und Buvignier von dieser Art gaben. Die Ausrandung *(echancrure)* die eine beträchtliche Tiefe erreicht, befindet sich nicht am oberen Ende, sondern in der unteren Hälfte der Lippe, bevor diese sich umfassend dem Umgange anlegt. Da jedoch der obere Theil etwas verbrochen ist, wäre es immerhin möglich, dass auch an der gewöhnlichen Stelle eine dergleichen, wenn auch weit geringere Ausrandung vorkäme. Die Exemplare vom Plassen stimmen durch ihren gedrungenen Bau und die Schroffheit der Absätze an den älteren Umgängen mehr mit den Abbildungen von Buvignier als mit denen von d'Orbigny überein (vergl. Fig. 6 und 7). Bei Stramberg gibt es beiderlei Formen.

In der Nikolsburger Gegend kommen Steinkerne, mitunter von kolossalen Dimensionen vor, welche dieser Art angehören.

N. Partschii Peters.

Taf. II, Fig. 12—14.

N. testa subcylindrica, non umbilicata, spira angulo 12°; anfractibus laevigatis, inferne excavatis; plicis: labro 1, columella 3, inaequalibus simplicibus.

Der Spiralwinkel hat eine Öffnung von nur 12 Grad; der letzte Umgang ist unbekannt.

Das sehr lange, beinahe cylindrische ungenabelte Gehäuse baut sich schraubenförmig aus ziemlich niedrigen, nicht steil gewundenen Umgängen auf, welche bei einzelnen Exemplaren (Fig. 11, 12) beinahe dutenförmig an einander gereiht und im letzteren Falle unten (vorne) stark rinnenartig vertieft sind.

Doch gibt es auch Exemplare, an deren Umgängen die Aushöhlung etwas höher rückt und demgemäss die Rinne verstreicht

(Fig. 13). Die Nath verläuft oberhalb des mehr oder weniger scharfen oberen Randes.

Die Faltung ist eigenthümlich: Ausser der vielen Arten eigenen Seitenwandfalte gibt es drei einfache Spindelfalten, deren mittlere sehr kurz ist. Hierdurch unterscheidet sie sich von allen Arten, welche ihr durch einen schraubenförmigen Bau ähnlich sind.

Diese Art ist bisher nur bei Stramberg beobachtet worden.

N. Orbignyana Zeuschner.

Taf. III, Fig. 13—14.

Zeuschner (l. c. S. 138, Tab. XVII, Fig. 10—11).

N. testa brevi conica umbilicata; spira angulo 25°; anfractibus excavatis, superne tuberculatis, in medio cingulo granuloso instructis; plicis: labro 1, columella 3, simplicibus.

Einige instructive Exemplare setzen mich in die Lage die von Zeuschner gegebene Beschreibung dieser Art zu ergänzen.

Obgleich nur mit einem sehr schmalen Spindelcanal versehen, ist das Gehäuse doch genabelt.

Durch die Stellung und Form der drei Spindelfalten, welchen nur eine Seitenwandfalte entgegensteht, hat der innere Bau dieser Nerinea viele Ähnlichkeit mit den vorbeschriebenen Arten.

Kommt vor am Plassen und bei Inwald.

N. Hörnesi Peters.

Taf. II, Fig. 15—16.

N. testa elongata, conica, umbilicata (?), spira angulo 22°; anfractibus quidpiam excavatis, superne nodosis, ceterum laevibus; plicis: labro nulla, columella 3, simplicibus.

Der Spiralwinkel beträgt 22 Grad, der Suturalwinkel 70 Grad.

Das Gehäuse ist lang kegelförmig, wahrscheinlich genabelt, wenigstens mit einem verhältnissmässig weiten Spindelcanal versehen. Die Umgänge sind inmitten etwas vertieft, dabei glatt, nur am oberen Rande mit rundlichen Knoten besetzt.

Das Innere ist durch den Mangel von Seitenwandfalten und drei ziemlich gleichlange convergirende Spindelfalten ausgezeichnet.

Die Art, welche bisher nur durch Fragmente bekannt, doch hinreichend charakterisirt ist, kommt (selten) im Plassenkalk vor.

N. Zeuschneri Peters.

N. Voltzii Zeuschner (l. c. S. 138, Taf. XVI, Fig. 13—14).

N. testa elongata, conica, imperforata; spira angulo 18 — 20°; anfractibus excavatis, superne et inferne tuberculatis; plicis: labro 1, columella 2.

Der Spiralwinkel beträgt 18 — 20 Grad. Die Grösse ist ungemein veränderlich; es gibt Exemplare, welche am letzten und vorletzten Umgange 55 Millim. breit sind, und andere welche an der entsprechenden Stelle nicht über 28 Millim. messen.

Der Beschreibung welche Zeuschner von dieser Art gibt, kann ich nur beistimmen, den Namen musste ich verändern, da er bereits doppelt vergriffen war als Zeuschner die Versteinerungen von Inwald und Rosczyny bearbeitete; durch Deslongchamps 1843 (Mém. de la soc. linn. de Normandie, pag. 7, pl. 8, Fig. 84) und durch d'Archiac im selben Jahre.

N. Voltzii Deslongch. hat zufällig in der Faltenbildung mit *N. Voltzii* Zeuschner Ähnlichkeit (vergl. d'Orbigny terr. jur. pag. 83, T. 252, Fig. 1, 2); die von d'Archiac aufgestellte Art beschreibt d'Orbigny unter dem Namen *N. axonensis* d'Orb. Beide gehören dem Bathonien an.

Durch die Faltenbildung sind der besprochenen Art ähnlich:

N. pseudocylindrica d'Orb. (Terr. jur. pag. 86, Pl. 252) aus dem Bathonien.
N. scalaris d'Orb. (a. a. O., pag. 87, Pl. 253).
N. Defrancei Desh. (d'Orb. a. a. O., pag. 108, Pl. 262) aus dem Corallien.
N. Castor d'Orb. (a. a. O., pag. 109, Pl. 262).
N. Nantuacensis d'Orb. (a. a. O., pag. 110, Pl. 263).
N. Bernardiana d'Orb. (a. a. O., pag. 112, Pl. 264).
N. canalicuta d'Orb. (a. a. O., pag. 113, Pl. 264).
N. Visurgis Roemer (Oolith, S. 148, Taf. 11, Fig. 26—28).
„ „ (Goldfuss, Petref. germ.).
„ „ (d'Orb., Terr. jur. pag. 122, Pl. 268).
N. subtricincta d'Orb. (a. a. O., pag. 130, Pl. 271).
N. Calliope d'Orb. (a. a. O., pag. 133, Pl. 273).
N. Mariae d'Orb. (a. a. O., pag. 138, Pl. 275).
N. Clio d'Orb. (a. a. O., pag. 139, Pl. 275).
N. Turritella d'Orb. (a. a. O., pag. 143, Pl. 277).
N. Gaudryana d'Orb. (a. a. O., pag. 144, Pl. 277).

Die grosse Mehrzahl derselben gehört demnach dem französischen Corallien an.

Von allen diesen hat nur die *N. Gaudryana* mit der *N. Zeuschneri* auch in der Tracht und in der Oberflächenbeschaffenheit Ähnlichkeit, doch ist erstere, abgesehen von dem viel steileren Gewinde durch den Mangel von Höckern am oberen Rande unterschieden. Von Nerineen aus der Portland-Etage sind:

N. trinodosa Voltz (bei d'Orb. a. a. O., pag. 153, Pl. 283);
N. Erato d'Orb. (a. a. O., pag. 151, Pl. 282);
N. Santonensis d'Orb. (a. a. O., pag. 156, Pl. 284);
N. suprajurensis Voltz zum Thl. (neues Jahrb. 1836, S. 540 und 551, Taf. VI, Fig. 1 und 2);

aus der Kreide:

N. gigantea d'Hombre Firmas (d'Orb. terr. crètac. pag. 77, Pl. 158)

durch die Faltenbildung und zum Theile durch die Tracht mit unserer Art verwandt.

Mit *N. suprajurensis* Voltz ist die Ähnlichkeit im Bau so gross, dass abgeriebene Exemplare beider Arten nicht von einander unterschieden werden können, und ich desshalb noch in Zweifel bin, ob die *N. suprajurensis* Voltz nicht wirklich nebst der *N. Zeuschneri* bei Stramberg vorkömmt.

Zeuschner gibt ganz richtig an, dass letztere keinen Nabel hat, nichtsdestoweniger habe ich an kleineren Exemplaren aus dem Plassenkalk einen Spindelcanal beobachtet, welcher dem der *N. Mandelslohi* Bronn, *N. gradata* d'Orb. u. m. A. ganz analog ist, durch mehrere Umgänge fortsetzt und innerhalb des jüngsten Umganges blind endigt.

Diese Art kommt vor bei Inwald, Stramberg und häufig am Plassen.

N. Castor d'Orbigny.

Taf. II, Fig. 17.

N. castor d'Orb. (Terr. jur. pag. 109, Pl. 262, Fig. 3—4).
N. suprajurensis Voltz zum Thl. (neues Jahrb. 1836, S. 540 und 551; Taf. VI, Fig. 3, *a*).
" bei Goldf. (Petref. germ. 3. Taf. 175, Fig. 10).

D'Orbigny hat eine Nerinea aus dem Coral-rag von Frankreich und Belgien, welche mit der *N. suprajurensis* Voltz in allem Wesentlichen übereinstimmt, den Spiralwinkel ausgenommen, *N. Castor* genannt, wodurch die von Voltz aufgestellte, drei Etagen des oberen Jura durchgreifende Art, in zwei Arten zerlegt wird. Der ältere Name bleibt den im Kimmeridgien und Portlandien vorkommenden Formen

Im Kalke von Stramberg kommt eine hierher gehörige Nerinea vor, welche einen Spiralwinkel von 24° hat, somit innerhalb die von d'Orbigny angegebenen Grenzen von 21—25° fällt. Auch in der Faltung und durch die Concavität inmitten der Umgänge stimmt sie mit der *N. Castor* mehr überein als mit den mir vorliegenden spitzigeren Exemplaren (von *N. suprajurensis*) aus dem Kimmeridgien von Doubs, Porrentruy u. a. O. Ich nehme sonach nicht Anstand die Aufstellung der *N. Castor* gut zu heissen und die Nerinea von Stramberg als solche anzusprechen.

In Hinsicht auf die Ansicht Hohenegger's über den Kalk von Stramberg darf ich nicht unerwähnt lassen, dass eine Neocomien-species, *Nerinea Renauxiana* d'Orb. (*Terr. crét.* pag. 76, Pl. 157), durch ihre Faltenbildung mit der besprochenen in der That viele Ähnlichkeit hat, woraus nun freilich nichts Weiteres folgt, als dass gewisse Typen in der Formationsreihe vom Grande Oolithe bis in die oberen Neocomienschichten durch eine grosse Anzahl von Arten repräsentirt sind.

Die *N. Castor* d'Orb. kenne ich bisher blos aus dem Kalke von Stramberg.

N. Strambergensis Peters.

Taf. III, Fig. 3, 4.

N. testa brevi, conica, non umbilicata, spira angulo 27°; anfractibus parum excavatis, laevigatis, superne nodosis; plicis labro 1, columella 2, simplicibus.

Der Spiralwinkel umfasst 27 Grad; der letzte Umgang ist nicht bekannt.

Das Gehäuse ist kurz kegelförmig, allem Anscheine nach ungenabelt. Die in der Mitte ein wenig vertieften Umgänge sind glatt und tragen nur am oberen (hinteren) Rande Knötchen, wodurch das Gehäuse einen beinahe treppenförmigen Bau erhält. Die Falten sind im Wesentlichen den vorgenannten Arten gleich, nur ist der Hohlraum in der Richtung der Axe zusammengedrückt, so dass die Seitenwandfalte der unteren Spindelfalte gerade gegenüber steht.

Abgesehen davon ist diese Art durch die Grösse des Spiralwinkels und ihre ganze Tracht von den Arten mit ähnlicher Faltenbildung unterschieden. Ich nenne von letzteren hier besonders *N. canaliculata* d'Orb. und *N. dilatata* d'Orb. aus dem Corallien und

N. nodulosa Desh. (Expédition de Morée t. III, part. 1, pag. 185, Mollusc. pl. IV, Fig. 6, 8.)

Bei Stramberg und am Plassen.

N. Haidingeri Peters.

Taf. IV, Fig. 4, 5.

N. testa elongata, conica, imperforata; spira angulo 30°; anfractibus excavatis, costatis, superne et inferne nodosis; plicis: labro 1, columella 2, simplicibus.

Der Spiralwinkel beträgt 30 Grad; der letzte Umgang ist nicht bekannt.

Das lang kegelförmige Gehäuse ist in Ermanglung eines Spindelcanales wahrscheinlich ungenabelt. Das Gewinde besteht aus ziemlich niedrigen, in der Mitte vertieften Umgängen, welche am oberen und unteren Rande Knoten tragen, die unter einander durch wenig vorspringende, ziemlich breite Rippen verbunden sind. Durch diese Sculptur unterscheidet sich die Art von *N. Zeuschneri*, mit der sie in der Faltenbildung vollkommen übereinstimmt. Die einzige Seitenwandfalte ist gerade nach einwärts gerichtet, von den beiden Spindelfalten läuft die oben und innen entspringende nach ab- und auswärts, die untere steht beinahe horizontal.

Von *N. Zeuschneri* und mehreren derselben verwandten Arten unterscheidet sie sich noch durch die Grösse ihres Spiralwinkels.

Sie ist nicht selten im Plassenkalk und in den Polauer Bergen bei Nikolsburg.

N. Hoheneggeri Peters.

Taf. III, Fig. 1, 2.

N. testa elongata, imperforata; spira angulo 13—15°; anfractibus complanatis, inferne nodosis, cingulis quinque granulosis, quorum quartus prominet, instructis; apertura subtriangulari triplicata; plicis: labro 1, columella 2, simplicibus, quarum inferior valde obtusa.

Der Spiralwinkel hat eine Eröffnung von 13—15 Grad, der Suturalwinkel 70 Grad. Die Länge dürfte über 0·100 betragen.

Das Gehäuse ist sehr verlängert, beinahe cylindrisch, ziemlich dickschalig, ungenabelt, die Umgänge sind im Ganzen genommen eben bis an die Ränder, welche sich gleichmässig erheben, und deren unterer mit kleinen perlartigen Halbknoten versehen ist.

Unmittelbar über demselben folgen drei, mit länglichen Körnern besetzte Gürtel und darauf ein vierter, dessen Körner grösser sind und welcher ein Weniges über der Mitte des Umganges sich befindet. Zwischen demselben und dem oberen glatten Randwulst ist ein fünfter gekörnter Gürtel angebracht, der am wenigsten ausgeprägt ist und beinahe verdeckt wird von den schief über den Umgang herabziehenden Zuwachsstreifen.

Die Mundöffnung ist unregelmässig dreieckig, die Lippe oben seicht ausgerandet und mit einer Falte, die Spindel mit zwei Falten versehen. Schon am Durchschnitte des ersten Umganges, in noch höherem Grade in den älteren Umgängen, zeigen sich beide Spindelfalten sehr von einander verschieden. Die untere ist überaus stumpf und massig, die obere scharf und rinnenartig nach aufwärts gekrümmt. Die Seitenwandfalte ist mässig scharf und ohne merkliche Krümmung nach aufwärts gerichtet.

Diese Art ist mit mehreren Arten des Coral-rag von Frankreich sowohl durch ihre Tracht als ihre Faltenbildung nahe verwandt; so mit *N. Mariae* d'Orb., mit *N. Bernardiana* d'Orb. u. A., welche viel spitziger sind, während andere verwandte Corallien-Arten, wie *N. Sequana* Thirria und *N. Visurgis* Roemer, welche weit über Frankreich und Norddeutschland verbreitet sind, einen viel grösseren Spiralwinkel haben. Unter allen diesen gibt es jedoch keine, welche, abgesehen von kleinen Abweichungen in der Form und Stellung der Falten, ihr in der äusseren Sculptur gleich kämen. Mit der *N. Roemeri* Philippi (Philippi, im neuen Jahrb. 1837, Seite 294, T. III, Fig. 2; — Roemer, Norddeutsch. Oolith als *N. fasciata* Voltz; — Goldfuss, Petref. germ. 3. Seite 43, T. 176, Fig. 5) aus dem Coral-rag des Lindenerberges in Hannover hat sie eine entferntere Ähnlichkeit.

Diese Art kommt vor im Plassenkalk, bei Stramberg und bei Inwald. Sehr schöne Exemplare hat man bei Richalitz gefunden. Die Inwalder (Hohenegger's Sammlung) sind klein und sehr gut erhalten.

N. Santonensis d'Orbigny.

D'Orbigny. Terr. jur. pag. 156, Pl. 284.

Diese den Portlandschichten zugeschriebene Art erkenne ich an Steinkörnern aus dem Stramberger Kalk. Sie unterscheiden sich

durch den kleinen Spiralwinkel verbunden mit einer ausnehmend scharfen unteren Spindelfalte von den mehrmal genannten ähnlichen Arten, insbesondere von *N. Hoheneggeri* Peters. Auch bei Nikolsburg und den Polauer Bergen scheint sie vorzukommen.

Eine ziemlich kurz konische Nerinea von Stramberg, welche gleichfalls die bei den Portland-Arten herrschende Faltenbildung zeigt, unterscheidet sich von den Bekannten wesentlich durch ihre Tracht. In jener Beziehung steht sie der *N. trinodosa* Voltz, durch ihren konischen Bau der *N. salinensis* d'Orb. nahe, ist aber viel kleiner als diese. Leider ist die äussere Sculptur, welche eine ziemlich einfache zu sein scheint, nicht genügend erhalten.

N. crispa Zeuschner.

Zeuschner, in Haidinger's Abhandlungen 3. Bd., 1. Abth., S. 138, Taf. XVII, Fig. 12—15.

Selten bei Inwald. — Am Plassen (?). Abgeriebene Exemplare, können mit einer folgenden Art, *N. plassenensis* Peters leicht verwechselt werden.

N. conoidea Peters.

Taf. III, Fig. 8 und 9.

N. testa brevi, conoidea, imperforata; anfractibus excavatis, superne tuberculatis, ceterum laevigatis; plicis: labro nulla, columella inaequalibus, simplicibus.

Das Gehäuse dieser ziemlich kurzen, eine Länge von 30 Millim. in der Regel nicht überschreitenden Art ist konoidisch, ziemlich steil gewunden, ungenabelt. Die in der Mitte vertieften Umgänge tragen am oberen Rande perlenartige Knoten und sind übrigens glatt, nur hie und da bemerkt man eine schwache Andeutung von Längsrippen, welche von den Knoten herablaufen. Die längliche und zusammengedrückte Mündung hat zwei der Spindel angehörige Falten, deren untere kurz und stumpf ist bis zum völligen Verschwinden, während die obere lang und schmal nach unten und aussen vorspringt.

Diese Art ist der *N. cripsa* Zeuschner sehr nahe verwandt, in der Faltenbildung stimmen beide genau überein, so dass ich anfangs glaubte, der Darstellung Zeuschner's hätten unvollkommene Exemplare zu Grunde gelegen und beide seien wirklich identisch. Indess wurde ich durch Exemplare aus der Hohenegger-

schen Sammlung belehrt, dass dies nicht der Fall ist. *N. crispa* ist ziemlich lang kegelförmig, hat einen Spiralwinkel von 20 Grad, und auf ihrem schief abgeschnürten Wulste nie deutlich entwickelte Knoten.

Abgeriebene Exemplare lassen sich von der folgenden Art nicht unterscheiden, mit der sie im Plassenkalk vorkommt.

Bei Inwald ist sie minder selten als *N. crispa*. Von anderen Localitäten kennen wir sie noch nicht [1]).

N. Plassenensis Peters.

Tab. III, Fig. 10—12.

N. testa brevi, imperforata; anfractibus complanatis, superne nodosis, in medio stria granulosa cinctis; apertura compressa biplicata; plicis: labro nulla, columella duabus inaequalibus, simplicibus.

Der Spiralwinkel des aus der konischen in die konoidische Form übergehenden Gehäuses lässt sich nicht mit Sicherheit abnehmen. An den jüngsten Umgängen schön entwickelter Exemplare ist er recht klein (12—15 Grad) an den älteren Umgängen öffnet er sich bis zu 20, ja 25 Grad. Die Länge beträgt 20—34 Millim. Das Gehäuse ist ungenabelt, viel weniger steil gewunden als bei der vorhergehenden Art. Die ziemlich ebenen Umgänge schwellen am oberen Rande zu einem Wulste an, der mit (10) Perlknötchen besetzt ist.

In der Mitte tragen sie einen schmalen gekörnten Gürtel, dessen wenig vorspringende Körner jenen Knötchen correspondiren. Die Mundöffnung ist zusammengedrückt, beinahe halbmondförmig mit zwei Spindelfalten, welche denen der *N. crispa* in jeder Beziehung gleichen.

Von Verwandtschaften dieser drei Arten kann wenig die Rede sein; in der äusseren Sculptur kommen ihnen mehrere Arten nahe, so z. B. der *N. Plassenensis* die *N. nodosa* Voltz (d'Orb. Terr. jur. pag. 95, Pl. 254), ihre Faltenbildung aber ist ganz eigenthümlich.

Ich habe dieser Nerinea den Namen *Plassenensis* gegeben, weil sie die bei Weitem vorherrschende Art des Plassenkalkes ist,

---

[1]) Ein Exemplar in der Hohenegger'schen Sammlung ist 40 Millim. lang und ausgezeichnet konoidisch.

manche Gesteinspartien sind ganz und gar davon erfüllt, und weil ich sie bisher nur von dieser Localität kenne.

N. pyramidalis Münster.

Taf. IV, Fig. 1—3.

1841—44. Münster in Goldfuss: Petref. germ. 3. S. 45, Taf. 176, Fig. 11.
1850. *N. depressa* Voltz bei Zeuschner (Haidinger's Abhandlung. 3. Bd., I. Abth., S. 137, Taf. XVI, Fig. 1—4).

Indem ich voraussehe, dass die Paläontologen mit Erstaunen diesem Namen in einer Beschreibung von jurassischen Nerineen begegnen werden, will ich gleich die Gründe angeben, welche mich zu dessen Hervorziehung bewogen haben.

Wer meine Abbildungen mit der aus dem Goldfuss'schen Werk citirten aufmerksam vergleicht, insbesondere meine Fig. 1, wird kaum bezweifeln, dass beide Exemplare derselben Art zu Grunde liegen. Ich kann hinzu fügen, dass die äusseren Formen meiner am Plassen bei Hallstatt vorkommenden Exemplare, welche durch Glätte der etwas vertieften Umgänge und die Weise, nach der sie an den Rändern anschwellen, mit der Münster'schen Species aufs Genaueste übereinstimmen, vollkommen gut erhalten sind. *N. pyramidalis* wird als eine aus der Gosau stammende und desshalb von Münster in die Gosauformation versetzte Art beschrieben. Der Plassenberg aber fällt steil gegen das Gosauthal ab, und es können Geschiebe und Petrefacten von seiner Höhe recht wohl in die auf Gosaugebilden ruhenden recenten Gehänge-Ablagerungen gelangen.

Das Gestein des Plassen ist in seiner dichten bräunlichen Varietät den Nerineen führenden Kalkschichten der oberen Kreide des Gosauthales nicht so auffallend unähnlich, dass Graf Münster an der Ausfüllungsmasse dieser Nerineen hätte Anstoss nehmen müssen. Da jedoch Petrefacten der Gosauformation von mehreren Sammlern aufgespeichert werden, welche auch den Hallstätter Salzberg und seine Umgebungen besuchen, kann es wohl sein, dass die fragliche Nerinee erst unter ihren Händen in Suiten von Gosauversteinerungen und so in Münster's Besitz gerathen ist. — Wäre *N. pyramidalis* Münster wirklich eine Versteinerung der Gosauablagerungen, so müsste sie wohl durch die in neuerer Zeit im grossartigsten Massstabe betriebenen Aufsammlungen wieder zum

Vorschein gekommen sein, was nicht der Fall ist. Unsere überaus reichen Suiten enthalten davon keine Spur.

Zu der von Münster gegebenen Beschreibung und Diagnose habe ich nicht nöthig etwas beizufügen als etwa die Angabe des Spiralwinkels, welcher an den Exemplaren vom Plassen zwischen 32 und 35° schwankt, an denen von Stramberg und wie ich aus Zeuschner's Abbildung entnehme auch an denen von Inwald nicht ganz 30° beträgt.

Fig. 1 stellt den Durchschnitt eines sehr grossen Exemplares, Fig. 2 die untere Fläche des letzten Umganges eines kleineren, beide vom Plassen dar, durch Fig. 3 ist ein an der äusseren Fläche etwas abgeriebenes, im letzten Umgange aber vortrefflich erhaltenes Exemplar aus dem Stramberger Kalke abgebildet.

Nerinea depressa Voltz, im Jahrb. 1836, Seite 540 und 549, T. VI, Fig. 17 (von Zeuschner, l. c. Seite 137, Taf. XVI, Fig. 1—4), welche nach Gressly im Schildkrötenkalk — einer Portlandschichte — bei Solothurn, nach Buvignier im Coral-rag an der Maas vorkommt, hat bei einer mit der *N. pyramidalis* wesentlich übereinstimmenden Faltenbildung „ganz ebene, glatte Umgänge", einen Spiralwinkel, welcher dem der Stramberger Exemplare nicht gleich kommt.

Überdies sind die innen und aussen von der Falte an der oberen Wand der Umgänge befindlichen Räume auffallend verschieden, was weder an der Nerinea vom Plassen noch an den von Zeuschner beschriebenen Exemplaren beobachtet wird.

Zeuschner's *Nerinea depressa* unterscheidet sich von der wahren auch durch den äusseren Bau der Umgänge. „Drei Viertheile des oberen (nach unserer Aufstellung: unteren) Theiles sind ringförmig angeschwollen, das untere Viertheil ist glatt und vertieft. Bei abgeriebenen Exemplaren sind die Umgänge glatt und eben." Doch möchte ich nicht annehmen, dass Voltz und Bronn die Charaktere eben und glatt einer Art beigelegt hätten, von der sie nur abgeriebene Exemplare besassen. Dass übrigens die Convexität des Umganges nicht durchgehends $^3/_4$ desselben ausmache, zeigt Zeuschner's Fig. 4, bei deren Vergleichung mit meinen Abbildungen die Identität beider schwer zu verkennen sein wird.

Die *Nerinea depressa* Voltz bei d'Orbigny (Terr. jur. p. 104, Pl. 259, — auf der Tafel und im Prodrôme als *N. umbilicata*

Voltz —) welche er als eine charakteristische Coralliенspecies erklärt, lässt sich nicht minder schwer mit der Darstellung von Bronn vereinbaren und es zeigen die völlig unzweideutigen Abbildungen von Zeuschner und von d'Orbigny wie sehr verschiedene Formen auf eine Art bezogen werden können, welche nicht hinreichend deutlich dargestellt ist oder dafür gehalten wird. In der *N. depressa* bei d'Orbigny sind die Näthe das einzig Vertiefte, die Umgänge leicht convex.

Es scheint mir, dass der berühmte Paläontolog als er die Beschreibung dieser Nerinea mit den Worten schloss: „*Cette espéce ne peut être confondue avec aucune autre par son large ombilic et par son pli unique sur la columelle*“, augenblicklich zu wenig Werth legte auf die, anderweitig von ihm so sehr gewürdigten äusseren Formen der Nerineen, wenn sie nicht mit auffallenden Verschiedenheiten des Gewindes und der Faltung verbunden sind, und es wäre besser gewesen, wenn er den Namen *N. umbilicata* Voltz der „charakteristischen“ Species aus dem Corallien von Saint Mihiel, Oyonnai (Ain) u. a. O. belassen hätte.

Eine andere den hier besprochenen Nerineen ähnliche Art ist *N. subpyramidalis* Münster (Goldf. petr. germ. 3, Seite 40, T. 175, Fig. 7) von Kehlheim an der Donau. Hinsichtlich dieser muss ich bemerken, dass es mich Wunder nimmt, wie d'Orbigny die überaus weit genabelte, concav konische Nerinee aus dem Portlandien von Aigle-Pierre, Salins im Jura u. a. O., welche er in der *Paléontologie française* (Terr. jur. pag. 148, Pl. 279) beschreibt, mit ihr identificiren konnte. Denn abgesehen davon dass die Falte weder in der Richtung noch in der Stellung der genannten Art genau entspricht, gibt es auch bedeutende Verschiedenheiten im Bau und im Spiralwinkel, welche mir diese Identification gewagt erscheinen lassen. Da die mehrfaltigen Nerineen nach gleichwerthen Unterschieden in Arten zertheilt werden, dürfte man wohl auch für die einfaltigen Formen das gleiche Verfahren beanspruchen.

Der Faltenbildung nach ist der *N. pyramidalis* Münster auch noch verwandt *N. annulata* Sharpe (*Quarterly Journ. Novemb. 1849*, Vol. 6, I. Theil, Seite 101, T. XIII, Fig. 16), durch ihre ringförmigen Umgänge aber leicht von ihr und jeder der vorgenannten Arten zu unterscheiden.

An die Betrachtung der Nerineen schliesse ich noch einige am Plassen vorkommende Versteinerungen an, da ich unser Material von dort — mit Ausnahme der Polyparien — gerne vollständig abhandeln möchte.

CERITHIUM.

C. nodoso-striatum Peters.

Taf. IV, Fig. 6, 7.

C. testa turrita, angulo 27—30°; anfractibus gradatis, transversim (2—3) striatis, superne nodosis, ultimo anfractu inferne multistriato; apertura trapezoidali.

Der Spiralwinkel hat die Öffnung von 27—30 Grad, die Länge beträgt 45—100 Millim., die grösste Breite 22—32 Millim.

Das starkwandige, thurmförmige Gehäuse ist treppenförmig aufgebaut aus niedrigen, unten mit zwei bis drei vorragenden Linien, oben mit starken, glatten Knoten versehenen Umgängen.

Die Basis ist ganz mit feinen Transversalstreifen bedeckt, die Mündung trapezoidal mit Abrundung der inneren Seite. Der Mundsaum ist an keinem Exemplare erhalten.

Dieses ausgezeichnete Cerithium kommt vor im Plassenkalk (Fig. 6) und bei Stramberg (Fig. 7), an letzterer Localität ziemlich häufig, an der ersteren in besonders grossen Exemplaren.

NATICA.

N. Inwaldiana Zeuschner.

Taf. IV, Fig. 8.

Zeuschner (l. c. S. 139, Taf. XVII, Fig. 23, 24).

Ich bilde diese *Natica* nach Exemplaren aus dem Plassenkalk hier nochmals ab, weil der charakteristische, überaus dicke Mundsaum, welchen Zeuschner vollkommen richtig beschreibt, auf seiner Abbildung gar nicht hervortritt.

Von Stramberg kenne ich diese Art nicht, dagegen kommt hier, so wie auch bei Nikolsburg

N. Dejanira d'Orbigny (Terr. jur., pag. 209, T. 296) in ausgezeichneten Exemplaren vor.

Von niedrig gewundenen trochusartigen Schnecken fand ich im Plassenkalk nur unbestimmbare Reste.

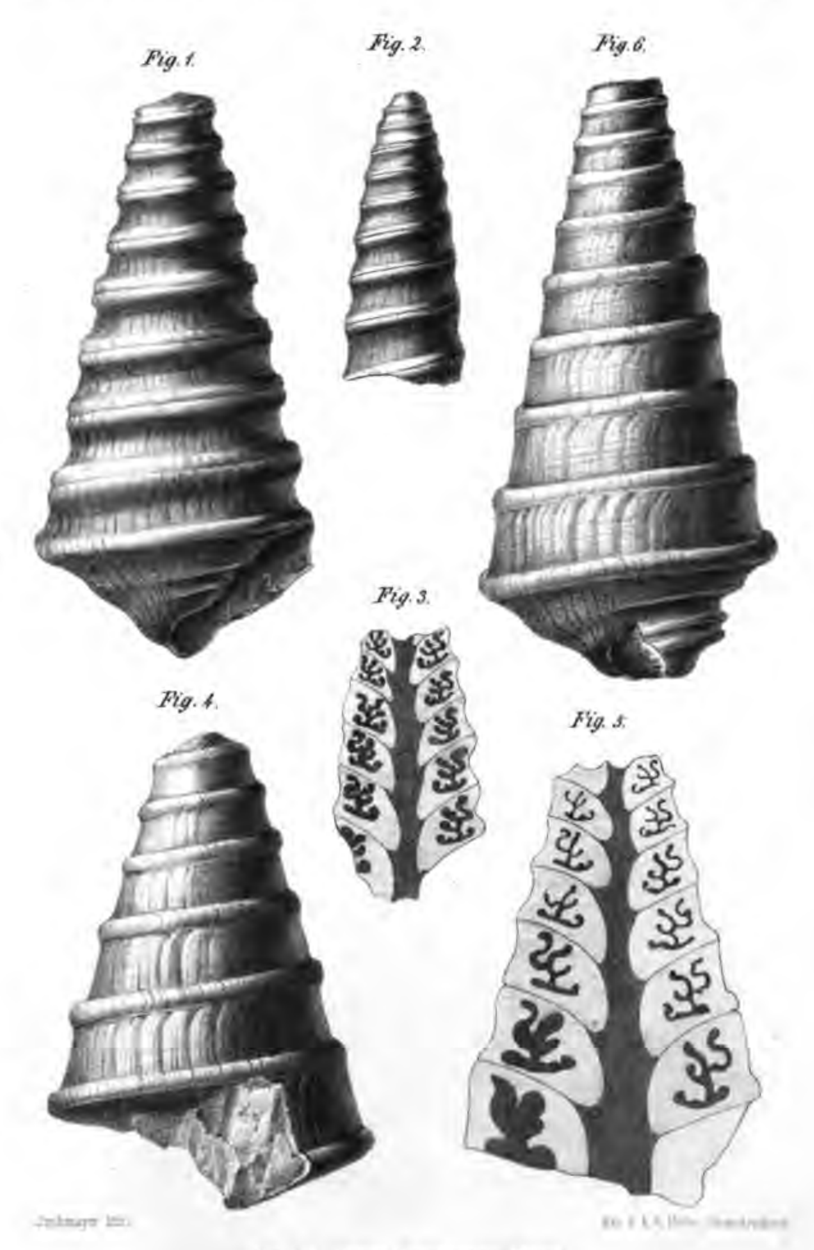


Fig. 1–3. Nerinea Bruntrutana Thurm.
„ 4–6 „ Carpathica Zeuschner.

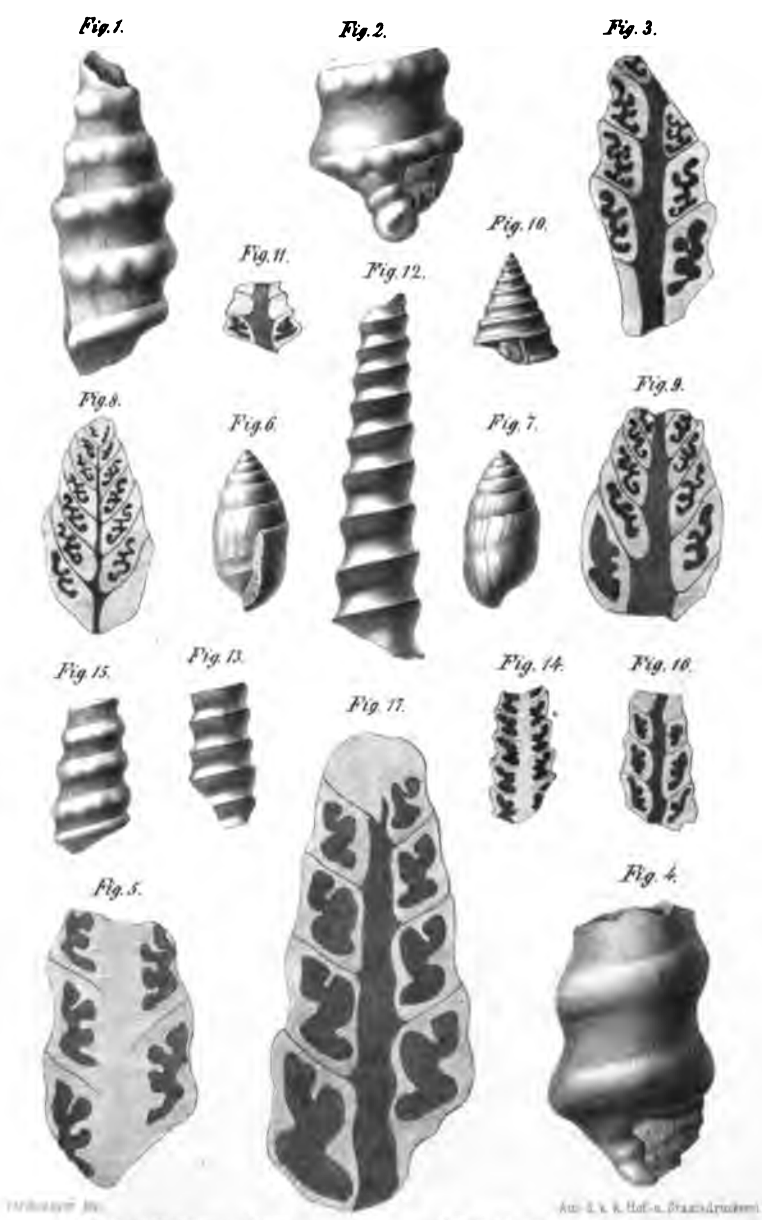


Fig. 1–3. N. Hatteri Peters. — Fig. 10. 11. N. conulus Peters.
" 4. 5. N. Suessi Peters. — " 12–14. N. Partschii Peters.
" 6–9. N. Staszycii sp. Zeuschner. — " 15. 16. N. Hörnesi Peters.
Fig. 17. N. Castor d'Orb.

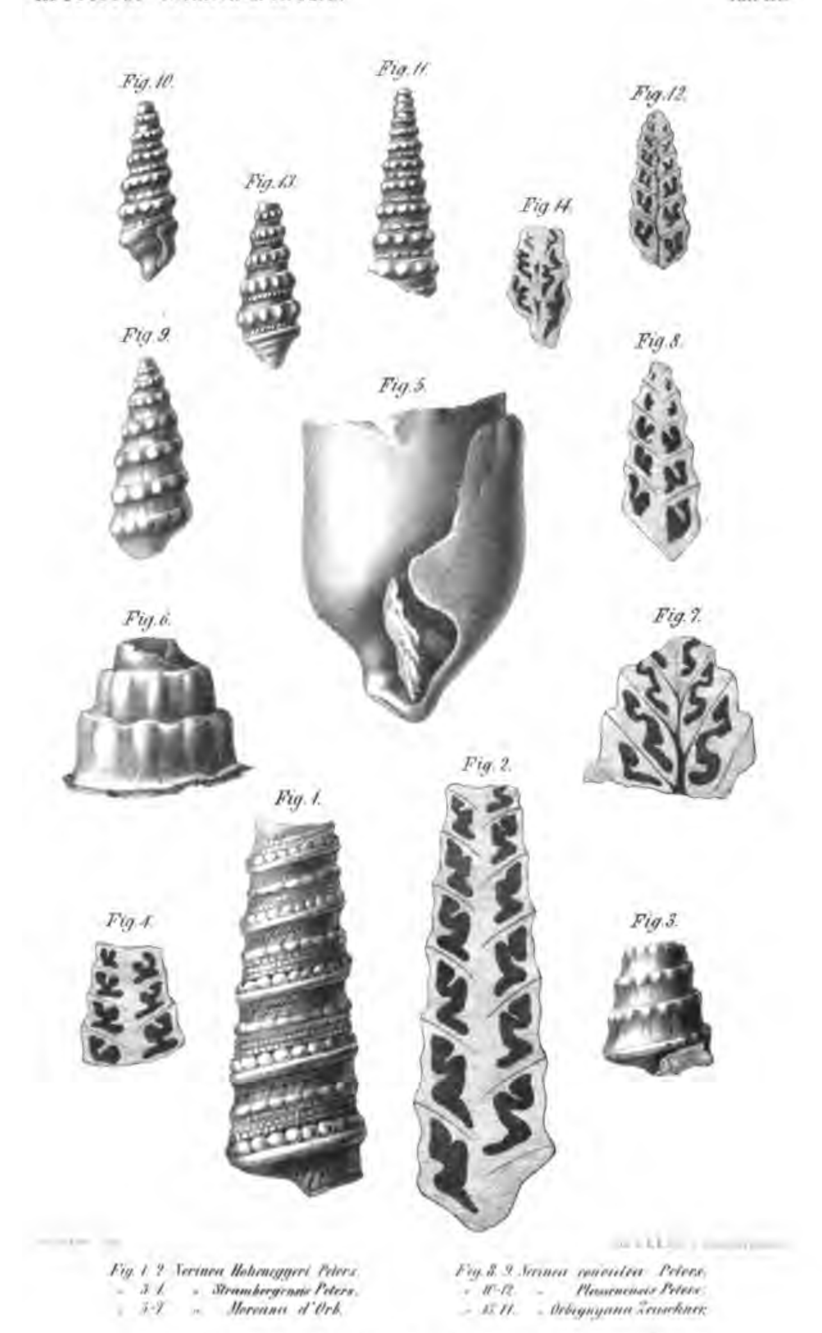


Fig. 1. 2. Nerinea Hoheneggeri Peters.
„ 3. 4. „ Strambergensis Peters.
„ 5–7. „ Moreana d'Orb.
Fig. 8. 9. Nerinea conulus Peters.
„ 10–12. „ Plassenensis Peters.
„ 13. 14. „ Orbignyana Zeuschner.

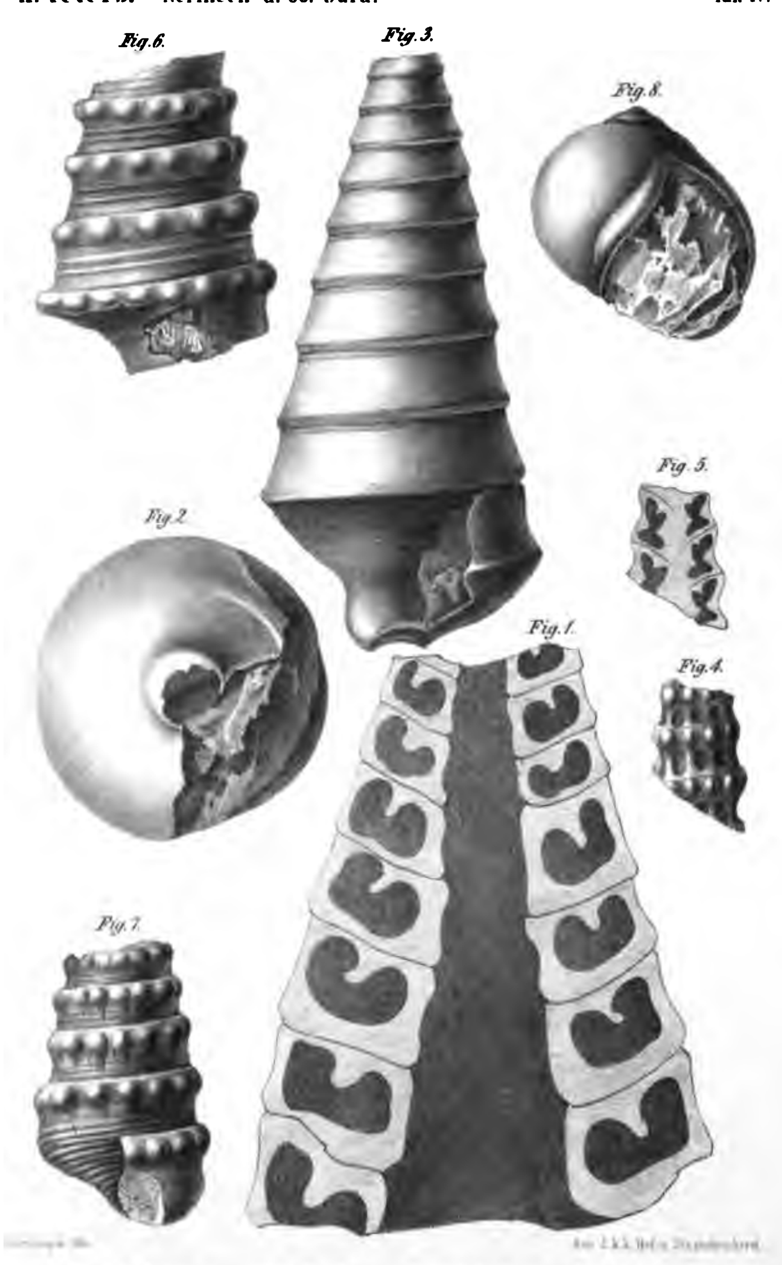


Fig. 1-3. Nerinea pyramidata Münst. — *Fig. 6. 7. Cerithium nodoso-striatum Peters.*

— 4. 5. „ Haidingeri Peters. — *„ 8. Natica lamellina Zeuschner.*

Von Zweischälern nur *Diceras arietina* Lam. in colossalen Fragmenten. Von dem Vorkommen dieser Art und der *D. Lucii* Defr. an den mährischen Localitäten war schon Eingangs die Rede. Nach einem von Herrn Prof. Zeuschner uns freundlich mitgetheilten Exemplare mit präparirtem Schlosse kommt letztere auch bei Inwald vor.

Nachstehende Tabelle [1]) diene zur Übersicht der

Versteinerungen	von folgenden Localitäten						Schichten, in welchen sie ausser Österreich vorkommen
	Plassen bei Hallstatt	Sandling b. Aussee	Geg. v. Nikolsburg	Stramberg	Richalitz	Inwald	
Nerinea Bruntrutana Th.	×	—	+	(?)	+	××	In den Portlandschichten von Frankreich und der Schweiz. Im schw. Jura ε nach Quenst.
N. Carpathica Zeuschner	(?)	—	+	(?)	×	×	
N. Haueri Peters . . .	+	—	—	—	—	—	
N. Suessii Peters . . .	+	—	—	—	—	—	
N. conulus Peters . . .	+	—	—	—	—	—	
N. Staszycii sp. Zeuschner	+	+	—	××	×	××	
N. Moreana d'Orb. . .	×	—	×	×	—	—	Corallien.
N. Partschii Peters . .	—	—	—	+	—	—	
N. Orbignyana Zeuschner	+	—	—	—	—	+	
N. Hörnesi Peters . . .	+	—	—	—	—	—	
N. Zeuschneri Peters . .	×	—	—	+	—	+	
N. castor d'Orb.	—	—	—	+	—	—	Corallien.
N. Strambergensis Peters	+	—	—	+	—	—	
N. Haidingeri Peters . .	×	—	×	—	—	—	
N. Hoheneggeri Peters .	+	—	—	+	×	—	
N. Santonensis d'Orb. .	—	—	+(?)	+	—	—	Portland.
N. crispa Zeuschner . .	(?)	—	—	—	—	+	
N. conoidea Peters . . .	+	—	—	—	—	+	
N. Plassenensis Peters .	×××	—	—	—	—	—	
N. pyramidalis Münster	×	—	—	+	—	+	Früher irrthümlich für eine Kreidespecies gehalten.
Cerithium nodoso-striatum Peters . . .	×	—	—	×	—	—	
Natica inwaldiana Zeu.	+	—	—	—	—	+	
N. Dejanira d'Orb. . .	—	—	—	×	—	—	Corallien.
Diceras arietina Lam. .	×	—	×	××	—	(?)	Corallien.
D. Lucii Defr.	—	—	—	××	—	+	Corallien.

Daraus glaube ich folgern zu dürfen:

1) Dass die am Plassen bei Hallstatt und am Sandling bei Aussee befindlichen Nerineenkalke, deren geologische Stellung bisher unbekannt war, mit den im nordöstlichen Theile von Niederösterreich, in Mähren und weiter entlang dem Nordrand der Karpathen auftauchenden Jurakalkgebilden (den sogenannten Klippenkalken) identisch sind;

[1]) + bedeutet das nicht häufige, × das häufige, ×× das sehr häufige Vorkommen.

2) dass dieselben (von vielen charakteristischen Coral-rag-Versteinerungen aus anderen Thiergruppen, wie *Diceras arietina* Lam., *Diceras Lucii* Defr., *Cardium corallinum* Leym. u. a. m.) zwei Nerineenspecies mit dem Coral-rag, eben so viele aber mit den Portlandschichten des westlichen Europa's gemein haben, dass sie demnach keiner dieser Schichten ausschliesslich parallelisirt werden dürfen, sondern wahrscheinlich beide der Art umfassen, dass eine Trennung nicht ausführbar sein wird. Arten, welche die Kimmeridge-Schichten ausdrücklich bezeichnen würden, sind bisher nicht bekannt;

3) dass endlich die grosse Zahl neuer Nerineen-Arten in dem österreichischen oberen Jura eine von dem der westlichen Länder überhaupt mehrfach abweichende Fauna voraussetzen lässt.

Eine weitere Ausführung und Prüfung dieser Folgerungen ist von den bereits vorbereiteten Untersuchungen über die zahlreichen übrigen Thierreste des oberen Jura in Mähren zu erwarten.

Jaulingit, ein neues fossiles Harz aus der Jauling nächst St. Veit a. d. Triesting in Nieder-Österreich.

Von **Victor Ritter v. Zepharovich.**

(Vorgelegt in der Sitzung vom 26. April 1855.)

Der gewerkschaftliche Braunkohlen-Bergbau in der sogenannten grossen Jauling, südlich bei St. Veit a. d. Triesting, bietet nun schon zum zweiten Male Gelegenheit über ein bemerkenswerthes Vorkommen zu berichten. Die erste Mittheilung [1]) bezog sich auf zwei grosse Stosszähne von *Mastodon angustidens*, welche man nebst Backenzahn- und Schädelknochen-Fragmenten vor zwei Jahren daselbst beim Stollentrieb im Liegend-Tegel des Haupt-Lignit-Flötzes angefahren hatte; einleitend wurde damals auch eine kurze Skizze der geognostischen Verhältnisse des Jaulinger Süsswasser-Beckens gegeben. Das neue Harz aus dem Lignit selbst ist ein Vorkommen des verflossenen Jahres, von welchem mir, wie früher durch meinen Freund, den dortigen Montan-Beamten, Herrn J. B. Engelmann, die erste Nachricht zugekommen war, welcher auch

[1]) Die Fossilreste von *Mastodon angustidens* aus der Jauling. Von V. R. v. Zepharovich. Jahrbuch d. k. k. geol. Reichsanstalt, Bd. IV, 1853, S. 711.



bald die versprochene Sendung nachfolgte, hinreichend Material enthaltend, um die wünschenswerthen Untersuchungen damit vornehmen zn können.

Dieses Harz, für welches ich mir den Namen Jaulingit, von dem Fundorte entlehnt, vorzuschlagen erlaube, hat in seinen dunkleren Partien Ähnlichkeit mit Haidinger's Ixolyt von Oberhart bei Gloggnitz, in den lichteren mit manchem Succinit. Es kommt in den, dem 2 Schuh mächtigen Hauptflötze eingelagerten Lignit-Stämmen, nach Dr. C. v. Ettingshausen's Untersuchung einer Abies-Art angehörig, ziemlich selten, und wie es scheint analog wie an unseren jetzigen Coniferen, vorzüglich an verwundeten Stellen derselben vor. Diese Stämme liegen plattgedrückt, an ihrer Basis 2 — 3 Fuss messend, in einer Länge von mehreren Klaftern, vorzüglich hart am Hangenden des Hauptflötzes, welches durch eine 18—20zöllige Tegel-Schichte, von dem oberen nur 3 — 4 Zoll mächtigen Lignit-Flötze getrennt wird, welches letztere sehr häufig auch derartige gedrückte Stämme enthält. Stellenweise liegen die grossen Stämme von den fest in einander verwachsenen Wurzelstöcken getrennt, zuweilen jedoch sind sie mit ihnen noch im Zusammenhange, erscheinen aber dann meist wie umgeknickt.

Das zur Untersuchung eingesandte Harz, stammte aus einer nachweisbaren äusseren Verletzung eines Lignit-Stammes von der grössten Dimension, nahe an seinem unteren Ende. An ähnlichen Orten äusserlich, und im Innern der Stämme, wo diese unter den mannigfaltigen Einwirkungen von aussen her, noch bevor sie hinweg gerissen und zur Ablagerung gelangten, am weitesten zerbersteten, sind die ergiebigsten Fundstellen des Harzes; es bildet hier, reichlicher ausgeflossen, grössere unregelmässige, meist knollige Massen, während es sonst schmälere Längsspaltungen und Querklüfte im Holze erfüllend in Gestalt dünner Platten, bis zu dem zartesten sich abschuppenden Anfluge herab, erscheint.

Der Jaulingit hat eine lebhaft hyazinthrothe Farbe in den frischen amorphen Partien, mit ausgezeichnet fettglänzenden, flach muscheligen Bruchflächen, kleine Splitter, sind stark durchscheinend bei gewisser Dünne selbst durchsichtig; das feinste Pulver ist isabellgelb, gröberes ochergelb, beide letzteren Farben ebenfalls an dem Harze zu beobachten, wo es als staubartiger Anflug oder in stark rissigen und beschädigten Partien erscheint.

Er ist sehr spröde, leicht zersprengbar, lässt sich leicht zwischen den Fingern zu Staub zerreiben, wobei man einen schwachen harzigen Geruch, ähnlich jenem des Kolophoniumharzes bemerkt. Der Härte-Grad fällt zwischen Kalk und Gyps, das specifische Gewicht, anscheinend reiner Stücke wechselt zwischen 1·098 und 1·111, im Mittel 1·104.

An einer Kerzenflamme, schmilzt das Harz zuerst unter ruhiger Blasen-Entwickelung, entzündet sich dann und brennt ruhig mit leuchtender, rothgelber stark rauchender Flamme, je nach seiner Reinheit von beigemengten Lignit-Theilchen ist der hierbei wahrzunehmende Geruch mehr oder weniger brenzlich, und wird auch eine grössere oder geringere Menge einer schwarzen schlackigen Kohle erhalten. Im Glaskolben erhitzt, schmilzt es leicht, sich zersetzend, indem ein Theil in den Hals des Kölbchens überdestillirt, unter lebhaftem Aufschäumen, Entwickelung lichtgrauer Dämpfe und eines unangenehmen brenzlichen Geruches zu einer klaren gelben Flüssigkeit, welche beim Erkalten zu einer schwarzbraunen Masse erstarrt, während das in den Hals Überdestillirte als ein gelbbraunes Öl mit stark brenzlichem Geruche sich zeigt.

Die Zusammensetzung des Harzes zu ermitteln, hatte Herr Professor Dr. Fr. Ragski auf mein Ansuchen freundlichst übernommen und theilte hierüber das Folgende mit: „Das in Untersuchung genommene Harz besteht aus zwei Harzen, dem Alpha- und Beta-Harze, fast zu gleichen Theilen.

Das Alpha-Harz durch Schwefelkohlenstoff ausgezogen ist braungelb, in der Kälte spröde, bei 50° C. wird es weich und klebrig, bei 70° C. zäheflüssig. Es löset sich leicht in Alkohol und Äther, dagegen nicht, selbst im Kochen, in kohlensaurem Kali. Mit Ätzkali gekocht, werden nur Spuren gelöset. Durch concentrirte Schwefelsäure wird es bald verkohlt. Erwärmt riecht es aromatisch, an Cedernholz erinnernd. Mit chromsaurem Bleioxyd verbrannt lieferte es folgende Resultate:

1)	0·2027	Gramm.	gaben	0·5801 CO_2
	0·2027	„	„	0·1862 HO
2)	0·2014	„	„	0·5755 CO_2
	0·2014	„	„	0·1842 HO.

Dieses entspricht auf 100 Theile berechnet einem Gehalte von:

	1.		2.
Kohlenstoff	78·04	—	77·90
Wasserstoff	10·16	—	10·12
Sauerstoff	11·80	—	11·98.

Das **Beta-Harz** lässt sich aus dem Rückstande von der Lösung in Schwefelkohlenstoff durch Äther ausziehen. Dasselbe ist braungelb, spröde, erweicht bei 135° C. und wird erst bei 160° C. zähe-flüssig. Es löset sich leicht in Alkohol und Äther, nicht in Schwefelalkohol und kochendem kohlensaurem Kali. Von Ätzkali wird es in der Wärme leicht aufgelöset. Aus der dunkelbraunen Lösung wird das Harz durch Übersättigung mit Essigsäure als Gallerte gefällt. Nach der Analyse ergaben:

1)	0·2485 Gramm.	0·6467	CO_2
	0·2485 „	0·1773	HO
2)	0·2364 „	0·6142	CO_2
	0·2364 „	0·1692	HO,

woraus die Zusammensetzung auf 100 Theile folgt:

	1.		2.
Kohlenstoff	70·94	—	70·85
Wasserstoff	7·92	—	7·95
Sauerstoff	21·14	—	21·20.

Beide Harze enthielten in gereinigtem Zustande keine Asche.

Für das **Alpha-Harz** gibt die Analyse im Mittel:

			Anzahl der Äquivalente.		
Kohlenstoff	77·97	—	12·997	=	13
Wasserstoff	10·14	—	10·140	=	10
Sauerstoff	11·89	—	1·486	=	1·5,

welches entspricht der empyrischen Formel

$$C_{26}\ H_{20}\ O_3$$

mit einer procentischen Zusammensetzung von:

Kohlenstoff	78·00
Wasserstoff	10·00
Sauerstoff	12·00

Für das Beta-Harz gibt die Analyse im Mittel:

			Anzahl der Äquivalente.		
Kohlenstoff . .	70·895	—	11·816	—	9·076
Wasserstoff . .	7·935	—	7·935	—	6·103
Sauerstoff . . .	21·170	—	2·646	—	2·035

entsprechend der empyrischen Formel:

$$C_9\ H_6\ O_2 \text{ oder}$$
$$C_{18}\ H_{12}\ O_4$$

mit einer procentischen Zusammensetzung von:

Kohlenstoff . . .	71·05
Wasserstoff . . .	7·89
Sauerstoff	21·06.

Vergleicht man die beiden Formeln für das

$$\text{Alpha-Harz} = C_{26}\ H_{20}\ O_3$$
$$\text{Beta-Harz} = C_{18}\ H_{12}\ O_4$$

so könnte man annehmen, es sei das letztere aus dem ersteren durch Oxydation entstanden, indem 1 Äquivalent Sauerstoff aufgenommen wurde, dagegen je 8 Äquivalente vom Kohlenstoff und Wasserstoff aus der Mischung sich entfernten.

Helminthologische Notizen.

Von dem c. M. Prof. Dr. K. Wedl.

(Mit III Tafeln.)

(Vorgetragen in der Sitzung vom 15. Februar 1855.)

In den vorliegenden Blättern sollen grösstentheils neue Formen von Helminthen besprochen, theils von bekannten Ergänzungen ihrer Charakteristik gegeben werden. Hinsichtlich der Zeit und des Ortes der Beobachtungen habe ich blos zu bemerken, dass die Mehrzahl derselben während eines fünfwöchentlichen Aufenthaltes zu Triest gegen Ende August und im Monat September, der Rest der Beobachtungen im Verlaufe des verflossenen Sommers gemacht wurde.

I. CESTODEN.

1. In dem Darme eines *Lophius piscatorius* wurde zweimal ein geschlechtlich nicht entwickelter Cestode gefunden, der an seinem Kopfende etwas dicker als an dem Hintertheile, im gestreckten Zustande zu einer Länge von 8 Millimeter anwächst und zu einer Breite von $^1/_4$ Millimeter sich nach rückwärts zuschmälert (s. 1 *B*). Der Kopf hat eine sphärische, nach vorne abgestutzte Gestalt, ist 0·13 Millimeter breit und geht unmittelbar nach einer seichten Abschnürung in den Körper über; er hat einen häutigen Überzug mit einer nach vorne gerichteten Öffnung (s. 1*A a*). In dieser Hülle liegt ein schüsselförmig ausgehöhlter, mit seiner Lichtung nach vorne gerichteter Körper (1*A c*), an dessen Vordertheile sich ein Zug radiärer Fasern (Schliessmuskel, 1*A b*) befindet. Die von diesem Körper eingeschlossene Höhlung ist nach hinten abgerundet. Entsprechend der halsartigen Abschnürung trifft man eine querüber gehende Lage freien rothen Pigmentes (1*A c*). Der hufeisenförmige Körper steht nach rückwärts mit einem Muskelapparate, der aus vier, unterhalb der äusseren Decke gelegenen, länglichen, lappenförmigen, im frischen Zustande contractionsfähigen Theilen besteht (1*A d*). Das Thier besitzt eine

grosse Agilität, die Streckungen und Zusammenziehungen folgen rasch auf einander. Die das Parenchym des übrigen Körpers bildende Substanz ist eine homologe, und von irgend welchen Organen keine Spur.

Dieser Scolex ist höchst wahrscheinlich die unentwickelte Form von *Bothriocephalus Lophii* (Rud.), den Diesing unter die *Bothriocephalidea genere dubia* gestellt hat.

2. Eingebettet in dem reichlichen Schleime der Spiralklappe des Darms von *Trygon pastinaca*, fand ich einen bewaffneten Cestoden, der sich von den von Rudolphi aufgezählten Species von *Onchobothrium, Acanthobothrium* (van Beneden), *Bothrio cephales armés* (Dujardin) durch folgende Merkmale unterscheidet. Hinsichtlich der Grössenverhältnisse des Thieres ist zu bemerken: Länge desselben = 25 Millimeter; Breite des bewaffneten Kopfes = $^5/_6$ Millimeter; schmälster Durchmesser des Halses = $^1/_4$ Millimeter; grösster Längendurchmesser eines Gliedes = $^3/_4$ Millimeter, grösste Breite eines solchen = $^3/_8$ Millimeter. Der verhältnissmässig grosse Kopf besitzt vier halbkugelige, gegenständige Erhabenheiten, von denen je eine zwei Paaren von Haken zum Ansatze dient. Letztere haben einen Stiel, der sich gabelförmig theilt, was eben das Genus *Acanthobothrium* (van Beneden) charakterisirt (s. 2*B*). Die Fortsätze der Haken sind gekrümmt und verhalten sich hinsichtlich ihrer Grösse folgendermassen: von *b*—*c* oder Längendurchmesser des Hakens = 0·13 Millimeter; breitester Durchmesser von *d* querüber = 0·048 Millimeter. Auch ist hervorzuheben, dass von der Abgangsstelle der beiden Fortsätze ein seitlicher viereckiger Ansatz (*a*) sich befindet, der die Haken von jenen anderer Species unterscheidet.

Der Kopf schnürt sich gegen den Hals hin etwas ab (s. 2*A a*); letzterer ist nach vorne beträchtlich dicker (2*A b*) und schmälert sich nach rückwärts allmählich zu, wobei er als erste Andeutung der Glieder eine quere Streifung erhält (s. 2*A c*). Von dem Kopfe abwärts verlaufen bei auffallendem Lichte helle, bei durchgehendem dunkle Streifen (Riffe), welche, hinter den halbkugeligen Erhabenheiten bogenförmige Umbeugungen bildend, gegen das hintere Ende des Halses spurlos verschwinden. Von geschlechtlicher Entwickelung konnte selbst in den hintersten, mehr oblongen Gliedern nichts beobachtet werden. Die Form der Haken, die Längsriffe am Halse, die Dicke des letzteren unterscheiden das beschriebene *Acantho-*

bothrium (van Beneden) von anderen, und ich erlaube mir für selbes den Namen *Acanthobothrium crassicolle* vorzuschlagen, obwohl mir freilich erst eine Strobila im Sinne van Beneden's zu Gesichte kam.

3. Das zuerst von van Beneden aufgestellte Genus *Phyllobothrium* hat auch bei *Torpedo marmorata* einen Repräsentanten, vielleicht dem von Rudolphi als *Cephalocotyleum Torpedinis* bezeichneten entsprechend. Ich habe im Darmschleime von genannter Roche mehrere Strobilen und sehr zahlreiche Proglottiden eines *Phyllobothrium* gefunden, für das man den Beinamen *gracile* wählen könnte. Der Kopf besteht aus vier gegenständigen, contractilen Blättern, zwischen welche eine Fortsetzung des fleischigen, consistenteren Halses eingreift (s. 3*A*), und so dem mit den vier dünnen Lappen versehenen Kopfe Haltbarkeit verleihet. Van Beneden hat bei *Phyllobothrium thridax* (Mémoires de l'Acad. roy. de Belgique, tome XXV, s. 122) die mannigfaltigen Formveränderungen der von ihm benannten Bothridien (Blätter) des Kopfes hervorgehoben, was auch auf jene unseres *Phyllobothrium* vollkommene Anwendung findet. Die Blätter, die aus einem zarten Fasernetze bestehen, krausen sich bei der Contraction, so dass ihre Ränder gekerbt erscheinen; dabei stellen sich letztere nicht selten derartig auf und rollen sich etwas um, so dass eine rinnenartige Höhlung gebildet wird. Sind die Blätter des Kopfes durch den Druck eines Deckglases ausgebreitet, so wächst der Querdurchmesser von dem Saume des einen Blattes bis zu jenem des entgegengesetzten bis zu 3 Millimeter. In dem sehr contractilen Halse befindet sich an jeder Seite ein Paar starker Wassergefässe, die sich in die Kopflappen fortsetzen. Der kurze, kaum einige Millimeter lange, $^2/_3$—1 Millimeter breite Hals geht in kurze, an den Rändern gekerbte Glieder über.

Die männlichen Geschlechtstheile liegen nach rückwärts je eines bis zu einem bestimmten Grade entwickelten Gliedes und alterniren auf der einen und anderen Seite. Der Penis liegt in der Substanz versteckt, krümmt sich bei seinem Hervortritte S-förmig, mit seinem freien Ende nach rückwärts gekehrt (s. 3*B p*); seine Scheide ist mit kurzen feinen Stacheln besetzt (s. 3*D*); seine Substanz ist contractil und zeigt sich an den Rändern schwach gekerbt. Gegen die breitere Wurzel des Penis ist eine doppelte Muskelfaserschichte vorhanden, eine nach innen gelagerte Längsfaser- und eine noch stärker

markirte äussere Querfaserschichte. Die in der Nähe der Peniswurzel gelegene Samenblase geht in ein ziemlich langes *Vas deferens* über, das, sich nach rückwärts wendend, als schlangenförmig gewundener Schlauch den Hoden vorstellt.

In den Proglottiden wird man symmetrisch vertheilte, lichte Räume gewahr, den Eiergruppen entsprechend, welche bei einer leichten Quetschung als heller Mitteltheil der Proglottis erscheinen und eine gekerbte Begrenzung zeigen (s. 3 *B a*). Der Uterusstamm (3 *B b*) verläuft central, kreuzt sich mit dem Penis nach rückwärts und geht in die Vagina über, die in einer durchbohrten Papille gerade hinter der Austrittsstelle des Penis sich mündet. Nebst den oblongen Proglottiden von der Form 3 *Ca* kommen jedoch auch kleinere, nach dem Zustande der Contraction verschiedenartige Formen vor, welche, bis zu einem Längendurchmesser von $^{2}/_{3}$ Millimeter herabsinkend (wie 3 *C c*), in ihrem Innern wohl die den Eiergruppen entsprechenden hellen Stellen, allein von einem Penis auch keine Spur mehr zeigen. Es ist somit nur anzunehmen, dass sich eine Proglottis durch energische Contraction abschnüre, und wahrscheinlich stellt 3*C b* eine solche im getheilten Zustande vor. Derlei Proglottisreste findet man, sich lebhaft contrahirend, in zahlreicher Menge an manchen Orten in dem sehr zähen Darmschleime eingebettet, aus dem sie durch Abspülen mittelst Seewasser (das Quellwasser bringt eine zu baldige Zersetzung der zarten organischen Substanz der Helminthen hervor) leicht isolirt darzustellen sind.

4. Über die anatomischen Verhältnisse eines Scolex von *Rhynchobothrium* (Siebold) = *Tetrarhynchus* (Rudolphi) = *Tetrabothriorhynchus* (Diesing) hatte ich Gelegenheit, ergänzende Beobachtungen anzustellen. — An dem Peritonealüberzuge des Magens von *Uranoscopus scaber* hing ein etwa 1 Millimeter im Durchmesser haltendes Bläschen, das ein geschlechtlich nicht entwickeltes Entozoon beherbergte (s. 4). An demselben ist der gelappte Kopftheil mit den vier eingezogenen Rüsseln und der mit zahlreichen Kalkkörperchen versehene Hintertheil alsogleich zu unterscheiden. Das aus der Cyste befreite Thier bewegt sich einige Zeit sehr lebhaft, streckt den einen oder anderen mit Häkchen besetzten Rüssel hervor und klammert sich an das nebenliegende Gewebe an. Der sehr bewegliche Rüssel wird zeitweise zurückgezogen und sehr behendig wieder vor-

wärts geschnellt. Die Form der Häkchen, ihre Stellung, ihr Verhalten während des Vorwärtsschnellens des Rüssels und während des Rückzuges lässt sich erst bei stärkeren Vergrösserungen eruiren. Die Häkchen sind mit ihrer sichelförmig gekrümmten Spitze nach rückwärts gekehrt (s. 6) und in schief absteigenden Reihen gelagert. Der Rüssel ist hohl und mit Längsmuskelfasern in seinem Innern ausgekleidet (s. 6*aa*), nach vorne einstülpbar, so zwar, dass bei dem Einziehen des Rüssels die an der Aussenwand befindlichen Häkchen eingeschlagen werden und an der innern Oberfläche des eingestülpten Rüsseltheiles zum Vorschein kommen. Die eingerollten Häkchen erscheinen sodann in der Mitte des Rüssels zusammengedrängt als abgerundete Körner (s. 7*a*). Es ist somit ersichtlich, dass der Rüssel nicht totus quantus zurückgezogen und hervorgeschoben wird, sondern dass er blindsackähnlich sich einstülpt und herausschlägt. Ein ganz ähnliches Verhalten findet auch bei dem Rüssel der *Echinorhynchi* Statt.

Der Kopf besteht bekanntlich aus vier Lappen (*Bothria*, Bothridien), welche bei ihren verschiedenartigen Contractionen sehr mannigfaltige Formen annehmen. Je einem dieser vier gegenständigen Kopflappen entspricht ein Rüssel, welche gegen ihre Basis hin von einem Bündel Längsmuskelfasern umfasst werden (s. 5*a a*). Die kolbenförmigen Enden (s. 5*b b*) der Rüssel sind leicht in ihrer Continuität mit dem Hakenrüssel und dessen dünnem hohlen Stiele hervorzuziehen, sind ellipsoidisch und besitzen gegen ihre Mitte eine Raphe; an ihrer Oberfläche zeigen sie eine gleichförmig vertheilte Menge von kleinen spaltförmigen Lücken, welche dem Gewebe das Ansehen eines fein durchwirkten Netzes verleihen. Die Bedeutung dieser anscheinend elastischen Gebilde ist noch dunkel.

Das Thier ist einer bedeutenden Streckung fähig, wobei es eine Länge von $1\,{}^{3}/_{8}$ Millimeter erreichen kann. Am Hintertheile befinden sich zwei deutlich abgegrenzte, eine transparente körnige Masse enthaltende Organe (s. 5 *c c*), zudem sind zwei contractile, lappige Anhängsel bei günstiger Lage zu sehen.

Einen ganz ähnlichen Scolex von *Rhynchobothrium* in der Länge = $1\,{}^{1}/_{6}$ Millimeter, in der Breite = ${}^{5}/_{6}$ Millimeter habe ich in der Bauchmusculatur von *Lophius piscatorius* gesehen, dessen Hakenrüssel im zurückgezogenen Zustande als dunkle Streifen erscheinen (s. 8 *b b*). Die zwei Paare Spalten (s. 8 *a a*) entsprechen den

Durchtrittsstellen der Rüssel. In den Peritonealplatten nahe dem Magen kamen ebenfalls bei *Lophius piscatorius* auch verkalkte Scolices vor, welche als weisse, kreideartige, in einer Kapsel eingeschlossene Körperchen nach Behandlung mit Essigsäure aufbrausten, sich aufhellten und hierdurch die Contouren des Wurmes noch erkennen liessen.

5. An der *Valvula spiralis* des Darmes von *Mustelus vulgaris* sah ich mehrere Exemplare von *Tetrachynchus longicollis* (van Beneden) im Sinne Rudolphi's zum Genus *Rhynchobothrium* gehörig. Ich erlaube mir nur hier einige Ergänzungen zu den Beobachtungen van Beneden's hinzuzufügen. Die Länge der sich nach Art von Hörnern biegenden, vorgestreckten Rüssel (s. 9 *a*) ist beträchtlicher, als sie von van Beneden angegeben wurde (zu 0·18 Millimeter); sie beträgt etwas über 2 Millimeter. Die Breite der Rüssel an ihrer Austrittsstelle = 0·15 Millimeter, an ihrem abgerundeten Ende = 0·08 Millimeter. Die Länge des Halses von der Stelle hinter den Kopflappen (s. 9 *b*) bis zur knotenartigen Anschwellung (*d'*) = 11 ²/₃ Millimeter; Breite des Halses in *c* = ²/₃ Millimeter, in *d* = 1 Millimeter, in *d'* = 1¹/₆ Millimeter. Hinter *d'* fällt der Querdurchmesser wieder bis auf 0·8 Millimeter herab. Die Zahl der Glieder ist verschieden, die Länge des Gliederstückes oft kürzer, oft länger als das Halsstück, das an seinem knopfartig geschwellten Theile (9 *d'*) gewöhnlich einen Saum von kirschroth tingirtem, feinkörnigem, freiem Pigment zeigt.

Van Beneden hat schon (l. c. S. 156) darauf aufmerksam gemacht, dass die Rüsselscheide (in 9 *d*) mit parallelen, unter einem rechten Winkel sich schief durchkreuzenden Streifen bedeckt sei. Ich fand die Structur folgendermassen beschaffen: Es verlaufen 0·002 Millimeter dicke Fasern zickzackförmig und zu 0·012 Millimeter breiten Bündeln angeordnet. Indem diese Bündel (s. *a' b'* in *g*) unter einem rechten Winkel sich kreuzen, entstehen gleichmässige Quadrate; da ferner die die Bündel constituirenden Fasern sich gleichfalls unter einem rechten Winkel kreuzen, so entsteht in jedem Quadrat ein feines Netz von gleichfalls rechtwinkelig sich durchkreuzenden Streifen. Das Bild hat einige Ähnlichkeit mit quergestreiftem Muskelgewebe im Zustande der Contraction; die Natur dieser Hohlgebilde (s. 9 *d*), welche offenbar jenen in 5 *b b* (des Scolex von *Rhynchobothrium*) entsprechen, ist wohl noch zweifelhaft.

Die Geschlechtsöffnungen befinden sich am Seitenrande je eines Gliedes, etwas hinter der Mitte und wechseln auf der einen und andern Seite ab. Der Penis ist gekrümmt (s. 9 *h*) und mit einer feinstacheligen Scheide versehen. Die weibliche Geschlechtsöffnung ist gleich hinter der männlichen; die Eier sind rund, 0·036 — 0·042 Millimeter im Durchmesser, und stehen gruppenweise beisammen. Es kamen in demselben Darmstücke sehr platte, transparente Proglottides bis zu einem Längendurchmesser von 1 Centimeter vor, welche bei der Lebhaftigkeit ihrer Contractionen und der Transparenz hinsichtlich der Beweglichkeit ihrer Organe sich zur Untersuchung eigneten. Der Penis wurde nämlich eine beträchtliche Strecke weit bald vor-, bald rückwärts geschoben. Die Wassergefässe, welche durch seitliche zarte fadenartige Fortsätze mit dem Nebengewebe zusammenhängen, wurden in ihrer selbstständigen Contraction beobachtet, wobei sie sich nach Art der Blutgefässe der Insecten stellenweise abschnürten und so eine Locomotion der transparenten Flüssigkeit bewerkstelligten.

6. Gleich unterhalb des mit Speiseresten erfüllten Magens von *Myliobatis aquila* wurde im Darmschleime eingebettet ein *Rhynchobothrium* (Rudolphi) gefunden, das sich alsogleich durch einen zarteren Habitus von dem vorhergehenden unterschied. Das Thier hat eine Länge von 6 Centimeter. Die Länge der vorgestreckten Rüssel = 1 Millimeter, die Breite derselben = 0·036 Millimeter; die Länge des Halses = 3 Millimeter, die Breite desselben = 0·75 Millimeter (s. 10*A*). Die Anzahl der Kopflappen schien mir 4 zu betragen; ihrer Zartheit halber konnte ich nämlich zu keinem sicheren Resultate gelangen. Die Häkchen der Rüssel sind mit ihrer Spitze nach rückwärts gekehrt und in schief absteigenden parallelen Linien gelagert (s. 10*B*). Die vier kolbenförmigen, verhältnissmässig kurzen Enden der Rüsselscheiden befinden sich vor einer knotenartigen Anschwellung des Halses. Die hinter letzterer folgenden kurzen Glieder zeigen in ihrer Continuität einen sägeförmigen Rand und in ihrer Mitte bei durchgehendem Lichte einen hellen breiten Streifen (s. 10 *C*); die weiter rückwärts gelagerten Glieder sind von der unterhalb der Hautbedeckung gelagerten Muskelschichte längsgestreift (s. 10 *D*). Die Geschlechtsöffnung befindet sich am Seitenrande der Glieder im hinteren Drittheile, abwechselnd auf der einen oder anderen Seite, oder wohl auch in 2, 3 oder mehreren auf einander folgenden Gliedern auf derselben Seite. Nach angewendetem Drucke gleitet

ein glatter, gerader 0·08 Millimeter breiter Penis hervor, der von einer ampullenartigen Wurzel entspringt. Die hintersten Glieder sind dunkel marmorirt und strotzen von Eiern, letztere haben eine runde Form (s. 10 *E*), ihre Dotterblase ist mit einer gruppirten dunkelkörnigen Dottermasse erfüllt, hat einen Durchmesser von 0·024 bis 0·028 Millimeter und lässt bei geeigneter Lage ein wandständiges Keimbläschen mit dem Keimflecke gewahr werden. Zwischen der Dotterblase und der sehr zarten Eihülle befindet sich eine transparente Eiweiss-Schichte. Die weitere Entwickelung der Eier und des Embryo konnte nicht verfolgt werden.

An einem grösseren Exemplare von *Myliobatis aquila* konnten bezüglich des beschriebenen *Rhynchobothrium* noch einige ergänzende Beobachtungen gemacht werden. Es lag unterhalb der Schleimhaut des Darmes ein ohngefähr erbsengrosser Knoten, dessen Höhlung mit jener des Darmes durch eine mit einer weissen, amorphen Masse verlegte Öffnung communicirte. Neben dieser weichen, mit Schleim und Kalksalzen durchsetzten Masse kamen abgerissene länglich-viereckige, zum Theile in fettiger und kalkiger Degeneration begriffene Cestodenglieder und ein Kopfstück des beschriebenen *Rhynchobothrium* vor. Die bewaffneten Rüssel stehen mit den langen Scheiden in unmittelbarem Zusammenhange und lassen sich mit denselben leicht herausziehen; an der Übergangsstelle findet sich eine halsähnliche Abschnürung. Die Scheiden sind dickhäutig, winden sich schlangenförmig, besitzen eine sehr feinstreifige, leicht zu übersehende Muskellage, und nach rückwärts, wo sie in die kolben- oder hülsenähnlichen Anhänge übergehen, gleichfalls eine halsähnliche Abschnürung. Die Structur dieser Anhänge ist wesentlich so, wie die der grösseren von *Rhynchobothrium longicolle* (vergl. 9 *g*), nur sind die von den Faserbündeln gebildeten Quadrate kleiner und die sich kreuzenden Fasern zarter. Zudem besitzen die Anhänge eine dünne Hülle und nach rückwärts einen bandartigen Fortsatz.

Die Bezeichnung dieser Species als *Rhynchobothrium tenue* dürfte insoferne gerechtfertigt sein, als auch die hinteren Glieder verhältnissmässig schmal sind.

II. TREMATODEN.

1. An den abgeplatteten Zähnen der Kiemenbögen eines grossen Exemplares von *Thynnus vulgaris* beobachtete ich einige ovale, im

Längendurchmesser etwa 3—4 Millimeter haltende, fest adhärirende grauröthliche, ziemlich resistente, bindegewebige, vollkommen abgeschlossene Cysten, welche meist ein, zuweilen zwei Exemplare eines sonderbar gestalteten Monostoma beherbergten. Das Thier besteht wesentlich aus einem birnförmigen Kopftheile und einem nierenförmigen Bauchtheile, welche beide durch einen verhältnissmässig langen strangartigen Fortsatz in Verbindung treten (s. 11 und 12). Die Grössenverhältnisse sind folgendermassen beschaffen: Längendiameter des Kopfstückes von einem geschlechtlich entwickelten Thiere = 1·4 Millimeter, Breite desselben $^2/_3$ Millimeter; Durchmesser des runden Saugnapfes = 0·4 Millimeter; Längendiameter des Bauchtheiles = 2 Millimeter; Länge des Verbindungsstranges beinahe = 2 Millimeter; Querdurchmesser desselben = 0·18 Millimeter. Die geschlechtlich nicht vollkommen entwickelten Thiere sind insbesondere in ihrem Bauchtheile beträchtlich kleiner (vergl. 12 mit 11).

Der Saugnapf (s. 11 *a*) ist in schiefer Richtung von einer trichterförmigen Höhlung durchbohrt, deren grössere Mündung nach unten und vorne, die kleinere nach rückwärts gelagert ist. Das Parenchym des Saugnapfes wird von einer beträchtlichen Lage von Ringsmuskelfasern gebildet, welche gegen die hintere, kleinere Mündung des Trichters von einem schwachen Bündel von Muskelfasern umgriffen werden, das sich mit den Ringsfasern kreuzt. Hinter dem Saugnapf mündet sich der von gelbbraunen Eiern tingirte Uterus (s. 11 *b*), und verläuft, beinahe die ganze Breite des Verbindungsstranges einnehmend (s. 11 *c*), nach rückwärts in den Bauchtheil, der von den gelbbraun tingirten Eierschläuchen vollgepfropft ist (s. 11 *e e*). Ausser letzteren trifft man noch dünnere graue, darmähnlich gewundene Schläuche (s. 11 *d d*), welche, mehr gegen die Oberfläche des Bauchtheiles gelagert, den Eierkeimstock vorstellen. Die zahllosen Eier haben eine gelbe Färbung und sind die Ursache des gelbbraunen Colorits der Eierschläuche; sie besitzen eine nierenförmige Gestalt, einen Längendurchmesser von 0·026 Millimeter, einen Breitedurchmesser von 0·015 Millimeter.

Die Einbiegungsstelle zeigt sich bei der Seitenlage des Eies (s. 13 *a*); von vorne betrachtet, erscheint letzteres schmäler (s. 13 *b*, mit dem contrahirten Embryo). Durch Druck lässt sich der mit einer Einkerbung versehene Embryo (s. 13 *c*, mit den noch daran hängenden Eihäuten) isoliren.

Weitere Forschungen über diesen Trematoden, für den ich den Namen *Monostoma bipartitum* vorschlage, anzustellen, war ich nicht in der Lage, da die Thunfische bekanntlich ausgeweidet zu Markte gebracht werden, und es mir während meines Aufenthaltes in Triest nur einmal gelingen wollte, die Eingeweide eines Thunfisches zu erhalten.

2. Ein geschlechtlich nicht entwickeltes Monostoma habe ich zugleich als Ecto- und Entoparasit bei *Rhombus laevis* gesehen; es waren nämlich an den Strahlen der Flossen dunkle, punktförmige, sehr fest adhärirende, resistente Knötchen bemerkbar, die nebst der bindegewebigen ziemlich dicken Hülle einen mehr weniger von ihr abstehenden structurlosen Balg von einer Dicke von 0·0096 Millimeter in sich fassten, welch letzterer beinahe ganz von einem sich herumrollenden Trematoden ausgefüllt war. Präparirt man letzteren heraus, so ercheint das Monostom wie 14, dessen Länge $^3/_4$ Millimeter, dessen Breite beinahe $^1/_3$ Millimeter beträgt, wenn sich der Wurm zusammengezogen hat. Der Durchmesser des Mundnapfes mit seiner kleinen Öffnung (s. 14 *a*) ist 0·076 Millimeter; von ihm weg verläuft der Ösophagus mit seiner Anschwellung (*b*). Der Dauungsschlauch theilt sich sodann gabelig (in *c*); die beiden Äste verlaufen bogenförmig nach rückwärts, um an dem hinteren Körperabschnitte jeder für sich blind zu endigen (s. 14 *e*). Am Hintertheile des Körpers ist noch ein, bei durchgehendem Lichte dunkles, sich gabelig in zwei Horizontaläste spaltendes Organ erwähnenswerth (s. 14 *d*), aus welchem sehr leicht eine dunkelkörnige Masse hervorquillt (*f*), die, stärker vergrössert, aus einem Aggregat von fettkugelähnlichen Körpern besteht (*g*). Dieses dunkle Organ ist von v. Siebold (s. dessen vergleich. Anatomie der wirbellosen Thiere, S. 138) als Absonderungs-Organ erklärt worden. Die Oberfläche des Thieres hatte ein chagrinirtes Ansehen. Schliesslich bleibt nur noch hinzuzufügen, dass dieselben eingekapselten Monostomen unter der Schleimhaut des Darmes angetroffen wurden.

3. Ich will hier auf die anatomischen Verhältnisse von *Monostoma foliaceum* (Rudolphi) aus der Bauchhöhle von *Acipenser Sturio* näher eingehen, um so mehr, als Dujardin in seiner *histoire naturelle des helminthes* (S. 364) den Zweifel ausgesprochen hat, dass es kein wahres Monostom, sondern seiner Meinung nach vielmehr ein den Cestoden angehörender Organismus sei. Der sehr kleine Saug-

napf, dessen Öffnung bei einem 22 Millimeter langen, 7 Millimeter breiten Exemplare kaum noch mittelst des freien Auges gesehen werden kann (s. 15 *a*), besitzt eine trichterförmige Höhlung und führt zu einer etwas gewunden nach rückwärts verlaufenden Speiseröhre (*b*), die in *c* bulbusartig anschwillt. Von diesem Orte weg konnte ich den Nahrungsschlauch nur eine kleine Strecke weiter verfolgen; an trans-.renteren kleineren Thieren, die mir nicht zu Gebote standen, wird sich der weitere Verlauf gewiss eruiren lassen. Von dem Mundsaugnapf weg verläuft beiderseits an dem Rande des Thieres ein dunkler Streifen (*d*), der sich ungefähr in der Höhe des Pharynx gabelig theilt (s. *d'*); die beiden Zweige verlaufen in parallelen Zügen nach rückwärts, um blind an dem Hintertheile zu endigen. An der rechten Seite des Thieres bei dessen Bauchlage sieht man einen bei durchgehendem Lichte dunklen, bei auffallendem hellen Streifen schief nach vorwärts verlaufen und an dem Seitenrande endigen (s. 15 *f*). In diesem Organe, das ohne Zweifel den Penis repräsentirt, zeigt sich in der Mitte eine consistente hellere Masse, welche sich leicht mit der Nadel ablösen lässt. An seiner Wurzel steht der Penis mit einer ampullenartigen Anschwellung in Verbindung, hinter welcher eine graue abgegrenzte Masse (Samenbläschen?) sich befindet. In der Nähe der letzteren (*g*) endigt der mit braungelben Eiern gefüllte Schlauch (Uterus), (*e*), der an der einen Seite des Thieres nach rückwärts verlaufend sich etwas zuschmälert und sich umbeugend nach vorwärts zieht. Nebst einem ähnlichen braungelb tingirten Canale der andern Seite erscheinen auch noch einige in querliegenden Bögen.

Bei reflectirtem Lichte erscheint die Oberfläche des Thieres aus 4—5eckigen Fachwerken (von Diesing [s. dessen *Syst. helm.* I, 319] in der Diagnose hervorgehoben), zusammengesetzt, von welchen jedes in der Mitte eine Vertiefung besitzt, so dass hieraus ein honigwabenartiges Ansehen erwächst. Diese Loculamente der Oberhaut stehen in Querreihen, die Ränder des Thieres sind gekerbt; bei der Streckung dehnen sich die ersteren aus. Das Thier kann den Vordertheil sehr zuspitzen, und es ist ihm hierdurch ermöglicht, sich zwischen die Gewebe des Wohnthieres einzudrängen. So fand ich ein Monostoma mit seinem Kopfe in die Haut der Schwimmblase eingedrungen, so dass in letzterer eine Öffnung zu erblicken war, welche von dem Vordertheile des Monostoma ausgefüllt war; so lag ein anderes Monostoma unter dem Peritonealüberzuge neben der Wirbelsäule.

Bei einem anderen *Acipenser Sturio* wurde die retrograde (fettige) Metamorphose der Monostomen in folgender Weise verfolgt. Dieselben werden beträchtlich dicker, so dass das *Epitheton*: *foliaceum* insoferne nicht mehr in der Ausdehnung passte, da sich die Ränder nicht mehr leicht umschlagen, und die Oberfläche des Rückens viel convexer erscheint, auch nimmt in dem Grade des Dickerwerdens die Transparenz bedeutend ab, und es ist erst nach vorgenommenem stärkeren Drucke mittelst eines dicken Glases möglich, die nur mehr sehr spärlich vorhandenen gelbbraun tingirten Eierschläuche zu unterscheiden. Der schief nach vorne gerichtete Penis ist undeutlich. Im Uterus-Canale und selbst in den Eiern sind grössere Fetttropfen angesammelt, und ersterer hie und da mit braungelber Molecularmasse angepfropft. Manche der tingirten Eier erscheinen um ein Beträchtliches kleiner, kaum ein Drittel der ursprünglichen Grösse messend, also offenbar einem Verschrumpfungsprocesse entgegen gehend; dabei sind sie häufig in die Länge gezogen oder weichen auf verschiedene Weise von ihrer ursprünglichen Gestalt ab. Es ist somit klar, dass *Monostoma foliaceum* in der Peritonealhöhle des Störes hinsichtlich seines geschlechtlichen Apparates sich unter Umständen zurückbilde, wobei eine Fettzunahme im Körper des Thieres eintritt.

4. In dem relaxirten Zellgewebe ausserhalb des Herzbeutels und um den *Bulbus arteriosus* von *Belone vulgaris* kommt sehr häufig ein eingekapseltes bisher nicht bekanntes Distoma vor. Die gefüllte Kapsel ist oval, im längeren Durchmesser 1 Millim. lang, bei reflectirtem Lichte weiss, glatt, lose dem Zellgewebe angeheftet, sehr consistent und dabei ungemein elastisch.

Obwohl man die Bewegungen des Wurmes bei der nicht gequetschten Kapsel wahrnehmen kann, so wird doch das Thier, welches den ganzen Raum ausfüllt, in seinen Umrissen erst bei der Quetschung klar. Wird letztere so stark vorgenommen, dass die Kapsel berstet, so zerquetscht man stäts den Wurm; präparirt man denselben heraus so erscheint ein Distoma, dessen Mundnapf im erschlafften Zustande $^1/_4$ Millim., dessen Ösophagus-Anschwellung 0·14 Millim. und dessen Bauchnapf ungefähr um ein Drittel kleiner als der Mundnapf ist. Der sich gabelig theilende Darmcanal ist weit. Zwei Hodenbläschen (?) sind gegen den Hintertheil des Thieres gerückt, an den Seiten des letzteren liegen zwei ellipsoidische, mit einer transparenten, feinkörnigen Masse gefüllte Organe (Eierkeimstöcke?). Die

Wassergefässe bilden ein feines Netz. Gegen den Mundnapf wird man an der Decke 0·0048 Millim. lange, spitze Stacheln gewahr, welche gegen den nackten Hintertheil an Grösse abnehmen.

Die Kapsel ist structurlos und besteht aus einem äusseren dickeren und inneren dünneren Blatte; bei einer Dicke von 0·017 bis 0·025 Millim. leistet sie einer concentrirten kohlensauren Natronlösung Widerstand und es ist erst einige Zeit nach der Einwirkung der letzteren möglich, mittelst eines geringen Druckes die Kapsel zum Bersten zu bringen.

Ich habe bei mehreren Exemplaren von *Belone vulgaris* nach geschlechtlich vollkommen entwickelten Distomen fruchtlos gesucht und glaube daher die Species-Bezeichnung des beschriebenen Distoms noch nicht machen zu dürfen.

5. In Bezug auf *Distoma megastoma* (Rudolphi), das ich gegen den unteren Theil des Magens von *Scyllium Catulus* fand, habe ich zu den Beobachtungen Rudolphi's und Kuhn's einige Ergänzungen hinzuzufügen. Die Thiere sind mit ihrem vorderen Saugnapfe fest in die Schleimhaut eingekeilt, so dass nur das Acetabulum mit dem Hintertheile frei liegt. Der Mundnapf hat eine abgerundet dreieckige Gestalt mit einer quergestellten einiger Massen herzförmigen Öffnung (s. 16). Die Radialfasern sind nach dem hinteren Abschnitte des Napfes bedeutend länger als im vorderen, und kreuzen sich mit einem schwachen Bündel von Circularfasern. Die Querdurchmesser des Mundnapfes, Bauchnapfes und der Ösophagus-Anschwellung verhalten sich im erschlafften Zustande wie 1·33 : 1·17 : 1 Millim. Die Geschlechtsöffnung liegt vor dem Bauchnapf an der linken Seite der Ösophagus-Anschwellung; der an jener befindliche Penis besitzt eine knopfförmige, gegen 1 Millim. grosse Anschwellung, seine Grundsubstanz ist ein festes Fasernetz. Der Hodenbläschen sind drei. Die braungelb tingirten Eier sind oval, besitzen einen Längendiameter von 0·038 Millim., einen Breitendiameter von 0·026 Millim. Ausser diesen gefärbten Eiern gibt es auch noch an dem hinteren Abschnitte hinter dem Acetabulum befindliche um ein Viertel grössere, mit einem deutlichen Operculum an dem einen Ende versehene Eier. Die Decke des Thieres ist glatt, an den Rändern gefaltet.

6. *Distoma polymorphum* (Rudolphi), habe ich nur einmal im Darme von *Muraena Anguilla* gesehen und zur besseren Übersicht der anatomischen Verhältnisse eine Abbildung beigegeben (s. 17).

Der Bauchnapf ist nicht ganz dreimal so gross als der Mundnapf, und hat jener vor sich den S-förmig gekrümmten, glatten Penis (*P*), hinter sich den spiralig gedrehten Uterus (*U*), der mit den braungelben, elliptischen Eiern erfüllt ist (s. dieselben rückwärts in dem folgenden Aufsatze 7). Der Eierkeimstock (s. 17 *O*) ist traubenförmig und an den Seitentheilen des Thieres gelagert. Der Hode (*TT*) zeigt eine lappige Form.

III. NEMATODEN.

Es leben sehr häufig in den Fischen theils eingekapselte, theils freie Nematoden, welche sich durch den Mangel eines geschlechtlichen Apparates auszeichnen; solchen Individuen fehlt daher ein wesentliches Merkmal zur Charakteristik, und man ist desswegen strenge genommen nicht berechtigt, einen systematischen Namen einem Thiere zu geben, von dem man die Entwickelungsstufen noch nicht kennt; wählt man aber der kürzeren Bezeichnung halber eine Benennung, so kann dieselbe nur als eine provisorische figuriren. In diesen Zeilen geht meine Absicht nur dahin, verschiedene Formen vorzuführen und namentlich auf die verschiedenartige Bewaffnung hinzuweisen, welche theils an dem Vorder-, theils an dem Hintertheile der Thiere sich vorfindet.

1. Aus den *Appendices pyloricae* des Magens von einem kleinen *Lophius piscatorius* wurde mit dem Schleime ein sehr dünner, kaum mittelst des freien Auges sichtbarer Nematode ausgequetscht, der sich durch seine mehr pendel- als schlangenförmigen Bewegungen auszeichnete. Seine Länge beträgt $6\frac{1}{2}$ Millim., seine Breite an der dicksten Stelle $\frac{1}{12}$ Millim., nach vorne $\frac{1}{16}$ Millim., nach rückwärts vor dem kolbenförmig abgerundeten Ende $\frac{1}{20}$ Millim. Das Kopfende ist schief abgestumpft und besitzt zwei abgerundete Lippen (s. 18 *a*), zwischen welchen zwei zurückziehbare, im ausgestreckten Zustande wie zu einem verschmolzene Stachel sich befinden. Dieselben sind nur, wenn sie vorgestreckt, gut zu beobachten (s. 19), im zurückgezogenen Zustande (s. 20) kaum als vorragende kleine Spitzen bemerkbar; ihre Länge beträgt beinahe 0·1 Millim.; sie können ungefähr zur Hälfte vorgeschoben werden; ihre Ränder erscheinen gekerbt, an ihrer Basis gehen sie in eine Scheide (s. 19 *a*) über. Der Dauungscanal beginnt zwischen den Lippen und geht in den schmalen ziemlich langen Ösophagus über (s. 18 *b*). Der Darmcanal zieht

von vorne gerade nach rückwärts und ist nur in seinem vorderen Viertheile mit einer bräunlich-gelben Molecularmasse erfüllt (s. 18 *c*), er endigt vor dem kolbenförmigen Hinterende (s. 18 *d*). Das letztere zeigt zwei schief aufsteigende Streifen (s. 18 *e e*), den beiden seitlichen kappenförmigen Decken entsprechend; auch bemerkt man daselbst vier hellere Punkte unentschiedener Bedeutung. Von Geschlechtstheilen konnte auch nicht die Spur entdeckt werden. An der Körperoberfläche bemerkt man nach vorne zu eine mittlere Raphe; etwas weiter nach rückwärts erscheinen noch seitliche Raphen, die Querringelung ist sehr zart. Trotz mehrfältiger Versuche, bei *Lophius pisc.* diesen Nematoden, der dem Genus *Agamonema* (Dies.) dem Fundorte nach nicht entspricht, wieder zu finden, wollte es mir nicht gelingen, und ich will daher nur von diesem geschlechtslosen Rundwurme den langen Stachel des zweilippigen Kopfes und das kolbenförmig abgerundete Hinterende hervorgehoben wissen. Den Gattungsnamen könnte man einstweilen mit *Dikentrocephalus (crinalis)* (haarähnlichen Zweistachelkopf) bezeichnen.

2. Einen zum Genus *Agamonema* (Dies.) gehörigen ungeschlechtlichen Rundwurm fand ich an der Peritonealoberfläche des Magens von einem kleinen *Lophius piscatorius*. Es waren vier eingekapselte Exemplare vorhanden, zwei grössere und zwei kleinere die ersteren 1 Centim. lang, $^1/_4$ Millim. dick, die letzteren 6 Millim. lang, $^1/_6$ Millim. dick. Sie sind schwer von dem sie umhüllenden Zellgewebe zu trennen, ihre Bewegungen träge. Von ihrer Hülle befreit winden sie sich knäuelartig zusammen. Der Kopf ist mit 3(?) abgeplatteten Papillen (s. 21) versehen und zeigt am Rande kurze warzige Hervorragungen (s. 21 *a a*) und einen sehr kurzen Zahn (s. 21 *b*), welcher seitlich zu stehen kommt. Bevor der weite lange Schlundkopf (*c*) in den bei den grösseren Exemplaren dunkelgrau, bei den kleineren rostbraun gefärbten Darm übergeht, bildet er einen blinddarmähnlichen Anhang, der bei den kleineren beiden Nematoden $^5/_6$ Millim. lang, 0·05 Millim. breit befunden wurde. Der weite Darmcanal besitzt an seiner Afteröffnung (s. 22 *a*) eine wulstige Erhabenheit. Der Hintertheil ist schief abgestutzt und an seinem Ende mit 4—5 Gruppen kurzer konischer Stacheln besetzt (s. 22 *b*). Nebst dem weiten Darm werden an dessen Seite, insbesondere gegen den Mitteltheil des Thieres, gewundene, granulirte Schläuche wahrgenommen, welche sich nirgends an der quergeringelten Körperober-

fläche zu münden scheinen. Die Scheide des Thieres besteht aus einer sehr dichten, anscheinend structurlosen, röhrenartig gestalteten 0·007 Millim. dicken Membran.

Diese eingekapselten Würmer können, wie ich mich bei einem grossen *Lophius pisc.* überzeugte, kleine Blutextraversate erzeugen, ihre zellgewebige Scheide enthält Reihen von Pigmentzellen, ja sie können auch verkalken, wobei sie als lichte Streifen am Peritoneum erscheinen. Dieselben enthalten nebst den noch erkenntlichen Contouren des Wurmes (Querringelung etc.) Fett, Kalkkrümeln und pigmentirte braungelbe Massen.

3. Unter der Schleimhaut des vorderen Darmstückes von *Belone vulgaris* sah ich einmal $^1/_2$ Millim. im Durchmesser haltende, ziemlich consistente, isolirt stehende Kapseln, von welchen je eine einen eingerollten, $^5/_6$ Millim. langen, 0·036 Millim. an seiner dicksten Stelle hinter dem Kopfe breiten Nematoden enthielt; derselbe ist an seinem Kopfende mit einem kurzen, vor- und zurückschiebbaren Zahne bewaffnet (s. 23*A a*). Dessgleichen findet sich an diesem Hinterende ein etwas grösserer, hakenförmig gekrümmter Stachel (s. 23 *B*). Ausser dem geraden, von vorne nach rückwärts verlaufenden Darm, der vor einer flachen, wulstigen Erhabenheit am Hinterende ausmündet (s. 23*B b*), lassen sich keine anderen Organe im Innern unterscheiden. Trifft man den Wurm noch lebend, so kann man dessen freie, lebhafte, schlangenförmige Bewegungen durch längere Zeit beobachten.

4. Ein *Scomber scombrus* enthielt in seiner Bauchhöhle eine erstaunliche Menge von jenen unentwickelten Nematoden, welche Diesing als *Agamonema Capsularia* bezeichnet hat. Dieselben kamen nicht blos zwischen den Lappen der Leber, zwischen Nieren und Gedärme zu Hunderten vor, so zwar, dass daselbst Alles wimmelte, sondern auch unterhalb des Peritonealsackes. Sie waren in einem zellgewebigen Netze so verfilzt, dass sie schwer davon losgetrennt werden konnten. Die zellgewebigen Scheiden sind mitunter mit zahlreichen Gefässen versehen.

Die näheren anatomischen Verhältnisse sind folgende: Das Kopfende ist aus drei abgeflachten Papillen zusammengesetzt; zwischen denselben erscheint ein vorschiebbarer Zahn (s. 24*a*), (wie dies namentlich bei reflectirtem Licht am aufgespiessten Kopfe klar wird), der in eine Scheide (s. 24*b*) zurückgezogen werden kann. Der Zahn

erhält häufig eine schiefe seitliche Lage je nach der Drehung des Kopfes. Der Darmcanal ist weit, gerade und mit einer dunkelkörnigen Masse erfüllt. Am gewöhnlich gekrümmten Hinterende liegt der seitliche After (s. 25 *a*) und der kurze Stachel. An den gewöhnlich 2 Centim. langen Würmern findet man ungefähr 2 Millim. hinter dem Kopfende ein bei auffallendem Lichte weisses, bei durchgehendem dunkles, $^5/_6$ Millim. langes, scharf abgegrenztes Organ, das mit dem Ösophagus leicht hervorgezogen werden kann. Dasselbe besitzt eine zarte Hülle, welche leicht berstet und den Inhalt, eine feinkörnige Masse, hervorquellen lässt. Dieses Organ, das mit dem Ösophagus im Zusammenhange steht, dürfte wohl dem Secretionsorgane der Nematoden von v. Siebold entsprechen. Ausser dem Darmcanale konnten keine anderen Organe in der Leibeshöhle ausfindig gemacht werden. Zwei (?) starke Muskelstrata, Längs- und Quermuskelbündel vollführen die sehr lebhaften Bewegungen des Thieres. Die Körperdecke ist quergeringelt.

Rudolphi hat es schon hervorgehoben, dass dieser von ihm *Filaria Capsularis* genannte Wurm auch ausserhalb des ihn bewirthenden Organismus fortleben könne; er erhielt ihn acht Tage in frischem Wasser und sah ihn in eingefrornen Häringen nach Zugabe von frischem Wasser wieder aufleben. Die Lebenszähigkeit des Thieres offenbart sich auch dadurch, dass der abgerissene Kopf sich längere Zeit sehr lebhaft hin und her bewegt.

Ich beobachtete nach achtzehn Tagen, nachdem die Würmer aus der Leibeshöhle des Fisches herausgenommen und in Brunnenwasser, das nicht erneuert wurde, gelegt waren, lebende Exemplare, und deren Umrisse zeigten sich ganz wohl erhalten.

5. Einen ähnlich beschaffenen, geschlechtlich unentwickelten Nematoden (*Agamonema* Dies.) fand ich bei mehreren Individuen von *Mullus barbatus* und einmal bei *Zeus faber* in mehreren Exemplaren vertreten. Die Länge des Wurmes schwankte zwischen 12 bis 20 Millim., die Breite vorne, mitten und rückwärts verhielt sich wie $^1/_{12}$: $^1/_4$: $^1/_8$ Millim. Von den anatomischen Verhältnissen will ich nur hervorheben, dass die verhältnissmässig lange Schlundröhre bei ihrem Übertritte in den pigmentirten Darm einen hellen, blinddarmähnlichen Fortsatz abgibt (s. 26 *a a*); ausserdem ist noch ein nach vorne gerichtetes Divertikel (s. 26 *b*) an der benannten Übertrittsstelle zu beobachten, auf welche beide Fortsätze schon Dujardin

(histoire natur. des helm. S. 60*)* aufmerksam gemacht hat. Neben dem geraden Darme verläuft ein mehr gewundener Canal, der in der Mitte des Thieres seine grösste Breite erreicht und eine feinmoleculäre Masse enthält. Von der Mitte abwärts zeigt derselbe eine Lichtung in seinem Centrum und kleine kernhaltige Zellen. Von einer weiteren Entwickelung derselben konnte in mindestens einem Dutzende von solchen untersuchten Helminthen nichts wahrgenommen werden. Die Hülle besteht aus in einander geschobenen bandartigen Längsstreifen (s. 27).

6. Dujardin (l. c. S. 105) hat in den Magenhäuten einer *Raja clavata* einen röthlichen Rundwurm, 1·8 Millim. lang, 0·7 Millim. breit gefunden, dessen Kopf ähnlich jener Spiroptera des Maulwurfs-, und Igels sein soll; dessen Geschlechtsorgane jedoch nicht entwickelt waren.

Ich habe zwei solcher Spiropteren (?) im Magen von *Raja clavata* gesehen. Der Kopf hat auf der Rückenseite drei hervorragende Läppchen (s. 28 *a*). Gegen den Untertheil hin ragt jederseits eine kurze Papille hervor (s. 28 *b b*); überdies findet man in der Mitte des Vordertheils eine Erhabenheit mit drei Einkerbungen (s. 28 *d*) und zwei seitliche Erhabenheiten mit einer Einkerbung (s. 28 *c c*). Am Kopfende ist ein deutliches netzförmiges Wassergefäss-System vorhanden. Neben dem Verdauungscanale liegen gewundene Schläuche, die wie mit einem zarten Epitel ausgekleidet sind (s. 28 *e*) und dessen Zellen beträchtlich kleiner als jene an den Seitentheilen des Körpers befindlichen sind (s. 28 *f*). Die äussere Decke ist quer geringelt. Die Länge der von mir im Magen von *Raja clavata* gefundenen Rundwürmer betrug 8—9 Millim., die Breite $^1/_4$ Millim.

7. In dem pylorischen Theile des Magens, in der Chymusmasse eingebettet und wohl auch in dem zunächstliegenden Darmstück von *Scyllium Catulus* habe ich zweimal eine Ascaris gefunden, deren Repräsentanten in der Länge von 16 Millim. — 6 Centim., in der Dicke von $^1/_2$ — $1^1/_2$ Millim. differirten. Nach vorne und rückwärts ist eine Zuschmälerung bemerkbar. Der Kopf ist abgerundet, der Hintertheil konisch; ersterer besteht aus drei in einander greifenden stumpfen Wülsten, von denen jeder mit einem Paare zweizackiger Zähne bewaffnet ist (s. 29 *a a a*). Der Darmcanal verläuft gerade; der After befindet sich seitlich neben einer höckerigen Erhabenheit vor dem konischen Ende. Etwas vor der Mitte des Thieres

wird die Geschlechtsöffnung deutlich. Die Hautdecke ist aus ungemein zarten Querstreifen zusammengesetzt. Von derselben nach einwärts liegen an beiden Seiten des Thieres in gleichmässigen Distanzen sehr zahlreiche Knoten, von welchen 3—4, 0·0036 Millim. dicke Stränge büschelförmig gegen die mittlere Oberfläche des Körpers ausstrahlen und daselbst verschwinden. Dass diese allenthalben gleichmässig vertheilten Knoten und die davon ausstrahlenden Stränge dem Nervensysteme angehören, soll weiter unten erörtert werden. In der Leibeshöhle, wo der Darmcanal gelagert ist, wird ein transparenter nur durch sparsame Moleküle getrübter Saft zeitweilig auf und abwärts getrieben; auch liegt daselbst ein schlauchartig gewundenes, wie von einem Epitel ausgekleidetes Organ (s. 30), das, gegen die seitliche Geschlechtsöffnung hin breiter werdend, in den Wandungen des Schlauches eine quere Streifung zeigt. Mit Dotter oder einer Ei-Membran umhüllte Eier sind in den kleinen, unentwickelten Ascariden nicht zu finden; es ist daher blos ein Eierkeimstock vorhanden. Mehr gegen die Oberfläche des Thieres kommen jedoch noch andere in Längsreihen angeordnete Organe vor, die in ihrem Centrum ovale, mit einem Haufen Körner in ihrer Mitte versehene Körper beherbergen (s. 31). Letztere sind auch kleiner, sodann in Doppelreihen gelagert und enthalten nur wenige Körner. Nebst diesen Zellenreihen, welche in keiner directen Verbindung mit den oben beschriebenen büschelförmigen Quersträngen stehen, sieht man noch solche, welche vollkommen den bi- und multipolaren Ganglienzellen gleichen, und von welchen theils nach der Längenaxe zwei Fortsätze oder nach der Queraxe des Thieres mehrere Fortsätze ausstrahlen. Ich zweifle nicht, dass jene ganglienzellenartigen Körper mit ihren Fortsätzen das Nervensystem vorstellen, da auch G. Meissner bei den Mermithen dasselbe auf eine ähnliche Weise nachgewiesen hat.

Die grösseren Ascariden haben schon ausgebildete Eier aufzuweisen, deren rundliche Dotterblase von einem Durchmesser von 0·052 Millim. das Keimbläschen einschliesst (s. 32). Die Dotterblase ist von einer mehr weniger pentagonalen oder hexagonalen, wellenförmig gestreiften Eihülle umgeben.

Von diesem bewaffneten Ascariden, für den ich wegen der zweizackigen Zähne den Namen *Ascaris bicuspis* vorschlagen möchte, konnte ich nur Weibchen entdecken.

8. In Bezug auf *Ascaris rigida* aus dem Magen von *Lophius piscatorius* kann ich die Angabe Dujardin's (l. c. S. 184) gegen Rudolphi, der dem Männchen nur ein einfaches Spiculum zuschrieb, bestätigen. Es sind zwei gekrümmte Spicula von beträchtlicher Länge vorhanden; vor denselben erscheinen 10—12 Reihen von Saugwarzen an der nach innen gekehrten Oberfläche des Thieres, die ohne Zweifel bei dem Begattungsacte zur festeren Adhäsion mitwirken. Das männliche Geschlechtsorgan (Hode) besteht aus einem 6 Millim. langen, bis 0·41 Millim. breiten, transparenten Theile, grosse, grosskernige, feingranulirte Zellen enthaltend, die in einem grossmaschigen Fasernetze eingeschlossen sind.

Die weibliche Geschlechtsöffnung liegt gegen das Ende des vorderen Drittheils an der Bauchseite. Die Eier sind rund, die Dotterblase 0·034 Millim. im Durchmesser, dunkelkörnig, die Eihülle häufig gefaltet, leicht berstend. Die Dottermasse zeigte noch keine Furchung.

9. Der Sonderbarkeit des Fundortes halber will ich hier anführen, dass ich beim Einschneiden in die bekanntlich vom Darmcanale durchsetzte Leber eines 12 Centim. im Längendurchmesser haltenden *Pecten Jacobaeus* einen $3^1/_2$ Centim. langen, in der Mitte bei $^1/_2$ Millim. breiten Nematoden hervorzog, der dem von Diesing benannten Genus *Agamonema* angehört und nach vorne und rückwärts zugeschmälert ist. Das Kopfende ist stumpf, das Hinterende spitz, sichelförmig gekrümmt, der Körper quergeringelt, der Darmcanal weit, braungelb colorirt, gerade von vor- nach rückwärts verlaufend und kurz vor dem sichelförmigen Hintertheile endigend. Entlang dem Darmcanale verläuft ein schmäleres gewundenes Organ, analog jenem schon mehrmals bei den geschlechtslosen Nematoden beschriebenen. In der Gegend des Schlundkopfes befindet sich ein bei reflectirtem Lichte weisses, bei durchgehendem dunkles Organ, das für das freie Auge als eben wahrnehmbares Pünktchen erscheint. Die Bewegungen des Thieres sind ungemein lebhaft, bald sich zu einem Knäuel zusammenwindend, bald sich wieder entwirrend und weitausgreifende Ortsbewegungen vollführend.

10. In unserer Gegend kommt bei *Tropidonotus natrix* in dem vorderen Theile des Lungensackes sehr häufig ein Rundwürmchen vor, von dem ich (trotzdem ich einige Hunderte untersuchte) nur Weibchen zu Gesicht bekam. Die gegebene Charakteristik von

Strongylus denudatus (Rudolphi) ist zu unvollkommen, um mit Bestimmtheit sagen zu können, dass dieser Helminth identisch sei mit dem von mir gefundenen, der bei einer Länge von 4—5 Millim. und einer Breite von 1/8 Millim. durch seinen zarten Bau sich auszeichnet. Viel besser stimmt Creplin's Beschreibung seines *Nematoideum Natricis* (Wiegm. Archiv, 1844, I, S. 121), so zwar, dass ich keinen Zweifel habe, dass er denselben Wurm vor sich hatte. Auch er fand nur Weibchen und hat sich daher einer näheren Bezeichnung dieses Nematoden enthalten.

An dem Kopfe unterscheidet man eine Ober- und Unterlippe, zwischen welchen man zu einer ziemlich weiten, nackten Mundhöhle gelangt (s. 33 *a*); diese führt in den schmalen Gang des fleischigen Schlundkopfes, der, wie gewöhnlich, aus einer Lage quergelagerter Muskelfasern besteht.

Der gerade nach rückwärts verlaufende Darm besitzt ein aus platten, polygonalen, gekernten Zellen zusammengesetztes Epitel (s. 33 *b*) und endigt seitlich vor dem konischen Hinterende. Gerade vor der Ausmündungsstelle des Darmes befindet sich eine aus zwei Lappen einer hellen Membran bestehende Klappe. Das Thier verschlingt rothe ovale Blutkörperchen, die in dem Darme ganz gut noch zu erkennen sind, und demselben bei stärkerer Anhäufung ein schmutzig gelbbräunliches Colorit verleihen. An der Aussenseite des vordersten Darmstückes konnte ich einen fettkugelähnlichen Beleg unterscheiden, den Creplin ebenfalls gesehen zu haben scheint. In der Leibeshöhle zunächst der vordersten Abtheilung des Darmes liegt ein scharf abgegrenztes, kolbenförmig endigendes Organ, das mit einer feingranulären Masse erfüllt nach vorne verläuft, sich dabei zuschmälert und ungefähr in der Mitte des Schlundkopfes endigt (s. 33 *c c*); ob es daselbst nach aussen mündet, konnte mit Bestimmtheit nicht ermittelt werden, ohne Zweifel ist es, obwohl unpaarig, das von v. Siebold (s. dessen vergleich. Anatomie der wirbellosen Thiere, Nr. 139) bezeichnete Secretionsorgan.

Die Vulva befindet sich seitlich ungefähr in der Mitte des Thieres und führt zu einem aus Quer- und Längsfasern bestehenden Uterus, dessen Hörner sich auf- und abwärts erstrecken und in dem blindsackigen Eierkeimstock endigen (vergleiche die folgende Abhandlung). Der zugespitzte Hintertheil des Weibchens, der keinerlei Waffen zeigt, stellt sich nicht selten gegen die Körperaxe derartig,

dass er mit dieser einen stumpfen Winkel bildet. Die äussere Bedeckung bilden Hornringe, die unter Einwirkung von Wasser bedeutend anschwellen.

11. Bellingham hat in der Harnblase der wilden Katze ein *Trichosoma* gefunden, das der näheren Charakteristik entbehrt. Ich habe einmal ein Weibchen von *Trichosoma* in der Harnblase der Hauskatze gesehen. Der Wurm ist fadenförmig und von so zartem Kaliber, dass er an der gefalteten Schleimhautoberfläche der Blase erst unter der Loupe entdeckt wurde. Er rollt sich häufig spiralig auf, und verbleibt auch im todten Zustande so, dass seine Länge nur annäherungsweise auf 14—16 Millimeter geschätzt werden kann. Das Kopfende ist der schmalste Theil, denn es misst im Querdurchmesser nur 0·0096 Millimeter; der Mund wird von zwei vorstehenden Lippen begrenzt. Gegen rückwärts nimmt die Körperdicke allmählich zu und schmälert sich kurz vor dem Hinterende etwas zu; letzteres ist schief abgestutzt, abgerundet und am hintersten Abschnitte nur 0·036 Millimeter breit. Der Darmcanal ist nach vorne sehr schmal, wird nach rückwärts dicker und endigt mit einer seichten Einkerbung an der hinteren abgestutzten Fläche. Das Thier besitzt eine solche Transparenz, dass das Vor- und Rückwärtsrollen der Eier leicht beobachtet werden kann. Die Formen der letzteren sind mannigfaltig, rund, konisch, an beiden Enden etwas zugeschmälert oder oval, im letzteren Falle unterscheidet man eine dünne Ei-Membran mit einer sparsamen Lage von transparentem Eiweiss an dem oberen und unteren Ende und die Durchmesser verhalten sich sodann wie 0·061 : 0·032 Millimeter. Den Standort der Vulva war mir an dem einen Exemplare nicht möglich zu entdecken. Die Hautdecke ist glatt, der darunter liegende Muskel in Form von Längsstreifen stark entwickelt.

Erklärung der Tafeln Ia, IIa, III. (I. Reihe.)

1. Scolex eines *Bothriocephalus* (?) aus dem Darme von *Lophius piscatorius*: *A* vordere Hälfte (vergrössert); *Aa* Öffnung an dem Vordertheile; *Ab*, Schliessmuskel des mit der Lichtung nach vorne gerichteten, schüsselförmig ausgehöhlten Körpers *Ac*; *Ad* unter der äusseren Decke gelegene, contractionsfähige, lappenförmige Theile; *Ae*, *Ae* rothes körniges Pigment. *B* in natürl. Grösse.

2. *Acanthobothrium crassicolle (nova sp.)* aus dem Darme von *Trygon pastinaca*: *A* etwas vergrössert, 2 *Aa* Abschnürungsstelle an dem gerifften

Halse *b*; *c* vorderste, kurze Glieder. *B* Haken eines Kopflappens; *a* seitlicher viereckiger Ansatz; *b* Handhabe, *c* und *d* die zwei etwas gekrümmten Fortsätze (stark vergrössert).

3. *Phyllobothrium gracile (nov. sp.)* aus dem Darme von *Torpedo marmorata*: 3 *A* Kopf mit dem dünnen Halse; 3 *B* Proglottis; *a* heller Mitteltheil, mit Eiern erfüllt; *b* Uterus-Hauptstamm, sich mit der Wurzel des Penis *c* kreuzend und sich gleich hinter dem hervorgestülpten Penis *p* in *v* mündend; 3 *C a, b, c* contractile Proglottidenreste mit reifen Eiern, ohne nachweisbarem Penis (schwach vergrössert); 3 *D* feinstachelige Penisscheide (stark vergrössert).

4. Scolex von *Rhynchobothrium* in einer Cyste eingeschlossen von dem Peritonealüberzuge des Magens eines *Uranoscopus scaber* (schwach vergr.).

5. Derselbe Scolex mit zum Theile vorgestreckten Rüsseln: *a a* Zurückzieher der Rüssel; *b b* kolben- oder besser schotenförmige Enden der Rüssel; *c c* ellipsoidische Organe, eine transparente, körnige Masse enthaltend.

6. Ein Hakenrüssel mit der Stellung der Haken im vorgestreckten Zustande: *a a* Längsmuskelfasern an der Innenseite des hohlen Rüssels (stark vergrössert).

7. Zum Theile eingestülpter Hakenrüssel, wobei die Haken an der Innenseite des Rüssels in *a* zum Vorschein kommen (stark vergrössert).

8. Scolex eines *Rhynchobothrium* aus den Muskeln eines *Lophius piscatorius*: *a a* Öffnungen für die ausstülpbaren Hakenrüssel, die in *b b* im eingezogenen Zustande sich befinden (vergrössert).

9. *Rhynchobothrium longicolle* = *Tetrarhynchus longicollis* (van Beneden) aus dem Darme von *Mustelus vulgaris*: *a* die 4 langen Rüssel; *b* die Kopflappen; *c* die langen Rüsselscheiden des Halses; *d* die langen röhrenförmigen Hohlgebilde am Halse; *d'* Pigment an der Halsanschwellung; *e* gegliederter Hinterleib (etwas vergrössert); *f* ein Haken des Rüssels (stark vergrössert); *g* Anordnung der zickzackförmig verlaufenden und sich rechtwinkelig durchkreuzenden Fasern *a' b'*, wodurch ein gegittertes Ansehen erwächst (stark vergrössert); *h* gekrümmter Penis.

10. *Rhynchobothrium tenue (nov. sp.)* aus dem Darme von *Myliobatis aquila*: *A* Kopf mit dem Halse; *B* Stellung der feinen Haken des Rüssels (stark vergrössert); *C* vordere kurze Glieder hinter der Halsanschwellung; *D* hintere gestreckte Glieder mit dem glatten, geraden, wechselständigen Penis; *E* Ei (stark vergrössert).

11. *Monostoma bipartitum (nov. sp.)* von den Zähnen der Kiemenbögen eines *Thynnus vulgaris*: *a* Saugnapf; *b* Uterusstamm am Vordertheile des Thieres; *c* derselbe an dem strangartigen Halse; *d d* grau tingirter Eierkeimstock; *e e* darmähnlich gewundene, gelbbraun tingirte Eierschläuche (schwach vergrössert).

12. Jüngeres, im Verhältniss zu dem vorigen viel kleineres, geschlechtlich nicht so entwickeltes Exemplar von *Monostoma bipartitum* (schwach vergr.).

13. Eier von *Monostoma bipartitum* (stark vergrössert): *a* von der Seite; *b* von vorne mit dem darin gelagerten Embryo; *c* hervorgequetschter Embryo mit daran hängender Eihülle.

14. Geschlechtlich nicht entwickeltes *Monostoma* zugleich als Ekto- und Entoparasit bei einem *Rhombus laevis*: *a* Saugnapf; *b* Ösophagusanschwellung; *c* gabelige Theilung des Darmcanales: *d* gabelig getheiltes Absonderungsorgan am Hintertheile des Körpers; *e*, dem blinden Ende des einen Darmastes entsprechend; *f*, leicht austretende dem Absonderungsorgane angehörige, körnige Masse, die in *g* stark vergrössert dargestellt ist.

15. *Monostoma foliaceum* (Rudolphi) aus der Bauchhöhle von *Acipenser Sturio*: *a* kleiner Saugnapf; *b* Speiseröhre; *c* deren Anschwellung, von wo aus der Darm nur mehr eine kleine Strecke weiter verfolgt werden konnte; *d* dunkler Streifen, der sich in *d* gabelig theilt; *e* Uterusstamm; *f* Penis; *g* Samenbläschen?

16. Mundsaugnapf von *Distoma megastoma* (Rudolphi) aus dem Magen von *Scyllium Catulus*.

17. *Distoma polymorphum* aus dem Darme von *Muraena Anguilla*: *P* Penis; *U* spiralig gewundener Uterus; *TT* gelappter Hode; *O* Eierkeimstock.

18. *Dikentrocephalus crinalis (nov. gen.)* aus den *Appendices pyloricae* eines *Lophius piscatorius*: *a* zweilippiger Mund; *b* Speiseröhre; *c* vorderer pigmentirter Theil des Darmes; *d* After; *ee* schief aufsteigende Streifen an dem kolbenförmigen Hinterende.

19. Kopf mit den vorgestreckten beiden Stacheln, die in die Scheiden *a* zurückgezogen werden können; von *Dikentrocephalus crinalis* (stark vergr.).

20. Kopf desselben Helminthen mit eingezogenen Stacheln, so zwar, dass nur deren Spitzen etwas hervorragen (stark vergrössert).

21. Kopf eines zur Gattung *Agamonema* (Diesing) gehörigen Nematoden von der Peritonealoberfläche des Magens eines *Lophius piscatorius*: *aa* seitliche, warzige Hervorragungen; *b* kurzer Zahn; *c* Pharynx (stark vergrössert).

22. Hintertheil desselben *Agamonema*: *a* dem After entsprechend; *b* Gruppen kurzer, konischer Stachel (stark vergrössert).

23. *A* Vordertheil eines unter der Schleimhaut des vorderen Darmstückes von *Belone vulg.* eingekapselten kleinen Nematoden mit einem kurzen Stachel in *a*; *B* Hintertheil mit dem After in *b* und einem etwas gekrümmten Stachel (stark vergrössert).

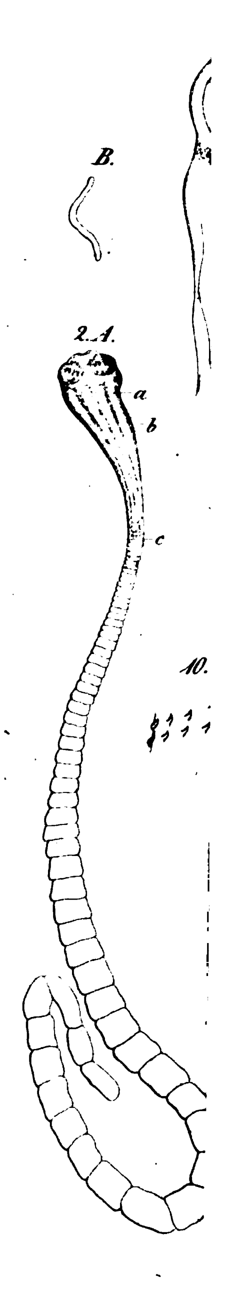
24. Kopf von *Agamonema Capsularia* (Diesing) aus der Bauchhöhle von *Scomber scombrus*: *a* vorschiebbarer Zahn, der in die Scheide *b* zurückgezogen werden kann (stark vergrössert).

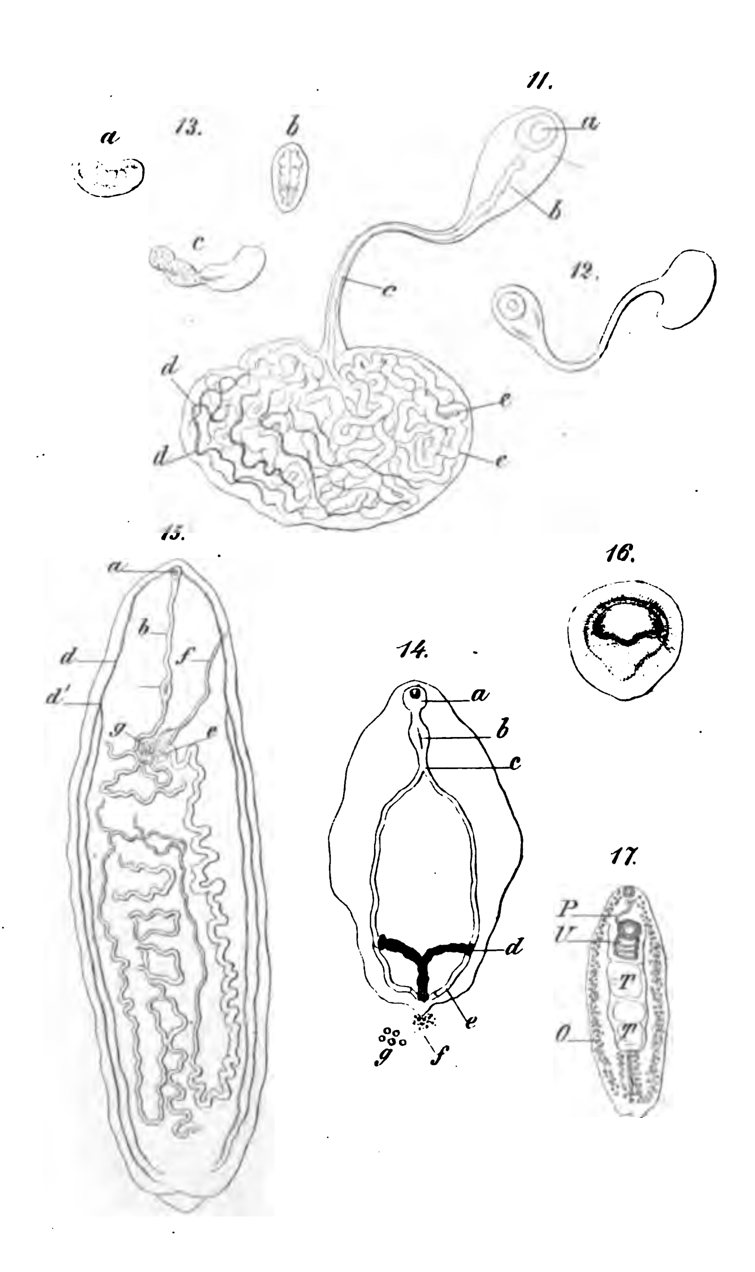
25. Hintertheil desselben *Agamonema* mit dem seitlichen After in *a* (stark vergrössert).

26. Vordere Hälfte eines *Agamonema* (Diesing) aus der Bauchhöhle von *Mullus barbatus* und *Zeus faber*: *aa* heller blinddarmähnlicher Fortsatz bei dem Übertritte der Schlundröhre in den Darm; *b* nach vorne gerichtetes Divertikel des pigmentirten Darmes *c*.

27. Ineinander geschobene, bandartige Längsstreifen der Hülle des vorigen *Agamonema* (stark vergrössert).

28. *Spiroptera* (?) aus dem Magen von *Raja clavata*; am Rücken des Kopfes drei hervorragende Läppchen *a*; *bb* seitlich stehende; *cc*, *d* mit Einker-


B.
2. A.
a
b
c
10.



Aus d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei.

bungen versehene Hervorragungen; *e* ausserhalb des Darmcanales liegende, mit einem Epitel ausgekleidete Schläuche; *f* Zellen an den Seitentheilen des Körpers (stark vergrössert).

29. Kopf von *Ascaris bicuspis (nov. sp.)* aus dem Magen und Darme von *Scyllium Catulus* mit Zähnen *a a a* an jedem der drei stumpfen Wülste (stark vergrössert).

30. Schlauchartig gewundenes Organ ausserhalb des Darmcanales, von platten Zellen ausgekleidet (stark vergrössert).

31. Mehr gegen die Oberfläche des Thieres gelagerte Organe mit einem Haufen Körner in ihrer Mitte beherbergenden Körpern (stark vergrössert).

32. Ausgebildetes Ei derselben *Ascaris*.

33. Vordertheil von *Nematoideum natricis* (Creplin) aus dem Lungensacke von *Tropidonotus natrix*: *a* nackte Mundhöhle; *b* Darmcanal mit seinem Epitel; *c* kolbenförmig endigendes Secretionsorgan, sich wahrscheinlich an der Oberfläche des Körpers mündend (stark vergrössert).

Zur Ovologie und Embryologie der Helminthen.

Von dem c. M., Prof. Dr. K. Wedl.

(Mit II Tafeln.)

1.

Von den neueren Helminthologen haben insbesondere C. Th. v. Siebold und Dujardin dem Studium der Helminthen-Eier eine grössere Aufmerksamkeit gewidmet, und es hat letzterer der beiden genannten Autoren die Form und Grösse der Eier meist in die Diagnose der Helminthen aufgenommen. Sehr schätzenswerthe Beiträge zur näheren Kenntniss der Eier haben Kölliker, Bagge, Mayer, Creplin u. m. A. geliefert. — Vorliegende Arbeit beruht darauf, neue Daten über die Conformation mehrerer Eier und Embryonen von Helminthen nach selbstständigen Untersuchungen aus deren verschiedenen Ordnungen zusammengestellt zu geben, und obwohl jene nur Bruchstücke sind, so hoffe ich doch, dass ihre Veröffentlichung gerechtfertigt ist.

Van Beneden statuirte im Jahre 1849 (*Bullet. de l'Acad. de Bruxelles*, Tom. XVI, pag. 182) ein neues Cestoden-Genus Namens *Echinobothrium*, und fand bis jetzt erst eine hierher gehörige Species *E. typus*, welche er unter der 2. Section der Cestoden: *Diphylles* anführt (s. *Mémoires de l'Academie royale de Belgique*, tome XXV, pag. 158). Dieser kleine Helminth wurde von Blanchard dem *Genus Triaenophorus* (Rud.) angereiht (siehe *Annal.*

des sciences natur., 3. Série, tome XI, p. 126); auch Diesing (Über eine naturgemässe Vertheilung der Cephalocotyleen in den Sitzungsb. der kais. Akad. der Wissenschaften zu Wien, Bd. XIII, 2. Heft, S. 579) wies ihm diesen Platz an. Ich fand den kleinen Cestoden nur einmal an der Spiralklappe des hinteren Darmstückes von *Raja clavata* in reichlichem Schleime eingebettet in mehreren Exemplaren, also in derselben Roche, in der ihn auch van Beneden angetroffen hat. Ich beschränke mich hier blos auf die Entwickelung der Eier und des Embryo dieses interessanten kleinen Helminthen, welche bei den zahlreichen Proglottiden leicht verfolgt werden konnten.

Die Eier hängen in ihren niederen Entwickelungsstufen aus dem Eierkeimstock zu dreien zusammen und enthalten bald nebst einer fein moleculären Masse zerstreute, das Licht wie Fett brechende Kugeln (s. 1*A*), oder die zarten Moleküle reihen sich so an einander, dass polygonale helle Zwischenräume übrig bleiben (s. 1*B*). In ihrer weiteren Entwickelung reihen sich die Eier kettenförmig an einander, in ihrer äusseren sehr zarten Hülle (s. *Ccc*) eingeschlossen und mit einander durch vier dünne, kurze, stäbchenartige Fortsätze (s. 1 *Caa*) zusammenhängend.

Von Interesse sind die von der Ei-Membran auswachsenden, mit einem Fortsatze der äusseren, sehr zarten Hülle umkleideten, peitschenförmigen Anhänge (1*Cbb*), welche, in eine feine Spitze auslaufend, seitlich herabhängen. Diese Anhänge, auf welche auch schon v. Siebold bei mehreren Helminthen-Eiern aufmerksam machte, werden länger (s. 1*D*, 1*E*, 1*Fbbb*), scheinen jedoch in den entwickeltsten Formen nicht mehr vorhanden zu sein und mit der Entwickelung des Embryo in Verbindung zu stehen.

Der Inhalt der Eier unterliegt sehr vielen Verschiedenheiten. Die Dottermasse erscheint bald in zwei grössere oder drei kleinere Kugeln zerklüftet (s. 1*C*), bald aufgehellt; die Moleküle sind sodann in symmetrischen Reihen derartig gruppirt, dass grössere (1 *D*) oder kleinere polygonale, helle Zwischenräume gebildet werden (Bildung des Chorion) (1 *E*). Im weiteren Verfolge bildet sich in dem Ei ein rundlicher, deutlich abgegrenzter Körper (s. 1*Fa*) aus, der als eine verschwommene graue Masse, excentrisch gelagert, den Embryo vorstellt. In anderen Eiern, von denen es zweifelhaft ist, ob sie einem späteren Datum angehören, ist das von den Molekülen

gebildete polygonale Maschennetz (s. 1 *E*) ganz verschwunden, und es wird im Innern ein rundlicher, mit mehreren kernähnlichen Gebilden (Embryonalzellenkerne, Kölliker) versehener Körper (1 *Gα*) sichtbar; derselbe ist in 1 *H* mit einer körnigen Dottermasse belegt. — Der entwickelte Embryo ist mit sechs Häkchen in ganz ähnlicher Weise versehen (s. 1*Ia*), wie dies v. Siebold zuerst an Tänien-Embryonen nachgewiesen hat, und ist in einer transparenten abgesackten Schichte (1*Ib*) eingeschlossen; seine Gestalt erscheint nach seinem auf mechanischem Wege bewerkstelligten Austritte etwas abgeplattet (1 *K*). — Alle diese verschiedenartigen Eier (1 *C*—1 *K*) sind in einer sehr zarten, transparenten, jedwedes Ei abschnürenden Hülle (s. 1*Ccc*) kettenförmig an einander gereiht.

2.

In dem Darmschleime einer *Torpedo marmorata* wurde von mir ein *Phyllobothrium* (van Beneden), von Diesing als dritte Subgen. von *Tetrabothrium* aufgezählt, gefunden. Die Species scheint mir neu zu sein, und ich habe in meinen helminthologischen Notizen (3) ausführlich darüber berichtet und die Bezeichnung *Ph. gracile* gewählt; hier soll blos der Eier Erwähnung geschehen. Dieselben sind, wenn sie ihre Reife erlangt haben, gross, besitzen einen Längendurchmesser von 0·06 Millim., eine Breite von 0·048 Millim.; befinden sie sich in einer günstigen Lage, so zeigen sie nach oben und unten eine kleine, knopfförmige Anschwellung (s. 2*aa*); in der Dotterblase erscheinen gruppirte Körner und transparente Dotterkugeln. Das Ei ist in einer sehr zarten, nach der Längenaxe desselben in zwei entgegengesetzte, sehr feine Fäden auslaufenden Hülle eingeschlossen. Die unreifen kleineren Eier enthalten eine dunkelkörnige Dottermasse.

Die Entwickelung des Embryo konnte nicht verfolgt werden, indem sich überhaupt nur wenige reife Eier vorfanden.

3.

Die Eier eines *Echeneibothrium* (van Beneden), das in dem Darmschleime der Spiralklappe bei *Myliobatis aquila* gefunden wurde, sind rund, 0·027 Millim. im Durchmesser und zeigen, wenn sie zu einer bestimmten Reife gelangt sind, einen beiläufig viermal den Eidurchmesser übersteigenden peitschenförmigen Anhang an

einer Seite (s. 3 *b b*), der sich zu einem sehr feinen Faden auszieht, und andererseits mit der Eihülle, als deren Fortsatz er zu betrachten ist, in einem innigen Zusammenhange steht. Die Dotterblase bildet an der Insertionsstelle des peitschenförmigen Anhanges eine Querscheidewand (s. 3 *a a*). Die Dotterblase ist mit einer transparenten Masse, in welcher zerstreute Dotterkügelchen suspendirt sind, gefüllt.

4.

Die Eier eines *Echeneibothrium minimum* (van Beneden), bei *Trygon pastinaca* gefunden, sind meist zu dreien, manchmal deren vier von einer sehr zarten, structurlosen Membran umgeben (s. 4 *a*), oval, in ihrem längeren Durchmesser 0·03 Millim. messend. Den Inhalt der Eier bildet eine feinkörnige, gruppenweise zerstreute, durch hyaline Zwischenräume getrennte Dottermasse. An manchen Eiern, welche eine günstige Lage haben, lässt sich das Keimbläschen und der Keimfleck gewahr werden (s. 4 *a'*). In weiter entwickelten Eiern zeigt sich eine Theilung des Dotters in mehrere Portionen. Die Bildung des Embryo konnte weder an dieser Species von *Echeneibothrium* noch an der vorigen verfolgt werden. Die Eier von *Echeneibothrium minimum*, welche van Beneden nicht beobachtet zu haben scheint, haben viele Ähnlichkeit mit den von ihm auf Taf. III, Fig. 15 seiner citirten Abhandlung abgebildeten Eiern von *Echeneibothrium variabile*.

5.

Dujardin hat (*Hist. natur. des helminthes*, pag. 581) die Eier von *Taenia perfoliata* des Pferdes aus drei Hüllen bestehend angegeben, einer äusseren oblongen und dreieckigen Hülle mit acht Falten oder Longitudinalfurchen auf jeder der drei Flächen, einer mittleren, nur nach angewendeter Compression wahrnehmbaren, und einer inneren kugeligen.

Auf Taf. 11, *G* 4—7 des Atlas gibt er die entsprechenden Abbildungen. Mir ist es wahrscheinlich, dass die von Dujardin angegebenen Furchen der äusseren Hülle ein artificielles Product seien, durch Schrumpfung hervorgebracht; ich war nämlich nicht im Stande, an frischen Eiern von jenen etwas zu bemerken. Dieselben sind glatt (s. 5 *f*), die structurlose Eihaut faltet sich, nachdem der Inhalt ausgequetscht ist (s. 5 *h*). Der Embryo ist etwas abgeplattet und

zeigt an seinem vorderen abgerundeten Theile den zurückgezogenen mit drei Paaren von Häkchen bewaffneten Kopf; der zugeschmälerte Hintertheil endigt in zwei kurze, stumpfe Zacken (s. 5 *g*). Von der schmalen Seite besehen erscheint nur eine Zacke (s. 5 *fc'*). Dujardin bildet eine ähnliche Figur, jedoch ohne Zacken am Hintertheile ab (Taf. 11, *G* 7), sieht jedoch den inneren kugeligen, mit Häkchen bewaffneten Kopftheil als ganzen Embryo an, der mit einer inneren und accessorischen Hülle noch umgeben sei.

Die Eier von *Taenia perfoliata* sind in ihrer ersten Entwickelung kleine granulirte Bläschen (s. 5 *a*). Werden dieselben etwas grösser, so erscheint in ihrem Innern eine sich von der Umhüllungsmembran abtrennende, feingranuläre Kugel (5 *b*), die sich in zwei kleinere theilt (5 *c*). Wird im weiteren Verlaufe die Eiblase grösser, so werden in ihr 3—4 (ob mehrere?) zartgranulirte Kugeln und in der transparenten Zwischensubstanz oberflächlich gelagerte, zerstreut liegende, das Licht wie Fett brechende Moleküle sichtbar (5 *d*). Die Fettmoleküle nehmen an Umfang um das 6—8fache zu, und im Innern der Eiblase ist statt der mehrfachen granulirten Kugeln nur mehr eine zu erblicken, der künftige Embryo (5 *e*).

6.

Die ausgebildeten Eier von *Monostoma foliaceum* (Rud.) aus der Bauchhöhle von *Acipenser Sturio* sind oval, haben einen Längendurchmesser von 0·079 Millim., einen Querdurchmesser von 0·043 Millim., besitzen ein etwas spitzeres und ein stumpferes Ende; bei der Drehung zeigt sich die eine Fläche etwas convexer, die andere flacher. Die Eischale ist dick und mit einer dunkelkörnigen Dottermasse erfüllt, welche, wie in dem Ei (6 *a*), in 12 Kugeln zerklüftet ist. Von dem einen Ende des Eies her fängt bei der weiteren Entwickelung die dunkelkörnige Dottermasse sich aufzuhellen an und macht einer transparenten Molecularmasse Platz (s. 6 *c*). Zugleich kommt in dieser Bildungsperiode, wie es scheint, an dem einen Ende des Eies zuerst ein knopfförmiger Fortsatz zum Vorschein, der zu einem Stiele (6 *d*) anwächst und bald an der, der fetten Molecularmasse entsprechenden Seite, bald an der entgegengesetzten sich befindet. Die weitere Metamorphose des Fortsatzes und des Eierinhaltes war mir an den vorgefundenen Exemplaren dieses *Monostoma* nicht gestattet zu verfolgen; hingegen habe ich die retrograde Metamorphose der Eier

bei einem andern *Acipenser sturio*, der eine grössere Anzahl von solchen Monostomen enthielt, genauer eruirt, ein Gegenstand, den ich in den helminthologischen Notizen zur Sprache gebracht habe.

7.

Der Uterus von *Distoma polymorphum* (Rud.) aus dem Darme von *Muraena anguilla* macht sich schon für das freie Auge als gelblicher Punkt erkenntlich, dessen auch Rudolphi in seiner *Hist. nat. entozoorum,* II, 1, pag. 363 erwähnt. Es heisst daselbst: *Collum vase fusco duplici insigne, corpus ovulis ellipticis utrinque obscuris repletum.* Man gewahrt nämlich gleich hinter dem Bauchnapfe ein, drei spiralige Drehungen zeigendes, bräunlichgelb tingirtes Gefäss, das mit ähnlich gefärbten, elliptischen Eiern erfüllt ist. Der Längendurchmesser derselben beträgt 0·052 Millim., der quere Durchmesser 0·024 Millim. Als eine ihrer Eigenthümlichkeiten muss hervorgehoben werden, dass sie einen $^1/_8$ Millim. langen, runden, steifen (ohne wellenförmige Biegungen) Fortsatz besitzen, der eine Continuität mit der Eihülle bildet, an seinem Ansatzpunkte an dem einen Ende des Eies breiter ist und, sich allmählich zuschmälernd, in eine feine Spitze ausläuft (s. 7 *a a*). Diese Fortsätze legen sich derartig bündelförmig an einander, dass sie an der einen Seite des Uterus, der nur eine Reihe von Eiern zeigt, als Fadenbüschel erscheinen (s. 7 *c*). Die Dottermasse ist gleichfalls gelblich tingirt und in den Eiern (7 *b b*) in zahlreiche feinmoleculäre Kugeln zerklüftet. Die unreifen Eier von grauer Färbung und kleinerem Umfange haben auch selbst nicht die Andeutung eines Fortsatzes aufzuweisen; sie sind allenthalben gegen den Rand des Thieres angehäuft.

8.

Die sparsamen Eier von *Distoma signatum* (Duj.) aus dem unteren Theile des Ösophagus von *Tropidonotus natrix* sind verhältnissmässig gross (von Dujardin offenbar zu klein angegeben), 0·084 Millim. in ihrem Längendurchmesser bei einer Breite von 0·048 Millim., und zeigen an dem einen etwas spitzeren Ende einen Hohlraum (s. 8 *a' a'*), der von einigen Pigmentmolekülen unvollkommen erfüllt wird und derjenigen Stelle entspricht, wo der präsumtive Kopf des Embryo sich befindet. Letzterer ist von oblonger Form und allenthalben an seiner Oberfläche mit ziemlich langen, in einer

schwach undulirenden Bewegung sich befindenden Cilien besetzt. Befindet er sich im contrahirten Zustande, wie in 8*a*, so erscheinen an seiner Oberfläche Hervorragungen und Vertiefungen; im nicht contrahirten Zustande hingegen (8 *b*) ist er glatt, nur an seinem einen Ende (Kopfende?) erscheint ein kuppenförmiger Ansatz. Die Contractionen des Embyro sind träge; sie erfolgen langsam, und es dauert 1/4 Stunde und länger, bis wieder eine vor sich geht, wobei sich einige zarte Längsfalten an der Oberfläche des Embyro bilden, Im Innern zeigt letzterer solitäre, scharf umrandete, das durchgehende Licht stark brechende Moleküle verschiedenen Diameters, und hat er eine günstige Lage, so lässt sich auch gegen seine Mitte hin eine Flimmerung unterscheiden, offenbar einem gebildeten Flimmerläppchen v. Siebold's entsprechend. Letztere können selbst schon beobachtet werden an solchen Eiern, wo der Embryo noch nicht entwickelt ist, wie in 8*d*, etwas von dem Centrum gegen das stumpfe Ende des Eies. Die Fettkörner sind daselbst schon mehr gegen eine Seite des Eies hingedrängt, während sie in dem Ei 8 *c* noch gruppenweise allenthalben vertheilt sind; in beiden Eiern jedoch mehr gegen die Oberfläche der Embryonalzellen gelagert. Die gequetschten Eier bersten meist in der Richtung ihres Längsdurchmessers, was wahrscheinlich mit ihrer anatomischen Structur im Zusammenhange steht. Diejenigen Eier, in welchen die Furchungskugeln schon transparenter geworden sind oder der Embyro schon entwickelt ist, scheinen einen grösseren Widerstand dem angewendeten Drucke zu leisten. Die Eihülle besteht aus einer glashellen, structurlosen Membran, die sich leicht in Falten legt.

9.

Die den Embryo einschliessenden Eier von *Distoma mentulatum* (Rud.) aus der Cloake von *Tropidonotus natrix* sind gelbbräunlich gefärbt, 0·036 Millim. lang, 0·019 Millim. breit. Der oblonge Embryo zeigt einen Kopf mit einer halsähnlichen Abschnürung, und ist derselbe mit einer Mittel- und zwei seitlichen Furchen bezeichnet, auch der Vordertheil durch eine schärfere Zeichnung vor dem schwach contourirten und oft ganz verschwommenen Hintertheile ausgezeichnet (s. 9 *a*). Von Bewegungen konnte ich nie etwas beobachten. An dem dem Kopfe entgegengesetzten Ende des Eies sind einige pigmentirte Moleküle angehäuft, während der Kopf selbst, der offenbar

zuerst gebildete Theil, sich auf eine Querscheidewand stützt, welche die Eispitze abtheilt. Es finden sich übrigens die pigmentirten Moleküle auch an beiden Enden der gelbbräunlich tingirten Eier. Die eines solchen Colorits entbehrenden grauen Eier fassen eine hellere verschwommene und eine mit glänzenden gruppirten Kugeln versehene Masse, von denen erstere häufig die Gestalt einer Kugel mit einem 0·002 Millim. grossen Körperchen in ihrem Innern annimmt; von letzterem trifft man wohl auch deren 2 — 3.

Die Grösse der grauen Eier kommt jenen gelbbräunlichen gleich; zuweilen, wenn sie in ihrer Entwickelung noch nicht so weit vorwärts geschritten sind, stehen sie den colorirten um etwa ein Viertel an Umfang nach (s. 9*b*). Die granulirten Kugeln des Eierkeimstockes, der an den vorderen Seitentheilen des Thieres sich befindet, schwanken zwischen 0·0072 — 0·012 Millim.; die Körner verdecken einen blassen Kern mit einem Kernkörperchen.

Zuweilen trifft man in den, ausgebildete Eier führenden Canälen (Uterus) braungelbe Klümpchen von rundlicher Circumferenz und Körner von kohlensaurem Kalk, welche hin und her gerollt werden.

Die Ausbildung der Eier erfolgt später als jene der männlichen Geschlechtsorgane, denn man trifft kleinere jüngere Exemplare von *Distoma mentul.*, in denen die Samenblase ein manifestes Spermatozoidengewimmel zeigt, während noch kein einziges ausgebildetes Ei wahrzunehmen ist.

10.

In dem Darme von *Belone vulgaris* fand ich einige Male *Echinorhynchi*, welche bis auf die Grösse mit *Echinorh. Pristis* (Rud.) übereinstimmten. Dasjenige Exemplar, welches Rudolphi bei *Belone vulgaris* (*Esox belone* L.) zu Greifswalde fand, hatte eine Länge von 18 Millim., während die grösseren Weibchen des von mir gefundenen *Echin. Pristis* nur 4 — 6 lang und ½ Millim. breit waren. Der Eierkeimkörper befindet sich an den vorderen Seitentheilen des Thieres neben der Rüsselscheide und besteht aus feingranulirten, gelbbraun gefärbten, rundlichen Körpern, neben welchen die entwickelten Eier anscheinend frei liegen. Letztere lassen sich in zwei Kategorien abtheilen, in solche mit einer starken Eihülle (s. 10*a*) und jene ohne einer solchen (10*b*, *c*, *d*, *e*). Ihr Längendurchmesser verhält sich zum Breitedurchmesser meist wie

0·045 Millim. : 0·012 Millim.; sie sind daher beinahe viermal so lang, als breit. Die Eier ohne starker äusserer Hülle sind bald mit einer zartgranulären Masse ziemlich erfüllt, oder letztere ist in 2—3—4 Portionen abgetheilt, welche sich nach dem Längendurchmesser des Eies an einander reihen (s. 10 *b*, *c*, *d*, *e*). Die mit einer stärkeren Hülle versehenen Eier zeigen wieder eine oblonge Dotterblase, in deren Mitte eine dunklere granulirte Kugel ersichtlich wird (10 *a*, *a'*).

Da es durchaus nicht wahrscheinlich ist, dass bei der einfachen Aufschlitzung der Körperhöhle die starken Hüllen von so vielen Eiern bersten sollten, und auf diese Weise die Formen *b*, *c*, *d*, *e* zu Stande kämen, so müssen dieselben als Bildungsstufen der Eier angesehen werden, wobei freilich der sonderbare, jedoch keineswegs unerhörte Fall einträte, dass die schon in mehrfache Portionen getheilte Dottermasse wieder in eine granuläre Masse zusammenschmilzt. Es genügt hierbei, an die von Prof. Bischoff zu Giessen angestellten interessanten Beobachtungen des Reh-Eies zu erinnern.

Die ausgebildeten Eier von *Echinorhynchus Pumilio* aus dem Darme von *Lophius piscatorius* besitzen eine doppelte Hülle, von denen die äussere an ihrem oberen und unteren Endtheile faltenähnliche Streifen zeigt (s. 11 *a*, *a' a'*); ob dieselben als der Ausdruck eines Hohlraumes anzusehen sind, mag dahingestellt bleiben. In der inneren Eihülle ist die oblonge Dotterblase eingeschlossen, welche eine granulirte Kugel (Keimbläschen, s. 11 *a a''*) in ihrem Innern beherbergt. Die doppelte Eihülle fehlt in anderen, wie 11 *b*, ja es kommen nicht selten nackte, oblonge Dotterblasen (11 *d*) vor, oder an dem einen Ende derselben ist eine gelblich tingirte derbere Substanz wie aufgeklebt (s. 11 *c c'*), und ist dieselbe als die erste Bildung der inneren Eihülle anzusehen.

11.

Eine interessante Bildung beobachtet man an den Eihüllen von *Hedruris androphora* (Nitzsch) aus dem Magen von *Triton igneus* und *oristatus*. Die ovalen Eier, von einem Längendurchmesser von 0·048 Millim. und einem queren von 0·019 Millim., zeigen an beiden Enden des letzteren zuweilen knopfförmige Ansätze (s. 12 *a a'*), welche jedoch nur in einer bestimmten Entwickelungsperiode der Eier anzutreffen sind, und bei der weiter fortschreitenden Entwicke-

lung wieder verschwinden. Minder grosse, jedoch nach der Bildung der Eihülle constante knopfartige Anschwellungen kommen an dem oberen und unteren Ende der Eier vor. Die Schale derselben ist so consistent, dass eine Berstung, die nach der Ei-Länge erfolgt, schwierig zu bewerkstelligen ist. An Eiern mit einer helleren Dottermasse wird eine Längsraphe an der Oberfläche der Schale sichtbar (s. 12*b*). Ist der Inhalt des Eies sehr transparent, so gewahrt man einen oblongen, meist gekrümmten Körper mit einem dickeren und etwas zugeschmälerten Endtheile (s. 12*a*), der in Eiern mit einer hellgrauen, aus Kügelchen zusammengesetzten Dottermasse fehlt (s. 12*b*). Wenn letztere aus gelblich tingirten Körnern besteht, so ist sie entweder zu einer Kugel zusammengeballt (12*c*) oder in Gestalt einer fettkörnigen Masse vertreten, der die Eihöhle beinahe erfüllt, wobei der Raum für das transparente Eiweiss kleiner und kleiner wird (s. 12*d*). Der eingerollte Embryo erscheint in den Eiern *e* und *f*.

12.

Ich erlaube mir hier die erste Bildung der Eier von dem oben beschriebenen *Nematoideum* (Creplin) aus dem Lungensacke von *Tropidonotus natrix* näher zur Sprache zu bringen.

Der blindsackigen Eierstocksenden sind vier an der Zahl, und messen dieselben in ihrem Querdurchmesser blos 0·012 Millim. In ihrem Inhalte werden zuerst sehr kleine, kaum 0·0005 Millim. grosse, in bestimmte Entfernungen von einander gerückte Körner (Keimflecke) sichtbar; sie sind von einer transparenten Masse umgeben, welche eine Begrenzung nach aussenhin zeigt, und verhalten sich zu dieser so wie das Kernkörperchen zum Kerne (s. 13). Die Keimflecke werden grösser, je mehr man in der Röhre des Ovarium fortschreitet; während dieselben bei einer Breite der letzteren von 0·024 Millim. einen Durchmesser von kaum 0·001 Millim. besitzen, so sind sie bei einer Breite der Röhre von 0·036 Millim. schon nun mehr als das Doppelte gewachsen und erreichen sofort bald einen Diameter von 0·007 Millim. Die die Keimflecke umgebende Partie wächst nicht in demselben Masse. Es ist begreiflich, dass bei einer Massenzunahme des Keimbläschens die Keimflecke weiter von einander zu stehen kommen. Die Bläschen sind bei einer Breite der Eierstockröhre von 0·043 Millim. bis 0·012 Millim. gewachsen. Im weiteren

Verlaufe lagert sich um dieselben eine dunkle, feinkörnige Dottermasse, welche, wenn sie einen bestimmten Umfang erreicht hat, mit einer Membran (Dotterhaut) umgeben wird.

Es ergibt sich somit, dass zuerst der Keimfleck, sodann das Keimbläschen und zuletzt die Dottermasse mit ihrer Membran ihre betreffende Ausbildung erlangen, ob jedoch der Keimfleck das ursprünglich gebildete sei, kann noch nicht wegen der Kleinheit des Beobachtungsgegenstandes behauptet werden.

Ich übergehe hier die weitere Ausbildung der Eier und des Embryo, indem ich nur wesentlich eine Bestätigung dessen geben könnte, was Bagge in seiner bekannten Dissertation *de evolutione Strongyli auricularis et Ascaridis acuminatae* 1841 und Kölliker (s. Müller's Archiv, J. 1843) hierüber schon angeführt haben. Nur muss ich bemerken, dass es mir nicht gelingen wollte, den Kern in den von Kölliker genannten Embryonalzellen zu finden.

Je mehr der Embryo zum Ausschlüpfen aus der Eihülle herangereift ist, um so lebhafter werden seine Bewegungen, ohne dass jedoch eine Formveränderung an der Oberfläche der Hülle bemerkbar ist. Die Berstung der letzteren erfolgt sehr rasch, und der geborne Embryo bewegt sich alsogleich sehr lebhaft in Schlangenwindungen, rollt sich um seine Axe und schlägt mit dem Kopf- und Hintertheil hin und her. Die geborstene Eihülle erweist sich als eine sehr zarte, glashelle, sich in Falten legende Membran, die nicht selten für eine kurze Zeit an dem Hintertheile des ausgeschlüpften Embryo haften bleibt.

An letzterem lassen sich nun folgende anatomische Verhältnisse unterscheiden. Der Kopf ist etwas zugeschmälert und zeigt eine deutliche mit Lippen versehene Mundöffnung, die zu einer ziemlich langen, mit einer bulbusartigen Anschwellung endigenden Speiseröhre führt (s. 14). An dieser erweiterten Stelle (Pharynx) beobachtet man häufig lebhafte zuckende Bewegungen; von ihr geht der gerade verlaufende Darmcanal nach rückwärts, um eine beträchtliche Strecke vor dem Schwanzende aufzuhören. Der gewundene Saum (s. 14*a*, *a*) entspricht der Lichtung des Darmcanales. Der Hintertheil besitzt einen biegsamen Stachel, den das junge Thier als Adhäsionsmittel benützt. Verweilen diese Jungen einige Zeit im Wasser, so schwillt nicht selten die Lichtung des Darmcanales beträchtlich auf. Von Geschlechtstheilen ist noch keine

Spur zu entdecken, und es füllt blos eine feine Molecularmasse den Rest der Körperhöhle aus.

Von hohem Interesse ist die Thatsache, dass diese jungen unentwickelten Thiere längere Zeit ausserhalb des sie bewirthenden Organismus zu leben und selbst an Körperumfang etwas zuzunehmen vermögen. Ich fand nämlich in der Chymusmasse des Magens eines *Tropidonotus natrix*, das übrigens im Lungensacke weibliche *Nematoidea* (Crepl.) beherbergte, sehr zahlreiche Junge desselben Helminthen, welche mit der befeuchteten Chymusmasse in einem zugestöpselten Glase aufbewahrt wurden. Nach 48 Stunden befanden sie sich noch in sehr lebhafter Bewegung, insbesondere waren die schnellen Zuckungen am Pharynx auffällig. Die Länge von vielen Thieren hatte zugenommen, denn während die eben ausgekrochenen kaum 0·30 Millim. lang sind, hatten die grösseren Exemplare nach der Fütterung schon eine Länge von 0·37 Millim. erreicht, somit um etwas mehr als ein Fünftel die Länge überschritten. Nach 72 Stunden waren wohl die meisten todt, es wurden jedoch nach 96, ja selbst nach 120 Stunden, also fünf Tage nach der Entfernung aus dem Magen der Natter, lebende Exemplare mit grosser Agilität angetroffen, ja eines hatte an Umfang um das Doppelte zugenommen und es war längs des Darmes eine granuläre, gelbbräunliche Masse auffällig, die man an eben ausgekrochenen Individuen nicht beobachtet. Nach 144 Stunden (nach dem abgelaufenen sechsten Tage) war kein lebender Wurm mehr zu sehen.

13.

Ein ähnliches Experiment habe ich mit den Jungen der lebendig gebärenden *Ascaris nigrovenosa* aus dem Lungensacke von *Bufo cinereus* vorgenommen. Die Länge des aus der Eihülle hervorgeschlüpften Embryo beträgt 0·24 Millim., die grösste Breite 0·025 Millim. Nach 72 Stunden wurden noch einige der in einem zugestöpselten Probirgläschen mit Algenresten aufbewahrten jungen Ascariden sich munter bewegend angetroffen, die Mehrzahl derselben war abgestorben. Nach sieben Tagen, also nach 168 Stunden, bewegten sich noch zwei Junge, zugleich hatten dieselben so wie die meisten abgestorbenen Exemplare an Volumen zugenommen, ihre Länge betrug meist 0·53 Millim., die Breite 0·033 Millim. Auch wurde die auffallende Beobachtung gemacht, dass, nachdem diese kleinen

Rundwürmer etwa 1/4 Stunde der frischen Luft ausgesetzt waren, da sie, wie erwähnt, in einem zugestöpselten Probirgläschen sich befanden, eine grössere Menge aus dem starren Zustande sich erholt hatte und zuerst mit dem Köpfchen, endlich mit dem ganzen Leibe sich hin- und herbewegte. Nach etwa 1/2 Stunde wurden die Bewegungen viel lebhafter, und es schlugen mehrere Dutzende der kleinen Würmer hin und her. Selbst nach zehn vollen Tagen wurden noch einige sich sehr lebhaft bewegende Exemplare gefunden.

Erklärung der Tafeln I b, II b. (II. Reihe.)

1. Entwickelungsformen der Eier von *Echinobothrium typus* (van Beneden) aus dem Darme von *Raja clavata*: 1 *A* drei zusammenhängende Eier aus dem Eierkeimstocke mit grösseren Dotterkugeln; 1 *B* drei zusammenhängende Eier, worin zarte Moleküle zu einem Netze angereihet sind; 1 *C* kettenförmig an einander gereihte Eier von einer späteren Entwickelungsstufe; *a a* stäbchenartige Verbindungsglieder der Eier; *b b* peitschenförmige Anhänge; *c* mit Dotterkügelchen versehene Kugeln, isolirt in der Eihöhle gelagert; 1 *D* an der inneren Oberfläche des Eies beginnen die Moleküle sich symmetrisch anzureihen (Bildung des Chorion); dieselben bilden ein Netz in 1 *E*; 1 *F* zeigt den Embryo in *a* als zarte, verschwommene graue Masse; 1 *G* enthält im Innern den mit Embryonalzellenkernen versehenen Körper *a*; 1 *H*, der sich bildende Embryo ist mit einer fein körnigen Dottermasse belegt; 1 *I* zeigt den mit sechs Häkchen bewaffneten Embryo *a* in einer transparenten, abgesackten Schichte eingeschlossen *b*; 1 *K* der hervortretende Embryo.

2. Ei von *Phyllobothrium gracile (nov. sp.)* aus dem Darme von *Torpedo marmorata* mit knopfförmigen Anschwellungen in *a a*.

3. Eier eines *Echeneibothrium* (van Beneden) aus dem Darme von *Myliobatis aquila*: *a a* Querscheidewand; *b b* peitschenförmiger Anhang.

4. Eier von *Echeneibothrium minimum* (van Beneden) aus dem Darme von *Trygon pastinaca*: *a* drei in einer Hülle eingeschlossene Eier zeigend, in *a'* Keimbläschen mit Keimfleck; *b* Ei mit vier Dotterkugeln.

5. Eier von *Taenia perfoliata* des Pferdes, die Entwickelungsstufen zeigend: *a* granulirte Kugel; *b* dieselbe mit einer Umhüllungsmembran; *c* zwei, *d* drei granulirte Kugeln enthaltend; *e* lässt die Anlage des künftigen Embryo gewahr werden; *f* mit der grobkörnigen Dottermasse in *a'*, einer transparenten abgesackten Flüssigkeit in *b'* und dem Embryo in *c'*; *g* ausgetretener Embryo mit dem rundlichen bewaffneten Kopftheile in *g'*; *h* structurlose Eihaut.

6. Eier von *Monostoma foliaceum* aus der Bauchhöhle von *Acipenser Sturio*: *a* grobkörnige Dotterkugeln; im Ei *b* sind dieselben in *c* einer trans-

parenten Molecularmasse gewichen; auch ist in diesem Ei ein stielartiger Fortsatz *d*.

7. Eier von ***Distoma polymorphum*** aus dem Darme von *Muraena anguilla*: *aa* langer Fortsatz der Eihülle; *bb* gefurchte Dottermasse; *c* Segment des spiralig gedrehten Uterus (letzteres schwächer vergrössert).

8. Eier von ***Distoma signatum*** (Dujardin) aus dem Ösophagus von *Tropidonotus natrix*: *a* den contrahirten mit Cilien besetzten Embryo fassend; derselbe ist in *b* im expandirten Zustande; in dem spitzen Eitheile ein mit Pigmentmolekülen unvollkommen erfüllter Hohlraum *a′ a′*; in *c* ist nebst den transparenten Kugeln (Embryonalzellen) eine in kleinen Gruppen vertheilte Dottermasse; letztere in *d* mehr gegen eine Seite gedrängt.

9. Eier von ***Distoma mentulatum*** aus der Cloake von *Tropidonotus natrix*: *a* gelbbräunliches mit dem Embryo; *b* graue Eier kleineren Diameters.

10. Eier von ***Echinorhynchus Pristis*** (Rud.) aus dem Darme von *Belone vulg.*: *a* mit einer starken Eihülle und einer dunkelgranulirten centralen Kugel in *a*; *bcde* frühere Bildungsstufen mit gefurchtem Dotter.

11. Eier von ***Echinorhynchus Pumilio*** aus dem Darme von *Lophius piscatorius*: *a* zeigt an seinen beiden Endtheilen faltenähnliche Streifen *a′a* , im Innern eine granulirte Kugel; *a″* (Keimbläschen); *bcd* frühere Entwickelungsstufen; *c′* in *c* erste Anlage der inneren Eihülle.

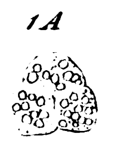
12. Eier von ***Hedruris androphora*** (Nitzsch) aus dem Magen von *Triton igneus* und *cristatus*: *a* mit knopfförmigen Ansätzen *a′*; *b* mit einer Längsraphe; *c* eine grosse grobkörnige Dotterkugel im Innern; in *d* ist die Dottermasse allenthalben vertheilt; *e* und *f* fasst den eingerollten Embryo.

13. Blindes Eierstockende von ***Nematoideum natricis*** (Creplin) aus dem Lungensacke von *Tropidonotus natrix*.

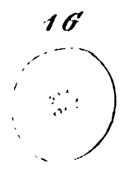
14. Ausgeschlüpfter Embryo von ***Nematoideum natricis*** (Creplin) mit der Lichtung des Darmcanales in *aa*.

Anmerkung. Sämmtliche Figuren sind, mit Ausnahme von 7 *c*, bei starker Vergrösserung gezeichnet.

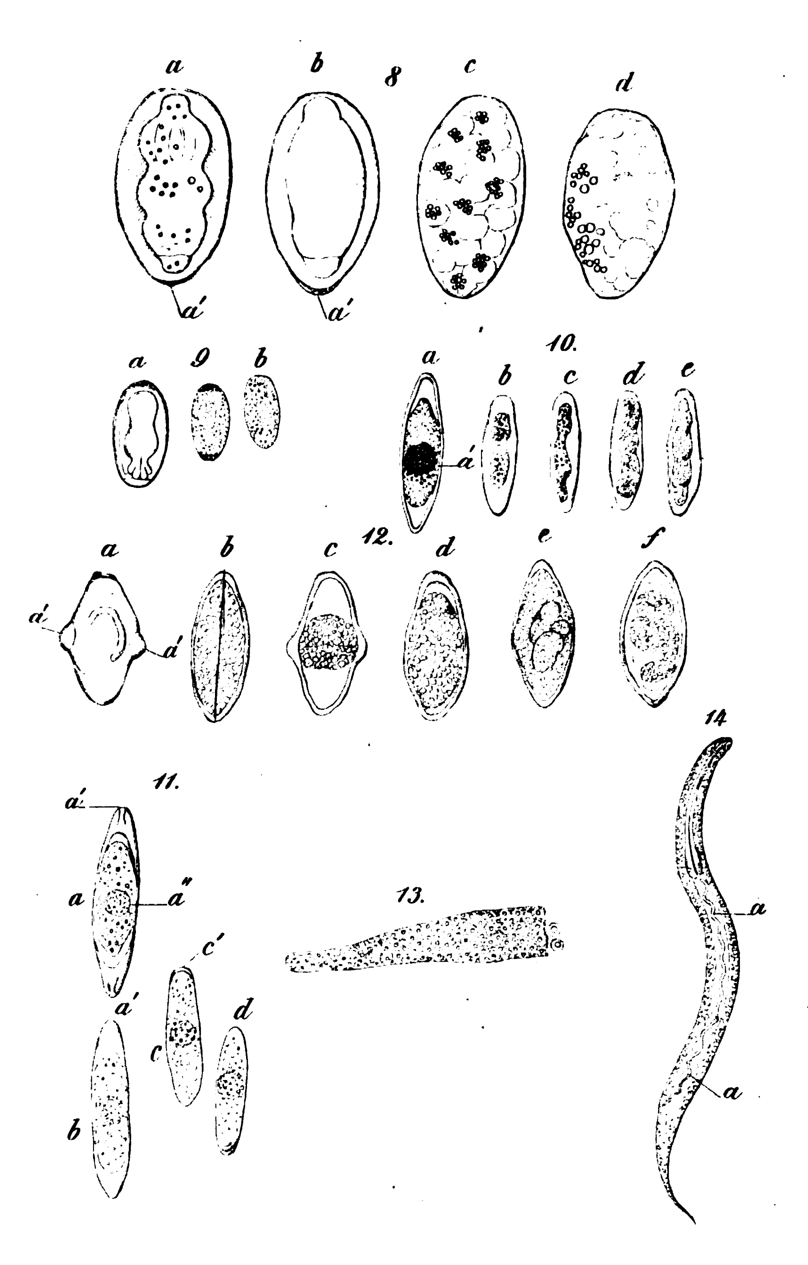
1A



1G







Aus: d. k. k. Hof-u. Staatsdruckerei.

SITZUNG VOM 18. MAI 1855.

Eingesendete Abhandlungen.

Über neue Verbindungen des Chlorcadmiums mit basischen Chlormetallen.

Von **Karl Ritter von Hauer.**

(Vorgelegt in der Sitzung vom 10. Mai 1855.)

I.

Wir kennen eine grosse Reihe von Chloriden der schweren Metalle, welche mit den Chlorverbindungen von Ammonium und Kalium Doppelsalze bilden. Beschränkter ist die Anzahl derjenigen, welche noch eine Verbindung mit Chlornatrium eingehen.

Eine kleine Anzahl ist endlich bekannt, welche mit Chlorbaryum und den weiteren Chlorverbindungen der elektropositiven Reihe Doppelsalze geben. Diese Chloride, so wie ihre näher untersuchten Doppelverbindungen mit Chlor-Baryum, Strontium, Calcium, Magnium sind folgende:

Antimon. $SbCl_3$	$2\,BaCl + SbC_3 + 5HO$ (ähnliche Verbindungen lassen sich nach Poggiale mit Strontium, Calcium, Magnium darstellen)
Zinn. $SnCl$ $SnCl_2$	$BaCl + SnCl + 4HO$
	$BaCl + SnCl_2 + 5HO$
	$SrCl + SnCl + 4HO$
	$SrCl + SnCl_2 + 5HO$
	$MgCl + SnCl_2 + 5HO$
Quecksilber. $HgCl$	$BaCl + 2HgCl + 2HO$
	Chlorquecksilberstrontium (Bonsdorff).

$CaCl + 2HgCl + 6HO$
$CaCl + 5HgCl + 8HO$
$MgCl + HgCl + 6HO$
$MgCl + 3HgCl + 5HO$

Gold. $AuCl_3$ — Dreifach Chlorgoldbaryum (Bonsdorff).
Dreifach Chlorgoldstrontium „

$CaCl + AuCl_3 + 6HO$
$MgCl + AuCl_3 + 12HO$

Platin. $PtCl_2$ — $BaCl + PtCl_2 + 4HO$
$SrCl + PtCl_2 + 8HO$
$CaCl + PtCl_2 + 8HO$
$MgCl + PtCl_2 + 6HO$

Palladium. — Einfach-Chlorpalladbaryum
Einfach-Chlorpalladcalcium
Einfach-Chlorpalladmagnium (Bonsdorff).

Auf die von Bequerel auf galvanischem Wege dargestellten Verbindungen ist hier keine Rücksicht genommen, weil sie nicht näher bekannt sind, und jedenfalls einen andern Charakter haben dürften, als die angeführten Salze.

Aus dieser übersichtlichen Darstellung geht hervor, dass alle angeführten Chloride die Fähigkeit besitzen, ausser dem Baryumdoppelsalze auch noch weitere Doppelverbindungen einzugehen. Es scheint also das Baryumsalz eine gewisse Grenze zu bilden. Ist dieses nicht darstellbar, so sind mit dem betreffenden Chloride auch keine weiteren Doppelverbindungen, ausser jenen mit den Chlormetallen der Alkalien zu erhalten. Geht hingegen das Chlorid eines Metalles die Doppelverbindung mit Chlorbaryum ein, so vermag es wirklich die Rolle einer Säure zu spielen, und bildet dann natürlich noch weitere Doppelsalze mit ähnlichen Chlormetallen. Dass nicht blos die höheren Chlorstufen der Metalle diese Fähigkeit besitzen, beweist das Zinn, dessen Chlorür solche Verbindungen bildet. Auch die Verbindungen des Palladiums scheinen ähnlicher Natur zu sein.

Da ich nun vor einiger Zeit eine Doppelverbindung des Chlorcadmiums mit Chlorbaryum dargestellt habe [1], ein Salz welches

[1]) Siehe Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften. Band XV, Seite 36.

sich durch hohe Krystallisationsfähigkeit auszeichnet, so war es interessant zu versuchen, ob Cadmium nicht analog den angeführten Metallen gleichfalls weitere Doppelverbindungen mit basischen Chlormetallen zu bilden fähig sei.

In der That rechtfertigte der Erfolg der angestellten Versuche die ausgesprochene Voraussetzung. Es gelang zahlreiche Doppelsalze des Chlorcadmiums mit den Chlorverbindungen von Strontium, Calcium, Magnium, Mangan etc. darzustellen.

Da das Einfach-Chlorcadmium bis jetzt die einzige bekannte Chlorstufe dieses Metalles ist, so sind diese Salze vor der Hand jenen anzureihen, welche sich in Verbindung mit Zinnchlorür bilden. Doch ist es sehr wahrscheinlich, dass ein Cadmiumchlorür (Halbchlorcadmium) darstellbar ist, und das jetzige Einfach-Chlorcadmium ähnlich dem Einfach-Chlorquecksilber bereits eine höhere Chlorverbindung repräsentirt. Denn aus der Eingangs gegebenen Zusammenstellung geht hervor, dass das Zinnchlorür die einzige niedrige Chlorverbindung ist, welche derlei Doppelsalze bildet. Es gewinnt dies um so mehr an Wahrscheinlichkeit, da ein Cadmiumoxydul (Suboxyd Cd_2O) existirt, welches Marchand [1]) durch Glühen des oxalsauren Oxydes, unter Abhaltung des Zutrittes der atmosphärischen Luft, erhalten hat.

Für die neuerlichst dargestellten Doppelverbindungen des Chlorcadmiums, so wie eine Anzahl schon früher von mir beschriebener Verbindungen mit den Chlormetallen der Alkalien [2]), erscheint im Allgemeinen der Name Chlorcadmiate passend. Denn eben die Existenz dieser beträchtlichen Menge von Salzen beweist, dass das Chlorcadmium vorwiegend den Charakter eines elektronegativen Bestandtheiles repräsentire.

Ihrer chemischen Zusammensetzung nach lassen sich diese Salze in drei wohl unterscheidbare Gruppen sondern, indem das Chlorcadmium basische, neutrale und saure, oder halb-, einfach- und zweifachsaure Salze bildet.

---

[1]) Poggendorff's Annalen, 38. Band, Seite 145.

[2]) Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften, Band XIII, Seite 50 und Band XV, Seite 32.



Für diese drei Gruppen ergeben sich demnach die Bezeichnungen:

I. Chlor-Hemicadmiate,
II. Chlor-Monocadmiate,
III. Chlor-Bicadmiate.

Die Chlor-Hemicadmiate, in welchen 2 Atome des basischen Chlormetalles mit einem Atom Chlorcadmium verbunden sind, entsprechen der allgemeinen Formel:

$$2RCl + CdCl + xHO$$

in welcher R = Ammonium, Kalium etc. ist.

Diese Salze sind zumeist nicht darstellbar durch Verdunsten einer Lösung, welche die beiden Verbindungen in einem der Formel entsprechenden Mischungsverhältnisse, enthält. Sie erfordern zu ihrer Bildung in der Regel einen grossen Überschuss des basischen Chlormetalles.

Von den bereits früher von mir beschriebenen Salzen gehören in diese Gruppe die beiden wasserfreien Verbindungen von Ammonium und Kalium, welche nach den Formeln:

$$2H_4NCl + CdCl \text{ und}$$
$$2KaCl + CdCl$$

zusammengesetzt gefunden wurden. Werden die Salze dieser Gruppe in Wasser gelöst, so lassen sie sich meistens nicht umkrystallisiren, sondern werden zersetzt. Es schiesst nämlich zuerst ein Bicadmiat an, und erst nach Entfernung dieses, gibt die Mutterlauge beim weiteren Verdunsten wieder eine kleine Menge des Hemicadmiates. Die Salze dieser Abtheilung treten meistens in grossen Krystallen auf.

Die Chlor-Monocadmiate in welchen die beiden Chlormetalle einatomig zusammentreten, sind nach der allgemeinen Formel:

$$RCl + CdCl + xHO$$

zusammengesetzt.

Die Salze, die in diese Gruppe gehören sind nur in geringer Anzahl darstellbar. Von den in der oben citirten Abhandlung

beschriebenen Salzen gehören hierher, die beiden Verbindungen mit Natrium und Baryum, deren Zusammensetzung den Formeln:

$$NaCl + CdCl + 3HO \text{ und}$$
$$BaCl + CdCl + 4HO$$

gemäss, war gefunden worden. Die Seltenheit der in diese Gruppe gehörigen Salze machte es anfänglich etwas schwierig, die weiter zu beschreibenden Salze zu finden. Es mussten vielerlei Combinationen der Mischungsverhältnisse versucht werden, bis es gelang die möglichen Verbindungen aufzufinden.

Die Chlor-Bicadmiate endlich, in welchen zwei Atome des elektronegativen Bestandtheiles sich mit einem Atome der Basis vereinigen, entsprechen der allgemeinen Formel

$$RCl + 2CdCl + xHO.$$

Zahlreich sind die Salze, welche in diese Gruppe gehören. Einige derselben krystallisiren fast bei jedem beliebigen Mischungsverhältnisse, der beiden dasselbe zusammensetzenden Chlorverbindungen. Stellt man z. B. bei solchen das Mischungsverhältniss eines Monocadmiates dar, so entsteht fast immer durch freiwilliges Verdunstenlassen anfangs ein Bicadmiat, und nach Entfernung dieses gibt die Mutterlauge dann häufig ein Hemicadmiat. Doch verlangen aber wieder mehrere Salze dieser Gruppe die Gegenwart eines grossen Überschusses von Chlorcadmium in der Lösung, um ein Bicadmiat zu bilden. Es sind dies zumeist die Combinationen von Chlormetallen mit Chlorcadmium, welche auch ein Monocadmiat zu bilden fähig sind. Es krystallisirt nämlich bei diesen anfangs hartnäckig das Monocadmiat, und erst bei Gegenwart von sehr überschüssigem Chlorcadmium ist das Bicadmiat im Stande anzuschiessen. Die Salze dieser Gruppe lassen sich, mit Ausnahme der eben angeführten, ohne Zersetzung umkrystallisiren.

Von den früher von mir beschriebenen Salzen gehören in diese Gruppe die beiden folgenden Verbindungen von Ammonium und Kalium:

$$H_4NCl + 2CdCl + HO \text{ und}$$
$$KaCl + 2CdCl + HO$$

Die Reihe der Chlorcadmiate zeichnet sich im Allgemeinen dadurch aus, dass mit wenigen Ausnahmen alle hierher gehörigen Salze eine bedeutende Krystallisationsfähigkeit haben, insoferne sich die meisten derselben zu Krystallen von ansehnlicher Grösse leicht aufziehen lassen. Es ist dies ein Charakter, welcher sich in den Cadmiumsalzen überhaupt vorwiegend ausspricht. Die Verbindungen dieses Metalls gehören zu den schönsten Individuen, die auf künstlichem Wege darstellbar sind.

Die erwähnten Salze sind zumeist farblos und durchsichtig mit lebhaft glänzenden Krystallflächen. Ist das basische Chlormetall gefärbt, so zeigen sie demnach die Farbe von diesem. Mit Ausnahme der Calciumsalze, welche zerfliesslich sind, verhalten sich die meisten als ziemlich luftbeständig. Nur einige wenige verwittern in trockener Luft.

Indem ich mir nun hier erlaubt habe nur die allgemeineren Eigenschaften dieser Verbindungen hervorzuheben, werde ich in einer späteren Sitzung die Ehre haben die Analysen nachzutragen. Die Beschreibung der Krystallgestalten hat mein Freund, Herr Dr. Joseph Grailich übernommen.

Über die Sicherheit barometrischer Höhenmessungen.

Von **Adolf Jos. Pick,**
Assistent der k. k. Sternwarte zu Wien.

(Mit I lith. Tafel.)

Die Höhe eines Punktes der Erdoberfläche über dem Spiegel des Meeres ist ein so wichtiges Element der physicalischen Geographie, die Kenntniss der absoluten und relativen Höhe der Bergkämme und Berggipfel von so bedeutendem Einflusse selbst auf das praktische Leben, auf Staats- und Volksökonomie, dass ein einfaches Mittel zur Erlangung recht vieler Daten dieser Art äusserst wünschenswerth ist. Es ist also nicht zu verwundern, dass man bald nach Toricelli's glücklicher Entdeckung das Barometer wegen seiner so ausserordentlichen Einfachheit als Höhenmessinstrument im Gebrauche findet. In der That haben die bedeutendsten Männer dieser Aufgabe ihre Aufmerksamkeit zugewendet und man kann, was die Theorie anbelangt, seit Laplace auf den Einfluss der geographischen Breite und Entfernung vom Erdmittelpunkte, und endlich Bessel auf die Variation des Dunstdruckes der Atmosphäre Rücksicht nahm, das Problem im Allgemeinen als gelöst betrachten. Nichts desto weniger ist es bekannt, dass barometrische Höhenmessungen lange nicht so genaue Resultate geben, als man nach der so vervollkommten Theorie und den engen Grenzen der Beobachtungsfehler zu erwarten berechtiget ist. Allerdings ist für die meisten Fragen der physicalischen Geographie und Meteorologie eine sehr genaue Höhenangabe nicht erforderlich; aber sollen Messungen, welcher Art sie immer sein mögen, eigentlichen Werth haben, so muss man jedenfalls die Grenzen ihrer Genauigkeit kennen. Es wird uns nicht schwer werden nachzuweisen, dass man dies bei barometrischen Höhenmessungen nach dem gegenwärtigen Standpunkte durchaus nicht im Stande ist, und dass man bei praktischer Ausführung Varianten findet, die selbst ein Misstrauen in die Theorie zu rechtfertigen geeignet sind. Bei der Häufigkeit mit der jetzt namentlich in gebirgigen Gegenden zur Bestimmung der Meereshöhe Barometerbeobachtungen gemacht

werden, dürfte demnach eine Untersuchung über die Genauigkeit barometrischer Höhenmessungen nicht ohne Nutzen sein, um so mehr, als der Meteorolog auch sonst nicht selten sich der Höhenformel bedient, um durch Rückschluss den Gang des Luftdruckes unter verschiedenen Witterungseinflüssen zu finden, wie dies namentlich Kämtz bei der Untersuchung über den Einfluss des Windes auf den Luftdruck und in ähnlichen Fällen that.

Es ist klar, dass diese Untersuchung über den Grad der Genauigkeit barometrischer Höhenbestimmungen einzig und allein in einer Prüfung und Vergleichung der Resultate von Beobachtungen, d. i. ihrer praktischen nicht theoretischen Seite bestehen kann, seien es nun solche die zu diesem Behufe eigends angestellt wurden, oder solche, die sich hierzu als geeignet herausstellen.

Die Nichtübereinstimmung der Resultate verschiedener barometrischer Höhenbestimmungen unter einander und mit guten trigonometrischen Messungen, die man als genau ansehen darf, kann in Folgendem ihren Grund haben:

1. In der Verschiedenheit der den barometrischen Formeln zu Grunde gelegten Constanten.
2. In den Vernachlässigungen, die man sich erlaubt, um die Tafeln und die Rechnung einfacher zu machen.
3. In Beobachtungsfehlern.
4. Darin, dass die Verhältnisse der Atmosphäre keinen so regelmässigen Gang haben, wie bei der Ableitung der Höhenformeln vorausgesetzt wird.
5. Endlich darin, dass es noch Elemente geben mag die auf den Stand der bei den Beobachtungen benützten meteorologischen Instrumente einen Einfluss üben, der entweder gänzlich unbekannt, oder wenigstens nicht so genau bestimmt ist, um der Rechnung unterzogen werden zu können.

Wir wollen nun zunächst zeigen, dass die ersten drei angeführten Punkte die grossen Differenzen nicht erklären, welche sich bei barometrischen Höhenmessungen zeigen.

Was den zweiten Punkt, die Vernachlässigungen zu Gunsten einer bequemeren Rechnung anbelangt, so versteht sich von selbst, dass bei der Construction einer Tafel nur solche Grössen vernachlässiget werden dürfen, die auf das Resultat innerhalb der Rechnungsgrenzen nicht influiren, und es geben auch in der That alle jetzt

gebräuchlichen hypsometrischen Tafeln die Resultate genau so, wie die diesen Tafeln zu Grunde gelegten Formeln.

Einigen Einfluss hingegen kann der erste Punkt, die Verschiedenheit der numerischen Coëfficienten auf das Resultat ausüben; aber auch er ist seit Ramond (und ältere Bestimmungen werden nicht zu Grunde gelegt) verschwindend klein; wie denn in der That bei der Zugrundelegung derselben Daten, die Gauss'schen, Bessel'schen (die Rechnung für mittleren Luftdruck geführt), Carlini'schen, Littrow'schen und Wiemann'schen Tafeln (letztere nach Oltmanns eingerichtet), nahezu identische Resultate geben. So erhält man z. B. bei Berechnung der von d'Aubisson auf dem Monte Gregorio und einem 128ᵗ3 über dem Meere liegenden Punkte angestellten Beobachtungen folgende Resultate [1]:

D'Aubisson findet	879ᵗ7
Bessel's Tafeln (für mittleren Feuchtigkeitsgrad und Gay-Lussac's Coëfficienten) geben	879ᵗ85
Gauss's Tafeln geben	879.7
Carlini's " "	879.55
Littrow's " "	879.8
Wiemann's Tafeln (nach Oltmanns) geben	879.7.

Wie wenig die Verschiedenheit der Coëfficienten dabei influirt, ersieht man daraus, dass den Littrow'schen Tafeln die Constante der Logarithmendifferenz 9436ᵗ966, den Wiemann'schen dagegen 9407ᵗ9 zu Grunde liegt, während die Constante der Lufttemperatur in beiden Tafeln dieselbe ist, und dies doch bei einer Höhendifferenz von 880 Toisen nur 0ᵗ1 oder weniger als einen Fuss beträgt, wie denn überhaupt die grössten Differenzen obiger Zahlen unter einer halben Toise liegen.

In der That erhält man, wenn man die Gleichung

$$h = k \cdot \log \frac{b}{b'}$$

nach h und k differenzirt:

$$dh = (\log b - \log b') \cdot dk.$$

---

[1] Die Daten dieser Beobachtungen sind:
Monte Gregorio: Barometerstand 268ᵐ215; Quecks.-T. 10°5 C.; Luft.-T. 9°9 C.
128ᵗ3 ü. d. Meere " 329·013; " 19·85 " 19·95 C.

Humboldt beobachtete auf dem Chimborazo $b' = 166^{\prime\prime\prime}93$, am Meere $b = 336^{\prime\prime\prime}404$, beide Stände bereits auf 0° reducirt; man findet also für diesen Fall:

$$dh = (log\ 336^{\prime\prime\prime}404 - log\ 166^{\prime\prime\prime}93)\ dk$$

oder

$$dh = 0{\cdot}30433\ .\ dk.$$

Nun ist die angegebene Differenz von nahe 30 Toisen in der Constante k die grösste bei den jetzt gebräuchlichen Tafeln, und ihr Einfluss auf die wohl grösste Höhendifferenz die man mit einem Barometer zu bestimmen wünschen mag nur 9 Toisen.

Für den Einfluss eines Fehlers (einer Variante) in der Constante der Lufttemperatnr m findet man aus

$$h = k.log\ \frac{b}{b'} \left\{1 + m\left(\frac{t+t'}{2}\right)\right\}$$

$$dh = k\ log\ \frac{b}{b'}\ .\ \frac{t+t'}{2}\ .\ dm = h\ .\ \left(\frac{t+t'}{2}\right)\ dm.$$

Die Constante m wird in jenen Formeln, welche auf den Dunstgehalt der Atmosphäre nicht besonders Rücksicht nehmen auf 0·00400 für Thermometer Celsius nach Ramond's und Laplace's Vorgange angesetzt, was unter Voraussetzung eines mittleren Dunstgehaltes der Gay-Lussac'schen Constante 0·00375 für Therm. C. entspricht. Nach Rudberg ist dieser Coëfficient = 0·003648.

Demnach variirt die Constante m um $dm = 0{\cdot}000102$. Also ist:

$$dh = 0{\cdot}000102\ \left(\frac{t+t'}{2}\right)\ .\ h.$$

Für das oben angeführte Beispiel der Messung D'Aubisson's beträgt dies nur $1^{t}2$. Man sieht dass dieser Fehler auch dadurch compensirt wird, dass wenn h sehr gross wird, $t + t'$ kleiner werden muss, weil die Temperatur mit der Höhe abnimmt. In der oben erwähnten Messung des Chimborazo war $t + t' = 25^{\circ}3 + (-1^{\circ}6) = 23^{\circ}7$, woraus sich die Unsicherheit dieser Messung in Folge der verschiedenen Constanten der Lufttemperatur ergibt $dh = 3^{t}6$.

Dass die übrigen Constanten von keinerlei Einfluss sein können, ergibt sich schon aus der Kleinheit der übrigen Correctionen, mit Ausnahme der Reduction der Barometerstände auf 0°, die aber auch ohne Einfluss bleibt, weil allen Formeln derselbe Ausdehnungscoëfficient des Quecksilbers zu Grunde gelegt wird.

Was nun drittens die Beobachtungsfehler anbelangt, so versteht es sich aus dem eben erwähnten Grunde, dass die Correctionen wegen der geographischen Breite und Entfernung vom Erdmittelpunkte in dieser Hinsicht gar nicht zu berücksichtigen sind, und es erhält demnach die Höhenformel die einfachere Form:

$$h = k \,.\, \left\{1 + m\left(\frac{t+t'}{2}\right)\right\} \, bg \frac{b\;(1-n\,T\,)}{b'\;(1-n\,T')}\,,$$

wo k und m die schon erwähnten Constanten, n die Constante der Quecksilbertemperatur bedeutet, und b, b', t, t', T, T' die Beobachtungsdaten sind, deren Einfluss eben zu untersuchen steht. Differenzirt man diese Gleichung nach h und den Beobachtungsdaten, so erfährt man den Einfluss der Beobachtungsfehler auf die Höhe.

Da wir gesehen haben, dass alle Tafeln so gut eingerichtet sind, dass ihre Angaben unter sich und mit den Formeln übereinstimmen, so wollen wir der besseren Übersicht wegen die Betrachtung statt an die Gleichung in obiger Form, sogleich an die Gauss'schen Tafeln, die sich durch ihre Bequemlichkeit so sehr empfehlen, und nebst den ebenfalls sehr bequemen Wiemann'schen (Oltmanns'schen) in Folgendem überall benützt worden sind, anknüpfen.

Bei Nichtbeachtung der Correctionen wegen der Höhe und geographischen Breite findet man nach den Gauss'schen Tafeln

$$log\, h = log\, u + A,$$

wo

$$u = (log\, b - 10T) - (log\, b' - 10T').$$

$10\,T$ und $10\,T'$ sind die Reductionen der abgelesenen Barometerstände auf 0°, wobei ein achtzigtheiliges Thermometer vorausgesetzt wird und die Producte $10\,T$ und $10\,T'$ als Einheiten der fünften Decimale zu gelten haben. Man kann den Fehler der Ablesung eines Thermometers nicht höher als auf 0°2 zugeben; indess ist hier abgesehen von Fehlern der Instrumente, die jeder Beobachter zu berücksichtigen hat, ein anderer weit bedeutenderer Fehler möglich, der nämlich, dass das Thermometer nicht die Temperatur des Quecksilbers angibt. Bei sorgfältiger Beobachtung jedoch, wenn man abwartet, bis das Thermometer am Barometer einen stationären Stand annimmt, kann wohl auch dieser Fehler nicht mehr als 0°5 betragen. Nehmen wir jedoch für beide Fehlerquellen zusammen an jedem Thermometer 1°0 R. an. Wir finden, wenn wir u in Bezug auf T und T' differenziren

$$du = -10(dT - dT');$$

also im ungünstigsten Falle $du = \pm 20$ Einheiten der fünften Decimale.

In Bezug auf b und b' findet man

$$du = \mu\left(\frac{db}{b} - \frac{db'}{b'}\right),$$

wo μ den Modulus der Brigg'schen Logarithmen bezeichnet. Als Grenze des Beobachtungsfehlers beim Barometer nimmt d'Aubisson 0'''09, Kämtz 0'''10 an. Nehmen wir also 0'''1 als Grenze, so hat man im ungünstigsten Falle

$$dh = \pm \mu\, 0 \cdot 1 \left\{\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right\} = \pm 0 \cdot 04343 \left\{\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right\},$$

wobei b und b' in Linien ausgedrückt sind.

Die Grösse u ist demnach im ungünstigsten Falle falsch um

$$du = \pm\left(0 \cdot 04343 \left\{\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right\} + 0 \cdot 00020\right).$$

Zu dieser Grösse u ist nun der Logarithmus aufzuschlagen, wobei 5stellige Tafeln eingerichtet wie die Lalande'schen vorausgesetzt werden. Ist Δ die betreffende Differenz zweier nächster Logarithmen, so findet man

$$d\,(log\; u) = \pm\left(0 \cdot 04343 \left\{\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right\} + 0 \cdot 00020\right)\Delta.$$

Nun ist

$$log\; h = log\; u + A$$

also
$$d\,(log\; h) = d\,(log\; u) + dA.$$

Dieses A ist die mit der Constante der Logarithmendifferenz der Höhenformel vereinigte Correction wegen der Lufttemperatur, d. i. $f\,(t+t')$; sie ändert sich in den Gauss'schen Tafeln höchstens um 110 Einheiten der 5. Decimale, wenn $t + t'$ um 1° R. sich ändert.

Nimmt man als Fehlergrenze der Lufttemperatur an jeder Station 1° R. an, so ist im ungünstigsten Falle

$$dA = \pm\, 0 \cdot 00220,$$

woraus der Totaleinfluss aller Beobachtungsfehler auf den Logarithmus der Höhendifferenz zweier Orte, berechnet nach den Gauss'schen Tafeln im ungünstigsten Falle folgt:

$$d\,(\log h) = \pm \quad \left[\left(0{\cdot}04343 \left\{\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right\} + 0{\cdot}09020\right)\Delta + 0{\cdot}00220\right]$$

und $$dh = \pm \frac{h}{\mu}\left[\left(0{\cdot}04343 \left\{\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right\} + 0{\cdot}00020\right)\Delta + 0{\cdot}00220\right]\ ^{1)}$$

oder $$dh = \pm \quad \left[\left(0{\cdot}1 \left\{\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right\} + 0{\cdot}0004605\right)\Delta + 0{\cdot}005066\right] h.$$

Die Gleichung lehrt, dass die Einflüsse der möglichen Beobachtungsfehler um so grösser werden:

1. je grösser h die Höhendifferenz beider Orte ist,
2. je grösser $\frac{1}{b} + \frac{1}{b'}$ wird, d. h. je kleiner beide Barometerstände, mithin je höher die Orte an sich liegen.

Um die Grösse dieses Einflusses an numerischen Daten zu zeigen, folgen hier drei Beispiele, die beiden oben schon benutzten für eine sehr grosse und eine mittlere, und ein drittes für eine kleine Höhendifferenz, wozu die Daten aus „Wiemann's Anleitung zum Höhenmessen mit dem Barometer," S. 70 entnommen sind. Man hat für die Höhe des Chimborazo

$$dh = \pm 3017\left[\left(0{\cdot}1\left\{\frac{1}{336{\cdot}4} + \frac{1}{166{\cdot}9}\right\} + 0{\cdot}0004605\right)1.5 + 0{\cdot}005066\right]$$

d. i. $dh = 21^{t}43 = 0{\cdot}0071\ h$ etwas mehr als $\frac{7}{1000}$ der Höhe.

Für Monte Gregorio hat man

$$dh = \pm 880\left[\left(0{\cdot}1\left\{\frac{1}{327{\cdot}8} + \frac{1}{267{\cdot}7}\right\} + 0{\cdot}0004605\right)5{\cdot}0 + 0{\cdot}005066\right]$$

d. i. $dh = \pm 9{\cdot}03 = 0{\cdot}0103\ h$ nahe $\frac{1}{100}$ der Höhe

---

1) Für sehr geringe Höhendifferenzen wird die logarithmische Höhenformel und mithin die Tafeln unbrauchbar; man muss dann $\log \frac{b}{b'}$ in einer Reihe ausdrücken, wo man hat:

$$h = k \log \frac{b}{b'} = k \log \frac{b' - b' + b}{b'} = k \log \left\{1 - \frac{b' - b}{b'}\right\} =$$
$$= k \,.\, \mu \left\{\frac{b' - b}{b'} - \frac{1}{2}\left(\frac{b' - b}{b'}\right)^2 + \ldots\right\}$$

wobei es immer genügt zu setzen:

$$h = k\mu \frac{b' - b}{b'}$$

und die Rücksicht auf Lufttemperatur u. s. w. wegfällt, weil der Einfluss aller Correctionen verschwindend klein wird. Es versteht sich natürlich, dass b und b' auf 0° reducirte Stände bedeuten. Alle in dieser Arbeit vorkommenden Rechnungen gestatten noch den Gebrauch der Tafeln.

Wiemann gibt S. 70 folgende Daten:

Elbstolln Mundloch bei Priesnitz 332‴36 B auf 0° + 2·8 C. Lufttemp.
Dresden 7·3 Tois. über der Elbe 331·77 „ „ „ + 3·5 „ „

woraus Dresden höher als Elbstolln 7T3. Man findet den Einfluss der Beobachtungsfehler

$$dh = \pm 7\cdot3 \left[\left(0\cdot1\left\{\frac{1}{332\cdot4}+\frac{1}{331\cdot8}\right\}+0\cdot0004605\right)560+0\cdot005066\right]$$

d. i. $dh = \pm 4\cdot28 = \pm 0\cdot600\ h$, also $\frac{3}{5}$ der Höhe.

Aus dem Gesagten ergibt sich, dass mit Ausnahme jener Fälle, wo die Höhendifferenzen sehr klein sind, die Beobachtungsfehler der Brauchbarkeit des Barometers als Höhenmessinstrument keinen Eintrag thun würden, dass sie also nicht hinreichen, um die in Wirklichkeit stattfindenden Verschiedenheiten der Resultate zu erklären.

Dass diese Verschiedenheiten in der That so gross sind, dass man sich veranlasst finden muss, barometrisch bestimmte Höhen als ganz unzuverlässig anzusehen, wollen wir durch Anführung einiger Daten, die wir beliebig vermehren könnten, darthun. In den „Höhenbestimmungen von Tirol und Vorarlberg, gesammelt durch Joseph Trinker, Inspruck 1852“, finden sich unter anderen folgende Daten:

Afingen, Berggemeinde zwischen Bozen und Sarnthal, 3262 W. F. (Dr. Oettl), 2718 W. F. (Nab);

Ala Stadt, 497 W. F. (Trinker und Feil), 364·8 W. F. (Lunelli).

St. Anton im Stanzenthal, Posthaus-Flur 4234 W. F. (Kreil.)
„ „ „ „ Boden 4074 „ (Werdmüller.)
„ „ „ „ „ 4314·91 „ (Gf. Reisach.)
„ „ „ „ „ 3987 „ (Sander.)
„ „ „ „ „ 4137 „ (Trinker.)

Die Angaben für die Höhe von Bozen variiren zwischen 775·67 und 1194·07 W. F.;

Hinterkaiser im Unterinthale, höchster Punkt der Molasse 2227 und 3368 W. F., beide Daten von demselben Beobachter (Lipold) [1]).

[1]) Ganz ausserordentlich werden die Incongruenzen bei bedeutend hohen Bergen, so z. B. Ortelspitze 14691·5 und 12352; Hinterkirchen S. Plateykogel 10,666 und 8090 W. F., also mehr als dritthalb tausend Fuss Differenz. (Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanst. 1851, II. 1, S. 68, wo man noch zahlreich ähnliche Differenzen von 1000—2000′ finden

Bei einigen der angeführten Daten, wenn auch jedenfalls nicht bei der letztangeführten, die eine Differenz von mehr als 1100 W. F. zeigt, könnten Zweifel entstehen, ob sie sich auf dieselben Punkte beziehen; wir führen also noch ein Paar andere an, bei denen dieser Zweifel wegfällt. Man findet in den „Höhenmessungen in den norischen und rhätischen Alpen, von Ph. Otto Werdmüller von Elgg, Wien 1849," einem anerkannt sehr sorgfältigen Beobachter:

Nr. 2. Dreistätten, 1350, 1399, 1243, 1359, 1383, 1327 W. F.
„ 10. Kirchberg am Wechsel, 1782, 1744, 1689 W. F.
„ 41. Bruck an der Mur, 1588, 1555, 1515, 1544, 1559, 1424 W. F.

wobei die zwei letzten Daten mit † bezeichnet sind, d. h. ein grösseres Gewicht haben, weil sie mit zwei Fundamentalstationen verglichen sind.

Nr. 73. Hofgastein. Unter den zwanzig Daten ist das Maximum 2854, das Minimum 2589 W. F., und zwar stehen diese Daten nicht als Ausnahme da, da neben ihnen die Zahlen 2828 und 2594 aufgeführt sind. Es wäre unnöthig diese Beispiele zu vernehmen; selbst eine flüchtige Durchsicht der genannten, so wie ähnlicher Schriften genügt um zu beweisen, dass bei mässigen Höhen, Varianten von mehr als 100 Fuss zur Regel, bei grösseren Höhen Varianten von 1000 und mehr Fuss nicht zu ausserordentlichen Ausnahmen gehören.

Da weder die verschiedenen der Rechnung zu Grunde gelegten Formeln und Tafeln, noch die Beobachtungsfehler die grossen Varianten zu erklären vermögen, so müssen sie in dem oben angeführten vierten oder fünften Punkte ihren Grund haben. Es sind also entweder die Verhältnisse der Atmosphäre im allgemeinen nicht der Art, wie sie bei Ableitung der Formeln vorausgesetzt werden, oder es wirken noch andere Elemente, die bis jetzt nicht in Rechnung gezogen worden sind, auf die Resultate ein. Die barometrische Höhenformel setzt nun

---

kann.) Man halte dagegen z. B. die Seehöhe Krakau's aus den russischen von der Ostsee und den österreichischen vom adriatischen Meere ausgehenden Nivellements, deren Resultate bis auf 1·76 Toisen stimmen, wenngleich jederseits mit Einschluss der Umwege eine Linie von nahe 200 deutschen Meilen Länge zu durchlaufen war. (K. v. Littrow, Bericht über die österreichisch-russische Verbindungs-Triangulation. Denksch. d. kais. Akad. d. Wiss. zu Wien. Bd. V.)



zunächst voraus, dass die Erde von einer hohlen Luftkugel umgeben sei, welche in Folge des Mariotte'schen Gesetzes zu allen Zeiten und in allen Punkten gleicher Entfernung vom Mittelpunkte der Erde gleiche Dichte habe. Obzwar nun dies nie und nirgends der Fall ist, so lässt sich doch nicht in Abrede stellen, dass diese Voraussetzung auf einem richtigen Gesetze beruhe, und dass alle Einflüsse, welche die einem Orte entsprechende Quecksilberhöhe des Barometers modificiren, gleichsam als Störungen des normalen Zustandes des Gleichgewichtes zu betrachten sind.

Es lassen sich zwei Wege denken, dem Einflusse dieser Störungen zu begegnen. Entweder man sucht durch hinreichend lang fortgesetzte Beobachtungen und mit Hilfe der Theorie den Werth des jedem der beiden Orte zukommenden normalen Barometerstandes, der dann zur Berechnung der Höhendifferenzen zu dienen hätte, oder man sucht blos, weil ja das Mariotte'sche Gesetz für jeden Zustand der Atmosphäre seine Giltigkeit behält, den Einfluss, welcher durch die Ungleichheit dieser Zustände an beiden Stationen und den sie umgebenden und zwischen ihnen gelegenen Orten ausgeübt wird, zu bestimmen, woraus natürlich folgt, dass die Beobachtungen gleichzeitig sein müssen. Da der erste Weg sich vorläufig nicht einschlagen lässt, weil man die Grösse des normalen (nicht mittleren) Luftdruckes ohne Kenntniss der Höhe nicht zu bestimmen vermag (obwohl das Berechnen der Höhendifferenzen mit Hilfe der mittleren Barometerstände, namentlich der Jahresmittel, sich dieser Methode nähert), so erübriget nichts, als die Höhendifferenz mit Berücksichtigung der Störungen zu bestimmen.

Die Ursachen dieser Störungen können, so weit man bis jetzt darüber zu urtheilen vermag, füglich nur in der Veränderlichkeit der Temperatur, in der Veränderlichkeit des Dunstgehaltes, in den Bewegungen der Atmosphäre und etwa noch in einer durch locale Einflüsse bewirkten Veränderung der Schwerkraft zu suchen sein. In so weit diese verschiedenen Momente schon in der genauen Höhenformel berücksichtigt sind, entfallen sie aus unserer Untersuchung, ebenso wie der Einfluss des Dunstgehaltes der Atmosphäre, der nach den Bessel'schen Tafeln in Rechnung gezogen werden kann, und überdies gegen die grossen Varianten ebenfalls unerheblich erscheint. Was die durch locale Verhältnisse veränderte Schwerkraft anbelangt, so hat Dr. Wilhelm Fuchs (Über den Einfluss des Terrains auf die

Resultate barometrischer und trigonometrischer Höhenmessungen, Wien 1843) zu zeigen gesucht, dass grosse Landeserhebungen und massenhafte Berge einen bedeutenden Einfluss auf die Resultate barometrischer Höhenmessungen ausüben und Differenzen mit trigonometrischen Messungen verursachen; wie es denn auch unleugbar ist, dass bedeutende Berge auch in anderer Beziehung hier Einfluss üben müssen. Sei dem jedoch wie ihm wolle, so würde das doch nur die Incongruenz barometrischer Messungen mit trigonometrischen erklären, keinesweges aber die der barometrischen unter einander bei Vergleichung derselben zwei Orte, Incongruenzen, die wie die obigen Beispiele zeigen, von weit grösserem Belange sind, da man unter den verschiedenen barometrischen Höhenangaben auch auf Zahlen stösst, die mit trigonometrischen Messungen ganz gut stimmen. Es bleiben demnach nur folgende Fragen zu erörtern:

1. liegt der Grund der Incongruenzen in einer Unkenntniss des Ganges der Temperatur zwischen beiden Stationen?
2. liegt er in der Richtung und Stärke des Windes?

   Hierzu kommt noch:

3. können die Incongruenzen durch die Verschiedenheit der Tageszeiten erklärt werden, zu denen die Beobachtungen angestellt werden, und endlich:
4. gewähren die Mittel, namentlich die Jahresmittel, die ja den Kreislauf aller meteorischen Elemente (sehr nahe) umfassen, hinreichende Sicherheit?

Zur Beantwortung der ersten Frage, ob nämlich aus der Unkenntniss der Function der Wärme zwischen beiden Stationen die Varianten zu erklären seien, mussten Orte der Untersuchung unterzogen werden, in denen der Gang der Temperaturen möglichst gleichmässig ist, und wo man die Versicherung hatte, dass auch die Temperatur der zwischen ihnen gelegenen und sie zunächst umgebenden Orte nicht sehr differirt. Die Beobachtungen der hiesigen Sternwarte und der meteorologischen Centralanstalt entsprachen vollkommen diesen Bedingungen. Vergleicht man die gleichzeitigen Beobachtungen beider Orte, so findet man, dass die Temperaturen meist nur wenige Zehntel, höchst selten um einen ganzen Grad differiren. Die beiden Stationen liegen nur etwa 1000 Toisen auseinander, kein Berg oder was sonst einen unregelmässigen Gang der Wärme bewirken könnte steht dazwischen, und überdies ist der

ganze Einfluss der Function von $(t+t')$ wegen der geringen Höhendifferenz sehr unbedeutend. Eine genaue Vergleichung der Beobachtungen selbst gibt für ihre Verlässlichkeit das beste Zeugniss. Nur wäre eine etwas grössere Höhendifferenz vorzuziehen gewesen, um den Einfluss der etwaigen Beobachtungsfehler zu verringern.

Berechnet man nämlich den Einfluss des möglichen Beobachtungsfehlers im ungünstigsten Falle, so stellt sich das Resultat allerdings günstiger heraus als in dem oben angeführten Beispiele Dresden-Elbstollen, weil ja bei fortlaufenden meteorologischen Beobachtungen, wie das hier der Fall ist, Vorkehrungen zur Erzielung genauer Daten leichter getroffen werden können und getroffen werden, was für uns vorzüglich in Bezug auf die Bestimmung der Quecksilbertemperatur von Wichtigkeit ist, indem dieser Fehler bis auf den blossen Ablesungsfehler des Thermometers wegfällt; es bleibt jedoch immerhin die Möglichkeit, dass in Folge der Beobachtungsfehler im ungünstigsten Falle die Höhendifferenz auf $^{2}/_{5}$ — $^{1}/_{2}$ ihres Werthes falsch wird. Es ist die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen dieses Maximums des Beobachtungsfehlers allerdings eine so ausserordentlich geringe, dass man berechtigt ist anzunehmen er werde sich auch in einer sehr langen Reihe von Beobachtungen kaum einmal finden, indess erschwert jedenfalls der verhältnissmässig grosse Einfluss der Beobachtungsfehler bei einer so kleinen Höhendifferenz den Überblick. Zwar bedarf es nur der Berechnung weniger Beobachtungen um zu der vollen Überzeugung zu gelangen, dass die Incongruenz der Resultate sich nicht aus den Beobachtungsfehlern erklären lasse, wir haben es jedoch vorgezogen, statt der einzelnen Beobachtungen die aus ihnen abgeleiteten Monatmittel der Rechnung zu unterziehen. Es ist klar, dass in einem Monatmittel die Beobachtungsfehler schon keinen merklichen Einfluss über können.

Es wurden also aus den Monat- und Jahresmitteln aller an der hiesigen Sternwarte und an der meteorologischen Centralanstalt gleichzeitig angestellten Beobachtungen die Höhendifferenzen gerechnet und sind nebst den nöthigen meteorologischen Elementen in den folgenden Tafeln zusammengestellt.

Diese Tafeln, deren Einrichtung sich aus den Überschriften der Columnen von selbst erklärt, geben zur besseren Übersicht auch die Differenzen der gleichartigen meteorologischen Elemente beider Stationen, und ähnlich wie die Horner's in der Abhandlung „Über

den Einfluss der Tageszeiten auf die barometrischen Höhenbestimmungen" in den letzten drei Columnen die Höhendifferenz ohne Temperatur-Correction, die Correction wegen der Temperatur und die gefolgerte Höhendifferenz. Übrigens enthält Tafel I die um 6 Uhr Morgens, Tafel II die um 2 Uhr Nachmittags, Tafel III endlich die um 10 Uhr Abends angestellten Beobachtungen.

Tafel I.

Monat	1852 6h Morgens										
	Luftdruck bei 0° in Par. Lin.			Temperatur Réaum.			Dunstdruck Par. Lin.		Höhenunterschied in Toisen.		
	St.	Cent.	Diff.	St.	Cent.	Diff.	St.	Cent.	ohne Temp. Corr.	Corr. wegen Temp.	verbess.
	300''' +	300''' +	'''	°	°	°	'''	'''			
Sept.	30·74	30·23	0·51	+10·65	+10·16	+0·49	3·94	4·06	6·37	+0·34	6·72
Oct.	30·56	30·01	0·55	+ 5·16	+ 4·95	+0·21	2·94	2·58	6·87	+0·18	7·01
Nov.	29·27	28·63	0·64	+ 4·68	+ 4·65	+0·03	2·70	2·60	7·94	+0·18	8·15
Dec.	31·20	30·64	0·56	+ 1·88	+ 1·91	—0·03	2·11	2·04	6·89	+0·07	6·96
	1853										
Jänn.	30·12	29·56	0·56	+ 0·42	+ 0·20	+0·22	1·83	1·80	6·96	+0·01	6·97
Feb.	26·17	25·55	0·62	— 1·14	— 1·08	—0·06	1·71	1·61	7·83	—0·05	7·78
März	29·29	28·74	0·55	— 0·97	— 1·00	+0·03	1·72	1·60	6·87	—0·03	6·84
April	28·85	28·29	0·56	+ 3·16	+ 3·29	—0·13	2·11	2·20	6·95	+0·09	7·04
Mai	29·50	28·88	0·62	+ 9·33	+ 9·23	+0·10	3·41	3·52	7·67	+0·35	8·02
Juni	28·79	28·31	0·48	+12·76	+12·83	—0·07	4·73	4·71	5·95	+0·38	6·33
Juli	30·89	30·38	0·51	+14·29	+14·29	0·00	5·29	5·15	6·29	+0·45	6·74
Aug.	30·46	39.95	0·51	+13·26	+12·92	+0·34	4·68	4·69	6·28	+0·41	6·69
Sept.	30·55	30.06	0·49	+ 9·63	+ 9·27	+0·36	3·84	3·70	6·10	+0·29	6.39
Oct.	30·23	29·67	0·56	+ 6·92	+ 6·73	+0·19	3·33	3·14	6·92	+0·24	7·16
Nov.	32·28	31·72	0·56	+ 1·59	+ 1·74	—0·15	2·14	2·05	6·90	+0·06	6·96
Dec.	30·74	30·06	0·68	— 4·22	— 4·06	—0·17	1·35	1·30	8·48	—0·18	8·30
Jahr	29·82	29·26	0·56	+ 5·42	+ 5·36	+0·06	3·01	2·96	6·91	+0·19	7·10
	1854										
Jän.	30·26	30·05	0·21	— 1·68	— 1·52	—0·16	1·66	1·60	2·60	—0·01	2·59
Feb.	30·65	29·99	0·66	— 0·76	— 0·70	—0·06	1·65	1·51	8·17	—0·01	8·16
März	33·40	32·91	0·49	+ 1·56	+ 1·60	—0·04	1·87	1·77	6·03	+0·04	6·07
April	31·49	30·99	0·50	+ 4·16	+ 3·99	+0·17	2·06	1·88	6·18	+0·12	6.30
Mai	29·17	28·68	0·49	+10·07	+ 9·41	+0·66	3·66	3·55	6·10	+0·30	6·40
Juni	29·65	29·17	0·48	+11·83	+11·72	+0·11	4·45	4·38	5·97	+0·35	6·32
Juli	30·36	29·83	0·53	+13·78	+13·69	+0·09	4·86	4·87	6·57	+0·45	7·02
Aug.	30·98	30·48	0·50	+12·58	+12·37	+0·21	4·62	4·61	6·19	+0·39	6·58
Sept.	32·64	32·17	0·47	+ 8·68	+ 8·35	+0·53	3·37	3·17	5·79	+0·24	6·03
Oct.	31·06	30·53	0·53	+ 6·14	+ 6·15	—0·01	2·93	2·89	6·56	+0·20	6·76
Nov.	28·43	27·80	0·63	+ 0·89	+ 1·18	—0·29	2·03	1·79	7·90	+0·04	7·94
Dec.	29·21	28·61	0·60	+ 1·93	+ 2·21	—0·28	1·91	1·79	7·47	+0·07	7·54
Jahr	30·61	30·10	0·50	+ 5·77	+ 5·70	+0·07	2·92	2·82	6·32	+0·18	6·54

Tafel II.

Monat	1852. 2 Uhr Nachmittag										
	Luftdruck bei 0° R. in Par. Lin.			Temperatur Réaum.			Dunstdruck Par. Lin.		Höhenunterschied in Toisen		
	St.	Cent.	Diff.	St.	Cent.	Diff.	St.	Cent.	ohne Temp. Corr.	Corr. wegen Temp.	verbess.
	300‴+	300‴+									
Sept.	30‴67	30‴19	0‴48	+14°99	+15°27	—0°28	4‴28	4‴51	5·84	+0·59	6·43
Oct.	30·38	29·94	0·44	+ 9·19	+ 9·40	—0·21	3·01	2·86	5·52	+0·25	5·77
Nov.	29·22	28·63	0·59	+ 7·18	+ 7·48	—0·30	2·96	2·87	7·40	+0·27	7·67
Dec.	31·18	30·66	0·52	+ 3·86	+ 4·04	—0·18	2·27	2·17	6·38	+0·13	6·51
	1853										
Jänner	30·12	29·58	0·54	+ 1·51	+ 1·78	—0·27	1·95	1·87	6·70	+0·06	6·76
Febr.	26·06	25·47	0·59	+ 1·00	+ 1·11	—0·11	1·82	1·76	7·44	+0·04	7·48
März	29·28	28·74	0·54	+ 2·86	+ 3·02	—0·16	1·91	1·79	6·71	+0·10	6·81
April	28·87	28·36	0·51	+ 7·31	+ 7·53	—0·22	2·37	2·17	6·38	+0·24	6·62
Mai	29·26	28·75	0·51	+14·60	+15·13	—0·53	3·76	3·57	6·30	+0·47	6·77
Juni	28·56	28·11	0·45	+17·40	+17·53	—0·13	5·04	4·83	5·62	+0·49	6·11
Juli	30·65	30·28	0·37	+19·28	+19·42	—0·14	5·50	5.30	4·55	+0·44	4·99
Aug.	30·13	29·77	0·36	+18·74	+19·10	—0·36	5·10	4·78	4 50	+0·42	4·92
Sept.	30·34	29·94	0·40	+15·61	+16·03	—0·42	4·20	3·90	4·91	+0·40	5·31
Oct.	30·06	29·67	0·39	+11·25	+11·69	—0·44	3·70	3·40	4·85	+0·27	5·12
Nov.	32·15	31·73	0·42	+ 3·19	+ 3·35	—0·16	2·22	2·05	5·15	+0·08	5·23
Dec.	30·43	30·06	0·37	— 2·39	— 2·42	+0·03	1·55	1·29	4·61	—0·06	4·55
Jahr	29·65	29·21	0·44	+ 9·20	+ 9·44	—0·24	3·26	3·07	5·56	+0·26	5·82
	1854										
Jänner	30·50	30·13	0·37	+ 0·20	+ 0·21	—0·01	1·89	1·70	4·58	+0·01	4·59
Febr.	30·29	29·88	0·41	+ 1·45	+ 1·51	—0·06	1·38	1·62	5·08	+0·05	5·13
März	33·25	32·94	0·31	+ 4·84	+ 5·02	—0·18	2·01	1·83	3·81	+0 09	3·90
April	31·14	30·77	0·37	+10·66	+11·06	—0·40	2·13	1·75	4·58	+0·25	4·83
Mai	28·92	28·60	0·32	+15·73	+16·41	—0·68	4·03	3·57	3·98	+0·32	4·30
Juni	29·27	28·89	0·38	+16·19	+16·69	—0·50	4·72	4·64	4·72	+0·39	5·11
Juli	30·12	29·68	0,44	+18·49	+19·04	—0·55	5·14	4·82	5·46	+0·45	5·91
Aug.	30·94	30·53	0·41	+16·49	+16·86	—0·37	4·90	4·69	5·07	+0·42	5·49
Sept.	32·51	32·13	0·38	+14·90	+15·54	—0·64	3·77	3·30	4·69	+0·35	5·04
Oct.	30·94	30·52	0·42	+10·12	+11·01	—0·89	3·42	3·14	5·18	+0·28	5·46
Nov.	28·22	27·78	0·44	+ 3·03	+ 3·18	—0·15	2·08	1·85	5·50	+0·08	5·58
Dec.	29·16	28·70	0·46	+ 3·30	+ 3·52	—0·22	2·07	1·85	5·72	+0·10	5·82
Jahr	30·43	30·05	0·38	+ 9·62	+10·01	—0·39	3·13	2·90	4·60	+0·22	4·82

Tafel III.

Monat	1852. 10 Uhr Abends										
	Luftdruck bei 0° R. in Par. Lin.			Temperatur Réaum.			Dunstdruck Par. Lin.		Höhenunterschied in Toisen		
	St.	Cent.	Diff.	St.	Cent.	Diff.	St.	Cent.	ohne Temp. Corr.	Corr. wegen Temp.	verbess.
	300‴+	300‴+									
Sept.	30‴83	30‴37	0‴46	+12°00	+11°49	+0°51	4‴18	4‴29	5·67	+0·33	6·00
Oct.	30·52	30·02	0·50	+ 6·57	+ 6·22	+0·35	2·88	2·78	6·16	+0·19	6·35
Nov.	29·42	29·09	0·33	+ 5·49	+ 5·03	+0·46	2·83	2·80	4·13	+0·11	4·24
Dec.	31·43	30·99	0·44	+ 2·63	+ 2·60	+0·03	2·19	2·12	5·45	+0·08	5·53

Monat	1853. 10 Uhr Abends										
	Luftdruck bei 0° R. in Par. Lin.			Temperatur Réaum.			Dunstdruck Par. Lin.		Höhenunterschied in Toisen		
	St.	Cent.	Diff.	St.	Cent.	Diff.	St.	Cent.	ohne Temp. Corr.	Corr. wegen Temp.	verbess.
Jänner	30·31	29·79	0·52	+ 0·72	+ 0·78	—0·06	1·92	1·86	6·49	+0·02	6·51
Febr.	26·35	25·75	0·60	— 0·59	— 0·54	—0·05	1·76	1·68	7·57	—0·03	7·54
März	29·59	29·08	0·51	+ 0·54	+ 0·36	+0·18	1·86	1·67	6·37	+0·02	6·39
April	28·96	28·49	0·47	+ 4·55	+ 4·44	+0·11	2·30	2·26	5·81	+0·14	5·95
Mai	29·34	28·88	0·46	+10·91	+10·66	+0·25	3·70	3·79	5·72	+0·31	6·03
Juni	28·85	28·38	0·47	+13·86	+13·57	+0·29	5·03	5·23	5·83	+0·40	6·23
Juli	30·67	30·29	0·38	+15·74	+15·22	+0·52	5·53	5·42	4·74	+0·37	5·11
Aug.	30·35	29·92	0·43	+15·04	+14·70	+0·34	5·22	5·11	5·30	+0·39	5·69
Sept.	30·59	30·12	0·47	+11·52	+11·11	+0·41	4·16	3·98	5·80	+0·33	6·13
Oct.	30·34	29·83	0·51	+ 8·09	+ 7·85	+0·24	3·48	3·40	6·28	+0·25	6·53
Nov.	32.54	31·99	0·55	+ 2·02	+ 2·19	—0·17	2·11	2·03	6·83	+0·07	6·90
Dec.	30·77	30·21	0·56	— 3·89	— 3·72	—0·17	1·41	1·33	6·91	—0·13	6·78
Jahr	29·89	29·39	0·50	+ 6·54	+ 6·39	+0·15	3·21	3·15	6·19	+0·20	6·39
	1854										
Jänner	30·96	30·44	0·52	— 0·89	— 0·67	—0·22	1·74	1·68	6·44	—0·02	6·42
Feb.	30·79	30·28	0·51	+ 0·07	+ 0·26	—0·19	1·75	1·60	6·32	0·00	6·32
März	33·44	33·05	0·39	+ 2·47	+ 2·65	—0·18	2·00	1·85	4·80	+0·06	4·86
April	31·45	30·96	0·49	+ 6·92	+ 6·16	+0·76	2·16	1·88	5·96	+0·17	6·13
Mai	29·11	28·73	0·38	+11·82	+11·07	+0·75	4·05	3·78	4·73	+0·27	5·00
Juni	29·57	29·13	0·44	+12·84	+12·42	+0·42	4·81	4·55	5·48	+0·35	5·83
Juli	30·34	29·90	0·44	+15·10	+14·90	+0·20	5·23	5·02	5·46	+0·41	5·87
Aug.	31·06	30·60	0·46	+13·76	+13·64	+0·12	4·84	4·79	5·69	+0·39	6·08
Sept.	32·62	32·27	0·35	+10·93	+10·29	+0·64	3·80	3·54	4·31	+0·23	4·54
Oct.	31·06	30·67	0·39	+ 7·29	+ 7·26	+0·03	3·22	3·09	4·83	+0·17	5·00
Nov.	28·36	27·91	0·45	+ 1·61	+ 1·68	—0.07	1·98	1·87	5·74	+0·09	5·83
Dec.	29·35	28·95	0·40	+ 2·20	+ 2·36	— 0·16	2·00	1·90	4·98	+0·05	5·03
Jahr	30·68	30·24	0·44	+ 7·01	+ 6·84	+0·17	3·13	2·96	5·44	+0·20	5·64

Die Zahlen der vorangehenden Tafeln sprechen ganz klar. Man ersieht aus ihnen:

1. Die Varianten, welche sich bei Berechnung der Höhendifferenz aus Barometerbeobachtungen selbst einer und derselben Stunde ergeben, sind viel zu gross, als dass sie der Unkenntniss des Ganges der Temperatur zwischen beiden Stationen könnten zugeschrieben werden. Beträgt doch die Correction wegen der Temperatur nie mehr als 0·'5, während die Varianten der Höhe, selbst wenn man die äussersten Extreme etwa als unerklärte Ausnahmfälle unberücksichtigt lässt, über 2 Toisen betragen. Der Verschiedenheit des Dunstdruckes (die Berücksichtigung nach den Bessel'schen Tafeln gäbe 0·00) kann man sie ebensowenig als den übrigen meteorologischen Elementen zuschreiben, die an beiden Stationen so gleichmässig sind,

dass man ohne Fehler die Daten der einen für die der anderen nehmen kann. Sie Beobachtungsfehlern zuschreiben zu wollen, hiesse Fehler von ausserordentlicher Grösse als möglich annehmen, da ja die aus den Jahresmitteln abgeleiteten Höhen der Stunde 2 noch um 1 Toise differiren. Nimmt man diesen Fehler als zu gleichen Theilen von den vier Barometerständen veranlasst an, so entspräche dies ungefähr einem Fehler von 0‴25, einem Fehler, den man kaum einem einzelnen Barometerstande zuschreiben kann, geschweige einem Mittel von 365 Daten. — Allerdings sollte man eigentlich die Höhendifferenz aus jeder einzelnen Beobachtung ableiten und das Mittel dieser Höhen als die von den Beobachtungsfehlern befreite bessere Höhe ansehen, statt dass man dieselben wie hier aus den Mitteln der Barometerstände ableitet; dies ist jedoch eine blosse Abkürzung der Rechnung und man kann sich leicht überzeugen, dass die Resultate beider Rechnungen bis auf zu vernachlässigende Grössen stimmen. — Alle Momente denen man bis jetzt die Incongruenzen barometrischer Höhenbestimmungen zuschrieb, reichen nicht aus zu ihrer Erklärung.

2. Wir haben zwar die Berechnung den Höhendifferenz der Centralanstalt und der Sternwarte vorzüglich zu dem Behufe gewählt um zu zeigen, das auch eine genaue Kenntniss des Ganges der Wärme zwischen beiden Stationen die Incongruenzen nicht aufheben würden, es erlauben aber die Resultate noch einige andere Schlüsse. Dass die Grösse der gefundenen Höhendifferenz von der Tageszeit abhängig ist, hat schon Ramond bemerkt. Um diesen Einfluss der Tageszeiten zu bestimmen, veranlasste J. C. Horner eine Reihe von Beobachtungen auf dem Rigiculm im Januar und Juni 1827. Er findet (s. die oben genannte Schrift), dass die Höhendifferenz vom Morgen bis um die Mittagszeit wächst und hierauf abnimmt. Das Maximum fällt im Januar auf 1 Uhr N. M. im Juni auf 11 Uhr V. M. Ganz ähnliche Resultate findet E. Plantamour bei Ableitung der Höhendifferenz von Genf und dem St. Bernhard *(Résumé des observations thérmométriques et barométriques. Genève 1851)*, die auch darin mit den Horner'schen stimmen, dass die Höhendifferenzen im Sommer grösser als im Winter ausfallen. (Plantamour benützt die Monate Juni und December.) Beide Umstände leiten darauf hin, den Grund hievon in dem Gange der Temperatur zu suchen, da bei Vergleichung der stündlichen Beobachtungen eines Tages die Zunahme

der Höhendifferenz mit der Zunahme der Wärme ziemlich gleichen Schritt hält. Dem scheinen unsere Daten zu widersprechen, indem gerade die 2 Uhr N. M. Beobachtung in der Regel die kleinste Höhendifferenz gibt, und die Beobachtungen des Sommers ebenfalls geringere Höhendifferenzen geben, als die der Wintermonate. Dieser Widerspruch ist jedoch nur scheinbar. Vergleicht man die noch wegen der Temperatur der Luft nicht corrigirten Höhendifferenzen Horner's mit den ähnlichen obiger Tafeln, so zeigen sie einen ganz übereinstimmenden Gang; sowohl in Bezug auf Tages- als Jahreszeit in so weit sich überhaupt aus den wenigen Daten schliessen lässt. Erst durch das Anbringen der Temperatur-Correction kehrt sich die Sache gleichsam um. Da nun diese in unserem Falle einen sehr geringen Einfluss übt, so wird durch sie die Abnahme der Höhendifferenz zu Mittag blos vermindert ohne jedoch in eine Zunahme umschlagen zu können. Es bestätigen diese Zahlen überdies nur um so mehr Horner's Ausspruch, dass die relativen Stände der beiden Barometer nicht von dem Einflusse der Luftwärme allein abhängig sind.

3) Was die Übereinstimmung der barometrischen mit der wahren Höhendifferenz Sternwarte-Centralanstalt betrifft, so ist die erstere zu gross. Das Mittel der Höhendifferenz aus der zweijährigen Beobachtungsreihe beträgt nämlich +6!21, ist aber wegen des constanten Unterschiedes der Barometer, vermöge dessen alle Barometerstände der Sternwarte um 0"08 zu vermindern sind, um —1!03 zu corrigiren, so dass man als barometrische Höhendifferenz im Mittel zweier Jahre findet 5!18, während sie nach einem von der meteorologischen Centralanstalt zu Grunde gelegten Nivellement 4!26 beträgt.

4) Als einen der bedeutendsten Factoren, welche Fehler in dem Höhenunterschiede veranlassen, sah man es an, dass die Formel strenge genommen, nur für Orte wahr sei, die in derselben Verticallinie liegen. Daraus ergab sich die Einschränkung, nur die Höhendifferenz nahe gelegener Orte barometrisch zu bestimmen. Bessel gibt in den astronomischen Nachrichten Nr. 279 (Bd. XII, pag. 242), eine Methode an, wie man bei grösseren barometrischen Vermessungen, die ein ganzes Land zu umfassen haben, diesem Übelstande abhelfen könne, indem man im Umkreise, und wo der Grösse wegen nöthig, auch im Innern des Landes für die Vermessungszeit stabile Barometer aufstellt auf Punkten, deren Höhe und gegenseitige Lage bekannt ist. Sind

diese in nöthiger Zahl vorhanden, so lässt sich aus ihnen durch Interpolation der Barometerstand irgend anderer Punkte im Innern finden. Auf diese Weise bekommt man den Barometerstand eines Punktes bestimmter Höhe in derselben Verticallinie, wodurch die Wirkung der Störung des Gleichgewichtes aufgehoben wird. Wie nothwendig eine solche Verfahrungsweise, die leider noch nie in Anwendung gebracht worden, bei barometrischen Nivellements sei, ersieht man daraus, dass man hier bei zwei Orten von so günstiger Lage aus Jahresmitteln bei dreimal täglich angestellten Beobachtungen noch Differenzen von 8′ bei 5 Toisen Höhendifferenz gewärtigen muss. Bei Berechnung jeder einzelnen Beobachtung, welche ich für die 4 Monate September, October, November, December 1852 durchgeführt habe, sind die Varianten so bedeutend, dass eine nur aus einer oder wenigen im Laufe einiger Stunden angestellten Beobachtungen erschlossene Höhendifferenz als gänzlich werthlos erscheint.

Zur Beurtheilung folgen hier die Resultate für den ersten dieser Monate.

Tafel IV.

September 1852							
Datum	18h M.	2h N.	10h A.	Datum	18h M.	2h N.	10h A.
1	6·33	5·89	5·48	16	6·79	5·45	6·82
2	6·31	5·99	5·34	17	7·09	6·49	6·59
3	6·30	5·66	7·52	18	6·67	6·38	−1·05?
4	7·78	7·07	6·57	19	7·95	7·02	5·50
5	6·93	6·96	6·45	20	7·02	5·89	3·33
6	7·46	6·31	5·71	21	7·01	5·58	9·31
7	6·57	6·05	5·63	22	6·42	5·27	5·61
8	6·45	5·89	4·99	23	5·79	5·55	11·12
9	6·82	6·17	6·42	24	6·30	7·39	6·89
10	6·65	7·09	6·76	25	6·66	4·32	7·61
11	5·95	6·63	6·85	26	6·57	4·93	2·83
12	7·63	6·71	6·59	27	8·40	6·45	4·66
13	7·01	6·77	5·84	28	6·50	9·10	7·50
14	7·22	8·17	4·27	29	4·37	7·53	3·90
15	5·76	8·02	6·53	30	7·38	6·45	6·35

Zur Anstellung von Beobachtungen, die man unmittelbar zur Untersuchung des Ganges der Höhendifferenzen benützen könnte, dürfte nicht leicht ein Ort geeigneter sein als der Stefansthurm. Eine Reihe von Beobachtungen auf dem Stefansthurme angestellt und mit gleichzeitigen Beobachtungen der Sternwarte und der meteorologischen

Centralanstalt verglichen, dürfte manche Aufschlüsse über barometrische Höhenmessung gewähren und in mancher Beziehung Beobachtungen auf dem Gipfel eines hohes Berges und an dessen Fusse vorzuziehen sein.

Zur Untersuchung, in wie weit die Jahresmittel zur Bestimmung der Höhendifferenz verlässlich sind, schienen die Beobachtungen der Sternwarten zu Wien, Kremsmünster, Krakau und Prag sehr geeignet. Obzwar die Distanzen etwas gross sind, würde doch Niemand einen Anstand nehmen, die Höhendifferenzen dieser Orte aus den Jahresmitteln der Barometer abzuleiten, da sie alle denn doch ein gemeinsames Klima haben. Eine Vergleichung dieser Orte war um so geeigneter als die Meereshöhe von Wien, Kremsmünster und Krakau sehr genau bekannt ist, und also nicht nur eine Vergleichung der barometrischen Resultate unter sich, sondern auch mit so viel als absolut richtigen Bestimmungen gestattete; nur von Prag liess sich trotz der Bemühungen des Herrn Directors v. Littrow keine hinreichend sichere Höhenbestimmung auffinden, die einzelnen Angaben stimmten zu wenig mit einander und bezogen sich auf andere Punkte der Stadt, als den Ort des Barometers.

Eine Höhenangabe dieses Ortes findet sich in: „Kreil's magnetische und meteorologische Beobachtungen von Prag, Bd. I", ist aber nur aus gleichzeitigen Barometerbeobachtungen mit Ritzebüttel abgeleitet und wohl viel zu klein (546' P. M. = 91 Tois.) [1]).

Um also annähernd eine Meereshöhe Prag's zu erhalten, wurde diese aus den mehrjährigen Barometermitteln Prag's, Wien's, Kremsmünster's und Krakau's abgeleitet. Es ergab sich:

a) Prag-Wien aus 29jährigen Mitteln von 1823—1851.

Wien . . .	Barom. 330'''28 auf 0	Temp. 7°92 R.
Prag . . .	„ 329·73	„ 7·40

Prag höher als Wien 7'05, woraus Meereshöhe von Prag 102·46.

b) Prag-Kremsmünster aus 30jährigen Mitteln 1822—1851.

Prag . . .	Barom. 329'''765	Temp. 7·45
Kremsmünster	„ 322·97	„ 6·22

Prag tiefer als Kremsmünster 93'06, woraus Höhe von Prag 103·70.

---

[1]) Die „Jahrbücher der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus" geben die Seehöhe Prag's auf S. 7 und 214, Bd. I, zu 93 Toisen, ohne Angabe der Quelle.

c) Prag-Krakau aus den 26jährigen Mitteln 1826—1851.

Prag . .	Barom. 329‴73	Temp. 7·39
Krakau .	„ 330·37	„ 6·55

Prag tiefer als Krakau . . . . 8·20

woraus Höhe von Prag . . . . 102·45

Höhe von Prag über dem adriatischen Meere im Mittel 102!9.

Hierbei ist die Meereshöhe von Kremsmünster 196·76 Toisen (Reslhuber, Constanten von Kremsmünster, pag. 12), jene von Krakau 110·65 Toisen (K. v. Littrow, Bericht über die österreichisch-russische Verbindungs-Triangulation, Denkschricften der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu Wien, Band V), jene von Wien endlich 98·05 W.K. = 95·41 Toisen (Annalen der Wiener Sternwarte, Band XXI) angenommen.

Die Daten der Station Kremsmünster sind der Abhandlung des Herrn Directors P. Augustin Reslhuber „Constanten von Kremsmünster" entnommen und reichen von 1822—1852; jene der Station Krakau aus „Allgemeine Übersicht der an der k. k. Krakauer Sternwarte vom Jahre 1826—1852 gemachten meteorologischen Beobachtungen zusammengestellt von Dr. Max Weisse, Director derselben," wozu Herr Director Weisse noch brieflich die Beobachtungen des Jahres 1853 und die mit diesem Jahre sich ergebenden Mittel gütigst mittheilte; endlich die der Station Prag den „Grundzügen einer Meteorologie für den Horizont von Prag etc. von K. Fritsch", wo die Beobachtungen von 1800—1846 reichen, und bis 1851 nach den Jahrbüchern der Centralanstalt ergänzt wurden. Bei Zusammenstellung der Wiener Barometer-Mittel fanden sich einige nicht unbedeutende Varianten zwischen den Barometer-Mitteln, welche periodisch die Sternwarte und jenen, welche die Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus in ihren Jahrbüchern veröffentlicht hatte, und deren Einsicht Herr Director Kreil noch vor beendetem Drucke gefälligst gestattete. Überall, wo dies der Fall war, wurde das Jahresmittel der Barometer aus den Originalbeobachtungen sorgfältig nochmals gerechnet, und es sind demnach die zu Grunde gelegten Daten, wo sie von früheren Mittheilungen abweichen, als revidirt anzusehen.

Diese Daten (Jahresmittel der Barometer) sind so wie die mittlere Jahrestemperatur und der Dunstdruck in folgender Tafel zusammengestellt.

Tafel V.

Jahr	Wien			Kremsmünster			Krakau			Prag		
	Jahresmittel											
	Luftdr.	Tem.	Dstd.	Luftdr.	Tem.	Dstd.	Luftdr.	Tem.	Dstd.	Luftdr.	Tem.	Dstd.
	300‴+			300‴+			300‴+			300‴+		
1823	29‴99	8°25	—	22‴42	7°51	—	—	—	—	29‴60	7°89	—
24	29·96	9·13	—	22·09	6·80	—	—	—	—	29·32	8·69	—
25	30·61	8·72	—	23·32	6·94	—	—	—	—	30·44	8·53	—
26	30·58	8·28	—	23·14	6·34	—	29‴89	7°58	—	30·39	8·17	—
27	30·97	8·54	—	22·79	6·58	—	28·82	8·20	—	29·60	7·74	—
28	31·33	8·38	—	23·16	6·78	—	29·32	7·24	—	29·94	7·70	—
29	30·94	6·09	—	22·61	4·86	—	29·09	5·47	—	29·56	5·63	—
30	30·50	7·58	3‴72	23·14	5·83	—	29·63	7·30	—	28·80	7·26	—
31	30·07	8·21	3·46	23·34	6·56	—	29·46	7·58	—	29·55	7·58	—
32	31·11	7·80	3·22	24·19	6·41	—	30·33	6·66	—	30·78	7·42	—
33	30·14	8·30	3·29	22·96	6·09	2‴40	29·09	7·97	—	29·56	7·81	—
34	31·35	9·59	—	24·55	7·18	2·55	30·00	8·93	—	30·86	8·88	—
35	30·26	8·16	—	24·02	5·61	2·41	29·30	7·38	—	30·41	7·58	—
36	29·17	8·52	—	23·04	6·27	2·64	28·25	7·75	2‴91	29·52	7·79	—
37	30·42	7·03	3·34	23·21	5·81	2·53	28·90	5·33	2·84	29·95	6·62	—
38	29·98	6·64	3·17	22·66	5·24	2·53	28·63	4·66	2·73	29·72	5·68	—
39	29·71	8·09	3·39	22·69	6·33	2·65	28·88	6·10	3·13	29·76	7·58	—
40	30·31	6·87	2·98	23·17	4·58	2·82	29·29	7·80	2·80	30·17	5·43	3‴04
41	29·97	8·53	3·52	23·37	7·81	3·13	28·78	6·79	3·09	29·19	7·70	3·31
42	30·85	7·34	3·16	23·18	5·77	2·81	29·33	5·59	2·77	30·22	6·90	2·76
43	30·02	8·15	3·20	22·57	6·48	3·00	28·68	5·56	3·04	29·44	7·71	3·00
44	29·86	7·57	3·20	22·34	5·99	3·01	28·78	5·47	2·93	29·33	6·76	2·87
45	29·93	7·67	3·21	22·33	5·94	3·13	28·56	5·72	3·12	29·33	6·87	2·88
46	29·98	9·12	—	22·45	7·34	3·32	28·73	7·09	3·18	29·22	8·26	3·24
47	30·58	7·00	3·01	22·88	5·84	3·09	29·21	5·47	3·02	30·16	6·74	2·98
48	30·24	7·78	3·19	22·49	6·60	3·19	28·60	6·74	3·18	29·30	7·50	2·94
49	30·42	7·27	2·94	22·72	6·10	3·01	28·96	5·64	2·94	29·58	7·04	2.91
50	30·38	7·52	3·01	22·82	5·98	3·01	28·75	6·34	2·99	29·53	7·22	3·08
51	30·65	7·35	3·21	23·00	5·85	2·90	29·07	6·43	3·10	29·01	6·86	3·08
52	30·31	8·14	3·25	22·64	7·03	3·05	28·97	6·85	3·06	—	—	—
53	29·78	7·05	3·16	—	—	—	28·67	5·91	3·11	—	—	—

Rechnet man mit diesen Daten die Höhendifferenzen von Wien-Kremsmünster, Wien-Krakau und Wien-Prag, so erhält man die in Tafel VI zusammengestellten Resultate. In dieser Tafel sind sowohl die barometrischen Höhendifferenzen je zweier Stationen, als auch ihr Unterschied von den als richtig angenommenen Höhendifferenzen gegeben, so zwar, dass dieser Unterschied mit seinem Zeichen zu der oben angesetzten Höhendifferenz gelegt, die barometrische gibt. Wien ist übrigens die untere Station; nur aus zwei Jahresmitteln folgt Prag tiefer als Wien, was durch das Zeichen — angezeigt ist.

Tafel VI.

Jahr	Höhenbestimmung					
	Kremsmünster - Wien		Krakau - Wien		Prag - Wien	
	Barom.	Differ. von trigon. 101‴3	Barom.	Differ. von trigon. 15‴2	Barom.	Diff. v. oben ermitt. 7‴5
1823	98‴8	— 2‴5	—	—	5‴0	— 2‴5
24	102·8	+ 1·5	—	—	8·3	+ 0·8
25	95·1	— 6·2	—	—	2·4	— 5·1
26	96·8	— 4·5	9‴0	— 6‴2	2·5	— 5·0
27	106·4	+ 5·1	27·7	+12·5	17.7	+10·2
28	106·1	+ 4·8	25·8	+10·6	17·9	+10·4
29	107·3	+ 6·0	23·6	+ 8·4	17·6	+10·1
30	95·3	— 6·0	11·0	— 4·2	8·9	+ 1·4
31	87·5	—13·8	8·0	— 7·2	6·7	— 0·8
32	89·7	—11·6	11·2	— 4·0	4·5	— 3·0
33	93·5	— 7·8	13·7	— 1·5	7·7	+ 0·2
34	89·1	—12·2	17·7	+ 2·5	6·6	— 0·9
35	80·7	—20·6	12·4	— 2·8	— 2·0	— 9·5
36	79·7	—21·6	11·9	— 3·3	— 4·5	—12·0
37	93·6	— 7·7	19·7	+ 4·5	6·6	— 0·9
38	94·7	— 6·6	17·4	+ 2·2	3·4	— 4·1
39	91·1	—10·2	10·6	— 4·6	0·8	— 6·7
40	92·2	— 9·1	13·2	— 2·0	2·0	— 5·5
41	99·4	— 1·9	15·5	+ 0·3	10·3	+ 2·8
42	99·2	— 2·1	19·7	+ 4·5	8·3	+ 0·8
43	97·1	— 4·2	17·5	+ 2·3	7·7	+ 0·2
44	97·8	— 3·5	14·1	— 1·1	7·1	— 0·4
45	98·3	— 3·0	17·3	+ 2·1	7·4	— 0·1
46	98·6	— 2·7	16·5	+ 1·3	10·1	+ 2·6
47	99·4	— 1·9	17·3	+ 2·1	5·3	— 2·2
48	100·6	— 0·7	21·0	+ 5·8	12·2	+ 4·6
49	99·5	— 1·8	18·4	+ 3·2	10·8	+ 3·3
50	97·7	— 3·6	20·7	+ 5·5	10·8	+ 3·3
51	98·9	— 2·4	20·3	+ 5·1	12·1	+ 4·6
52	99·7	— 1·6	17·3	+ 2·1	—	—
53	—	—	14·4	— 0·8	—	—

Überblickt man diese Reihe, so wird man sogleich auf die Jahre 1827, 1828 und 1829 aufmerksam, welche mit allen drei Stationen ein zu grosses Resultat geben und zwar für jede Station für alle drei Jahre um eine nahezu constante Grösse. Die Sache ist zu auffallend, als dass man nicht auf die Vermuthung käme, im Wiener Barometer dieser Jahre müsse irgend ein constanter Fehler stecken. Hierin wird man noch bestärkt, wenn man die Reihe der Differenzen näher betrachtet, welche die Jahresmittel des Barometers mit dem allgemeinen Mittel Triesnecker's und der meteorologischen Centralanstalt geben. Die Barometer-Mittel sind in den genannten drei Jahren sämmtlich um ein Bedeutendes grösser als das Allgemeine.

Der Fall, dass die Mittel mehrerer auf einander folgender Jahre grösser als das allgemeine wären, kommt in der ganzen Reihe nicht vor, wie er denn überhaupt nur selten stattfindet (ausser jenen drei Jahren nämlich nur noch 1832, 1834 und 1842).

Diese Ansicht verliert vollends jeden Zweifel, wenn man findet, dass genau in diesen Jahren die Beobachtungen an einem Barometer gemacht wurden, das um 18·0 W.F. höher hing, als das in den übrigen Jahren gebrauchte. Freilich sollte dies gerade ein entgegengesetztes Resultat geben, überdies sind die Barometerstände schon wegen dieser veränderten Höhe corrigirt, es fragt sich jedoch, ob dieses Barometer nicht ein anderes gewesen.

Wie aus der in den meteorologischen Tagebüchern angegebenen Höhe folgt, hing dieses Barometer im nördlichen Observationslocale, wo der Meridiankreis aufgestellt ist. Dort aber musste sich, wie noch jetzt, ein Barometer zum Ablesen während der Beobachtungen am Meridiankreise, auch damals befinden, als die laufenden meteorologischen Beobachtungen, wie noch heute, an dem Barometer im Rechenzimmer angestellt wurden. Es unterliegt keinem Zweifel, dass an diesem von früher im nördlichen Observationslocale befindlichen Instrumente die laufenden meteorologischen Beobachtungen der Jahre 1827, 1828 und 1829 gemacht wurden, da ein etwaiges Übertragen des Instrumentes aus dem Rechenzimmer zum Meridiankreise wohl ausdrücklich erwähnt worden wäre, während die spärlichen und unvollständigen Noten der Tagebücher nur kurz die Höhe des Instrumentes angeben. Volle Bestätigung hievon gibt eine gefällige Auskunft des Herrn L. Mayer, Director der k. k. Sternwarte zu Ofen, welche derselbe in Folge einer Anfrage des Herrn Directors K. v. Littrow in einem Schreiben vom 28. October 1854 gibt, worin es unter andern heisst: er erinnere sich, dass nach dem Umbaue der Sternwarte das Barometer im damaligen Rechnungszimmer, der jetzigen Bibliothek, wieder placirt war, bis der Auftrag ertheilt wurde, zu den meteorologischen Beobachtungen sich des Barometers beim Meridiankreise zu bedienen. — Da nun eine Vergleichung dieser beiden Instrumente nicht vorliegt, nehme ich keinen Anstand, dieses Barometer als mit einem constanten Fehler behaftet anzusehen und zu corrigiren. Um die Grösse zu finden, um welche das Wiener Barometer dieser Jahre zu corrigiren sei, benützte ich die Umkehrung der barometrischen Höhenformel. Ihre Unzuverlässigkeit thut hierbei weniger Eintrag, weil man hier von einer

bedeutenden Grösse auf eine kleine schliesst und also der Fehlereinfluss sehr gering wird.

Sieht man den Barometerstand der oberen Station b' als richtig an, so folgt aus

$$u = \log b - \log b'$$

$$du = + \frac{\mu db}{b}$$

also

$$\frac{dh}{h} = + \frac{du}{u} = + \frac{\mu db}{b (\log b - \log b')},$$

woraus

$$db = + \frac{b (\log b - \log b')}{\mu h} \cdot dh = + k dh.$$

Berechnet man nach dieser Formel den Fehler db des Wiener Barometers dieser Jahre, so ergibt sich dieser mit Hilfe

von Kremsmünster	+ 0‴34
„ Krakau	+ 1·37
„ Prag	+ 1·86.

Diese Zahlen stimmen zu wenig, um einiges Vertrauen zu verdienen, indess konnte dies wohl nicht anders erwartet werden, da bei Krakau dh etwa $^2/_3$ von h, bei Prag sogar $^5/_4$ beträgt, also nicht mehr als Differenzial angesehen werden kann. Man muss daher nur den mit Hilfe von Kremsmünster gefundenen Werth von db zur Correction benützen, welcher aber, da Kremsmünster im Allgemeinen die Höhendifferenzen zu klein gibt (worauf wir später zurückkommen), wohl auch zu klein ist. Um doch einen ungefähren Werth dieser Correction zu finden, lege ich den drei gefundenen Werthen Gewichte bei nach Verhältniss der Grösse $\frac{h}{dh}$. So ergibt sich

$$db = 0\text{‴}47.$$

Um diese Zahl sind also die Barometerstände der genannten drei Jahre zu verkleinern, so dass man hat:

Barometer-Mittel		1827	330‴50	statt	330‴97
„	„	1828	30·86	„	31·33
„	„	1829	30·47	„	30·94.

Es wurden übrigens diese drei Jahre nicht weiter berücksichtigt.

Die Daten der Tafel VI zeigen, dass selbst Jahresmittel der Barometer noch keine verlässliche Bestimmung der Höhendifferenz gewähren.

Schliessen wir auch die drei Jahre 1827, 28, 29 gänzlich von unserer Betrachtung aus, ja lassen wir auch noch die beiden J. 1835 und 1836 unberücksichtigt, weil da Wien mit allen drei Stationen so bedeutende Incongruenzen in demselben Sinne gibt, obzwar eine Durchsicht der Beobachtungen keinerlei Fehler in Wien, wo dies doch sein müsste, vermuthen lässt, so finden wir noch immer bei der Höhendifferenz Wien-Kremsmünster das Maximum ($102^{t}8$ im Jahre 1824) von dem Minimum ($87^{t}5$ im Jahre 1831) um $15^{t}3$, d. i. nahe $^{3}/_{20}$ der Höhendifferenz verschieden. Für Wien-Krakau findet man 1831 die Höhendifferenz $8^{t}0$ und 1850 $20^{t}7$, also mehr als $2^{1}/_{2}$mal so gross. Der Unterschied des Maximums und Minimums beträgt $12^{t}7$. Wien-Prag endlich gibt im Jahre 1839 für Prag und Wien nahe gleiche Meereshöhe (Prag höher als Wien um $0^{t}8$), während nach dem Barometermittel des Jahres 1848 Prag um $12^{t}2$ höher liegt als Wien, also das Maximum um $11^{t}4$ grösser als das Minimum.

Ein Gesetz lässt sich aus den hier zu Gebote stehenden Daten nicht ableiten, nur ist zu bemerken, dass die Differenzen der gefundenen und wahren Höhenunterschiede nicht den Gang zufälliger Beobachtungsfehler zeigen, namentlich spricht sich die Abweichung in demselben Sinne durch mehrere auf einander folgende Jahre deutlich aus, so dass man möglicher Weise aus 3—4jährigen Mitteln noch immer keine verlässlichere Höhendifferenz erhält. Man sollte meinen, dass eine Berechnung der Höhendifferenz von Kremsmünster-Krakau, Kremsmünster-Prag u. s. w., kurz eine Berechnung aller möglichen Combinationen der drei Stationen einigen Aufschluss über die Ursachen dieser Abweichung gewähren könnte, man findet jedoch, dass bis auf ganz geringe Unterschiede die mit Hilfe der Barometermittel unmittelbar gefundenen Daten mit jenen stimmen, welche man mittelbar mit Hilfe einer dritten Station ableitet. So z. B. hat man aus obiger Tafel (VI) für das Jahr 1826 Kremsmünster höher als Wien 96·8
Krakau „ „ „ 9·0
also Kremsmünster höher als Krakau 87·8
und aus dem Barometerstande direct 88·0. Auf ähnliche Weise findet man für dasselbe Jahr die Höhendifferenz Kremsmünster-Prag 94·2, während aus den Daten der obigen Tafel 94·3 folgt. Kurz es ist (bei den drei Stationen Wien, Kremsmünster, Krakau) gleichgiltig, ob man die Höhendifferenz zweier derselben aus ihren Barometerständen unmittelbar ableitet, oder die Höhendifferenz derselben mit der

dritten zunächst bestimmt, und daraus mittelbar die gewünschte Höhendifferenz der ersten Orte rechnet. Dass dieses Gesetz nicht für beliebige drei Orte gelten kann, ist klar, und es wäre interessant zur Untersuchung desselben Barometerbeobachtungen auf dem Kamme, und den entgegengesetzten Abdachungen eines bedeutenderen Berges anzustellen.

Wenn man die in Tafel V ausser den Barometermitteln noch gegebenen meteorologischen Elemente betrachtet und ihren so geringen Einfluss auf die Höhendifferenz berücksichtigt, gelangt man zu der Überzeugung, dass weder die Unsicherheit in der Wärmefunction noch die Variation des Dunstdruckes zur Erklärung der so bedeutenden Differenzen ausreichen. In der That um eine Variation von 10 Toisen zu erklären, müsste bei der Höhendifferenz Wien-Kremsmünster, wo noch die $f. (t+t')$ den meisten Einfluss übt, in dieser Function ein Fehler von nahe 60° vorausgesetzt werden.

Als einzige Ursache blieben also nur die Luftströmungen, die Richtung und Stärke des Windes. Wir wollen, so weit es angeht, auch diesen Einfluss einer näheren Untersuchung unterziehen. Kämtz gibt in seinen „Vorlesungen über Meteorologie" (Seite 334) hierüber einige Aufschlüsse. Er findet, dass die aus gleichzeitigen Barometerbeobachtungen, welche er in Halle, und Mädler in Berlin angestellt, abgeleiteten Höhendifferenzen beider Orte nur dann mit den absoluten stimmen, wenn die mittlere Windesrichtung beider Orte, das ist die Resultirende der gleichzeitig in Berlin und Halle herrschenden Winde, mit der Verbindungslinie dieser Orte zusammenfällt, d. h. wenn der Wind aus NNO. oder SSO. kommt. Hat hingegen diese Resultirende eine andere Richtung, so findet man die Differenz zu gross, wenn der Wind aus der ostsüdöstlichen Hälfte des Horizontes weht, und zu klein im entgegengesetzten Falle. Je grösser der Winkel ist, den die Richtung des Windes mit der Halle und Berlin verbindenden Linie bildet, desto grösser wird der Unterschied der absoluten und barometrischen Höhendifferenz, und kann bis auf $\pm$ 6 Toisen wachsen, so dass die beiden Extreme um 12 Toisen aus einander stehen, was einer Linie Luftdruck entspricht. Eine Verschiedenheit der mittleren Windesrichtung der einzelnen Jahre könnte demnach allerdings den grössten Theil der Incongruenz erklären, — wenn sie stattfände.

Dies ist jedoch durchaus nicht der Fall. Es ist nämlich die mittlere Jahresrichtung des Windes einer Station und somit auch das Mittel

(die Resultirende) zweier derselben eine nahezu constante Grösse, wenigstens liegt sie immer auf derselben Seite der Verbindungslinie der zwei betrachteten Orte. Wenn also überhaupt, so muss die Höhendifferenz durch den Einfluss des Windes auf das Barometer jedes Jahr nur durch eine nahe gleiche, constaute Grösse modificirt erscheinen.

Um dieses nachzuweisen, wurde mit Hilfe der von der meteorologischen Centralanstalt in ihren Jahrbüchern veröffentlichten Tafeln der jährlichen Vertheilung der Windesrichtung (für Wien, Jahrbuch der k. k. Centralanstalt, I. Bd. pag, 70; für Kremsmünster pag. 182 und 183; für Prag 145, und für Krakau II. Bd. pag. 195), die mittlere Windesrichtung und Stärke für jede Station mit Hilfe der von Kämtz (Lehrbuch der Meteorol. Bd. I, pag. 165) gegebenen Formeln berechnet. Man findet sie in folgender Tafel VII zusammengestellt, wobei die Windesrichtungen, so wie Kämtz l. c. vorschlägt, ausgedrückt sind, und man, da eine grössere Genauigkeit unnöthig und illusorisch wäre, nur bis auf ganze Grade die Rechnung durchgeführt [1]).

Tafel VII.

Mittlere Richtungen der Winde mit den Daten der Jahrbücher für Meteorologie etc. nach Kämtz's Formeln gerechnet. Kämtz, Lehrb. I, S. 165.

Jahr	Wien		Kremsmünster		Krakau		Prag	
	Richtung	Stärke	Richtung	Stärke	Richtung	Stärke	Richtung	Stärke
1822	S 87°W	24·02	N 29 W	28·65	— — —	—	S 84 W	30·15
23	N 85 W	31·14	N 42 W	33·97	— — —	—	S 74 W	34·21
24	N 77 W	33·32	N 57 W	36·89	— — —	—	S 57 W	26·08
25	N 47 W	31·83	N 56 W	36·06	— — —	—	S 79 W	14·14
26	N 59 W	19·72	N 34 W	30·23	S 54°O	25°81	S 59 W	11·66
27	S 88 W	31·07	N 57 W	36·89	N	14·00	S 72 W	11·53
28	N 88 W	32·02	N 48 W	41·11	N 58 W	24·21	S 82 W	22·20
29	W	29·00	N 12 W	26·68	N 9 W	12·17	S 83 W	17·12
30	N 87 W	24·02	N 65 W	31·78	N 45 W	14·14	S 62 W	21·47
31	S 84 W	30·15	N 3 W	17·03	N 45 W	14·14	S 43 W	21·93
32	S 87 W	27·02	N 51 W	24·21	N 63 W	22·36	S 59 W	19·72
33	S 33 W	25·00	N 57 W	31·91	N 77 W	23·54	S 66 W	17·46

[1]) Die in dem meteorologischen Jahrbuche der Centralanstalt gegebenen Jahresmittel der Windstärke konnten nicht benutzt werden, da es sich hier um die Stärke des resultirenden Windes handelt und nicht um das allgemeine Mittel der Stärke aller Winde.

Jahr	Wien		Kremsmünster		Krakau		Prag	
	Richtung	Stärke	Richtung	Stärke	Richtung	Stärke	Richtung	Stärke
1834	W	24·00	N 63 W	22·36	S 84 W	29·15	S 83 W	26·17
35	W	28·00	N 67 W	28·23	N 87 W	25·02	S 75 W	15·52
36	S 82 W	38·33	N 73 W	31·14	N 83 W	27·17	S 61 W	29·53
37	N 73 W	33·02	N 55 W	15·81	N 41 W	24·08	S 74 W	18·68
38	S 73 W	33·02	N 65 W	14·32	N 49 W	19·85	S 81 W	21·21
39	N 84 W	30·15	N 86 W	18·03	S 87 W	23·02	S 82 W	22·20
40	N 70 W	29·73	N 78 W	29·61	N 83 W	34·23	—	—
41	N 79 W	16·28	N 73 W	20·88	S 84 W	11·05	—	—
42	N 49 W	26·25	N 75 W	23·77	S 78 W	20·40	—	—
43	N 70 W	24·35	N 83 W	45·28	S 81 W	26·31	—	—
44	N 61 W	22·83	N 73 W	25·00	S 87 W	19·03	—	—
45	N 62 W	19·24	N 84 W	48·26	W	18·00	—	—
46	N 60 W	16·12	N 81 W	13·15	S 83 W	18·11	—	—
47	N 67 W	23·77	N 60 W	20·59	N 71 W	12·65	—	—
48	N 74 W	21·84	W	24·00	— — —	—	—	—
49	N 63 W	24·60	N 72 W	31·02	— — —	—	—	—
50	N 51 W	32·02	N 84 W	30·15	— — —	—	—	—
51			S 82 W	24·19	— — —	—	—	—
Mittel	N 59 W	27·78	N 73 W	25·00	N 84 W	20·10	S 74 W	18·68

Bezeichnet nun w und w' den Winkel, den der Wind mit der Nordseite der Mittagslinie bildet (so dass z. B. S 88 $W = 92^0$), an zwei Stationen und a und a' die bezügliche Stärke dieser Winde, so findet man den Winkel W des daraus resultirenden mittleren Windes beider Stationen mit dem Nordende der Mittagslinie mit Hilfe der bekannten Formel:

$$tg\, W = \frac{a \sin w + a' \sin w'}{a \cos w + a' \cos w'}.$$

Hat man nun überdies die Richtung der Verbindungslinie dieser Stationen entweder mit Hilfe eines sphärischsn Dreieckes, dessen Ecken diese Stationen und der Erdpol bilden, berechnet, oder auch, was vollkommen genügt, mit Hilfe eines Transporteurs von einer Landkarte abgenommen, so findet man durch einfache Subtraction den Winkel, unter welchem der Wind auf diese Verbindungslinie auffällt. Die folgende Tafel gibt nun sowohl die mittlere Windesrichtung je zweier Stationen, als auch diesen eben genannten Winkel an. Bei der Berechnung der allgemeinen Mittel wurden nicht die Mittel aus den betreffenden Jahren, sondern die in den Jahrbüchern der Centralanstalt gegebenen, welche aus allen Beobachtungs-Jahren abgeleitet sind, benützt. Daraus ergab sich der scheinbare Widerspruch bei der Station Prag, als

ob die allgemeine mittlere Windesrichtung ausserhalb der Extreme der Jahresmittel fiele. Sucht man, um diesem Widerspruch auszuweichen, die mittlere Windesrichtung Wien's und Prag's der Jahre 1822 — 1829 und hieraus die mittlere Windesrichtung beider Stationen, so erhält man *S* 84 *W* statt wie in der Tafel *N* 78 *W* und als Winkel mit der Verbindungslinie der Stationen 62° statt 44°.

Tafel VIII.

Jahr	Wien - Kremsmünster		Wien - Krakau		Wien - Prag	
	Windesrichtung	Winkel mit Verbindungslinie	Windesrichtung	Winkel mit Verbindungslinie	Windesrichtung	Winkel mit Verbindungslinie
1822	N 58° W	38°			S 86° W	60
23	N 63 W	33			S 85 W	61
24	N 67 W	29			S 83 W	63
25	N 52 W	44			S 62 W	84
26	N 44 W	52	S 82° W	32	S 82 W	64
27	N 89 W	7	N 67 W	63	S 84 W	62
28	N 66 W	30	N 67 W	63	S 60 W	86
29	N 53 W	43	N 69 W	61	S 87 W	59
30	N 75 W	21	N 72 W	58	S 81 W	65
31	N 66 W	30	N 80 W	50	S 88 W	58
32	N 73 W	23	N 79 W	51	S 76 W	70
33	N 79 W	27	S 88 W	38	S 69 W	77
34	N 77 W	19	S 87 W	37	S 87 W	59
35	N 78 W	18	N 89 W	41	S 86 W	60
36	N 87 W	9	S 88 W	42	S 73 W	73
37	N 67 W	29	N 60 W	70	N 85 W	51
38	S 85 W	1	N 86 W	44	S 83 W	63
39	N 85 W	11	N 88 W	42	S 90 W	56
40	N 83 W	13	N 85 W	45	—	—
41	N 76 W	20	N 86 W	44	—	—
42	N 62 W	34	N 72 W	58	—	—
43	N 79 W	17	N 85 W	45	—	—
44	N 68 W	28	N 76 W	54	—	—
45	N 78 W	18	N 76 W	54	—	—
46	N 70 W	26	N 79 W	51	—	—
47	N 65 W	31	N 69 W	61	—	—
48	N 82 W	14			—	—
49	N 68 W	28			—	—
50	N 67 W	29			—	—
					—	—
Mittel .	N 66 W	30	N 70 W	60	N 78 W	44
Richtung	W.-Kremsmst. S 84 W		W.-Krakau N 50 O		W.-Prag N 34 W	

Zur besseren Versinnlichung ist hier eine Zeichnung beigefügt, welche die Lage der drei verglichenen Barometerstationen und die Windesrichtungen angibt in der Weise, dass nicht nur durch die

dickere Linie die mittlere Windesrichtung repräsentirt wird, sondern auch die beiden Extreme durch dünnere Linien dargestellt werden. Die Linien, welche diese Windesrichtungen bezeichnen, sind durch Pfeile an ihren Enden kenntlich gemacht.

Ein flüchtiger Blick auf diese Zeichnung zeigt, dass bei keiner der Stationen die mittlere Jahresrichtung des Windes auf die entgegengesetzte Seite des Horizonts umschlägt. Es müssten also nach der von Kämtz für Halle-Berlin (l. c.) durchgeführten Untersuchung die Höhendifferenzen entweder immer zu gross oder immer zu klein ausfallen (letzteres entschieden bei Wien-Kremsmünster und Wien-Krakau; ersteres wahrscheinlich bei Wien-Prag, da sich wegen der eigenthümlichen Lage dieser Orte aus der von Halle-Berlin nicht mit Gewissheit ein Schluss ziehen lässt). Da nun die Höhendifferenzen in Wirklichkeit bald zu gross, bald zu klein ausfallen, so lassen sich diese Incongruenzen aus den herrschenden Windesrichtungen nach Kämtz nicht erklären [1]).

Vergleicht man nun noch die gefundenen Höhendifferenzen mit den trigonometrischen, so fällt zunächst auf, dass bei Wien-Kremsmünster mit Ausnahme der beanständeten drei Jahre 1827, 1828, 1829 nur noch das Jahr 1824 eine Höhendifferenz gibt, die grösser ist, als die trigonometrisch gefundene, sonst aber sämmtliche Höhendifferenzen Wien-Kremsmünster zu klein ausfallen, natürlich ist eben so die aus dem ein und dreissigjährigen Mittel (1822—1852) abgeleitete Höhendifferenz derselben Orte u. z. um nahe 5 Toisen zu klein.

Da die Vergleichung des Wiener Barometers mit dem Krakauer einen constanten Unterschied nicht anzeigt, so muss derselbe nur im Barometer von Kremsmünster liegen.

Um dieses um so sicherer zu erweisen, wurde die Höhendifferenz Kremsmünster-Krakau mit Hilfe des 25jährigen Mittels (1826—1852) gesucht und 79·05 Toisen (Kremsmünster höher als Krakau) gefunden, während nach andern Bestimmungen 86·11 Toisen folgt; es gibt also auch hier das Kremsmünsterer Barometer die Höhendifferenz zu gering u. z. um 7 Toisen. Daraus folgt, dass das

---

[1]) Und aus demselben Grunde auch nicht nach der Brande's'schen Hypothese, obzwar sie der Kämtz'schen widerspricht. (Beiträge z. Witterungsk. Leipzig 1820, S. 217 ff.)

Barometer in Kremsmünster um etwa 0‴42 zu hohe Stände zeigt. Man kann offenbar einen so hohen constanten Fehler des Barometers nicht annehmen; man ist vielmehr zu der Annahme genöthigt dass der Luftdruck in Kremsmünster in der That etwas grösser sei, als er vermöge der Höhendifferenzen Wien-Kremsmünster, Krakau-Kremsmünster sein sollte, was genau mit der Eingangs erwähnten Hypothese des Hrn. Dr. Fuchs übereinstimmt.

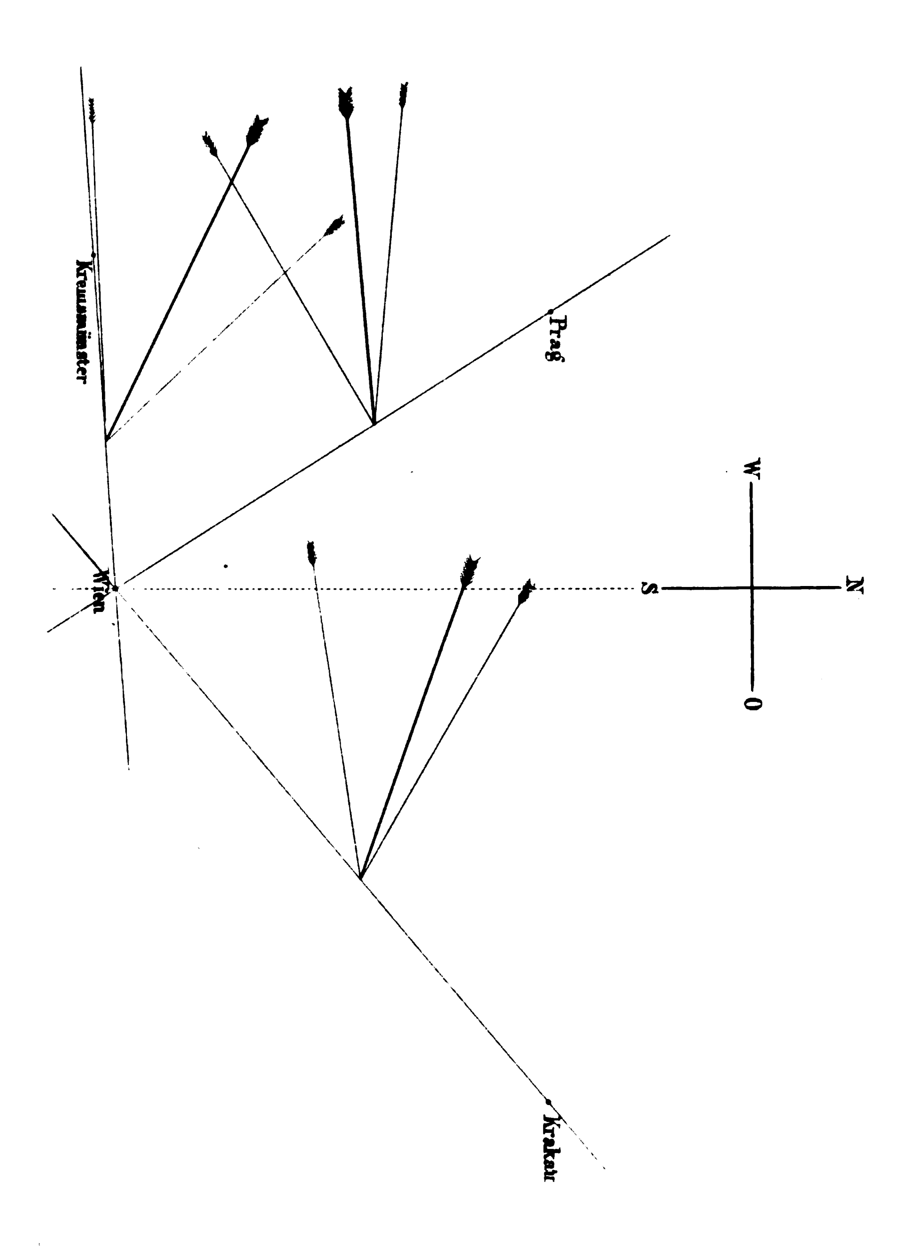
Fassen wir die aus den vorhergegangenen Betrachtungen sich ergebenden Resultate kurz zusammen, so können wir sagen:

1. Höhendifferenzen aus einzelnen Barometer-Beobachtungen abgeleitet, sind durchaus unzuverlässig, und alle Vorsichtsmassregeln reichen nicht aus, um auch nur die Grenzen der Verlässlichkeit angeben zu können.
2. Nimmt man statt einzelner Beobachtungen Mittel, so werden die Grenzen der Unsicherheit allerdings im Allgemeinen enger, jedoch ohne dass mit einer Verlängerung der Beobachtungsperiode auch eine Verbesserung der Höhendifferenz erfolgen müsste, und selbst Jahresmittel, ja Mittel mehrerer auf einander folgender Jahre gewähren noch lange nicht die Sicherheit trigonometrischer Messungen.
3. Die Ursachen der grossen Varianten liegen nicht, oder doch nur theilweise in der Unkenntniss des Ganges der Temperatur, nicht in dem Dunstgehalte der Atmosphäre, nicht in dem Gange der Winde in den unteren Schichten der Luft, wenigstens nicht nach der Kämtz'schen und Brandes'schen Hypothese, selbst die allerdings unzweifelhaft erwiesene Abhängigkeit von den Tages- und Jahreszeiten reicht zu ihrer Erklärung lange nicht aus; — kurz man kennt die hier wirkenden Momente nicht, und es müssten grössere Reihen eigens hiezu angestellter Beobachtungen einer Untersuchung unterzogen werden um hierüber weitere Aufschlüsse zu geben, wobei man so weit es möglich auf die verschiedene Richtung des Windes in den verschiedenen über einander liegenden Schichten der Atmosphäre besonders Rücksicht zu nehmen hätte.

Wir müssen uns begnügen blos auf die grosse Unzuverlässigkeit barometrischer Höhenmessungen aufmerksam gemacht zu haben.

Zum Schlusse erlauben wir uns noch eine Bemerkung über das allgemeine Barometermittel Wiens. Bei der Vergleichung dieses

allgemeinen Mittels des Luftdruckes, das man nach Triesnecker auf 27"552 = 330"624 Par. M. anzusetzen pflegt mit den Jahresmitteln der Jahre 1823 — 1853 schien es wahrscheinlich, dass dieses Mittel zu gross angenommen sei. Als bald darauf die meteorologische Centralanstalt das sehr verdienstliche Werk der Sichtung und Veröffentlichung der meteorologischen Beobachtungen verschiedener Orte Österreichs unternahm, fand sie aus der ganzen Reihe der Beobachtungen vom J. 1775 angefangen den mittleren Barometerstand 27"556 = 630"672 Par. M., also nahezu genau übereinstimmend mit Triesnecker. Nichts desto weniger war gerade die so übersichtliche Art der Zusammenstellung der Daten nur geeignet mich in der früheren Ansicht zu bestärken. Auf S. 40, Bd. I der Jahrbücher der meteorologischen Centralanstalt findet man nämlich die Jahresmittel in der letzten Columne durch ihre Differenz mit dem allgemeinen Mittel dargestellt, und es muss sogleich auffallen, dass vom Jahre 1823 an diese Differenzen fast durchwegs negativ sind. Welche Vorstellung man nun auch mit dem allgemeinen Mittel verbinden mag — immer bleibt es sehr schwer anzunehmen, dass in einer Periode von 31 Jahren, selbst wenn man die Correction der beanständeten drei Jahre nicht gelten lassen wollte, die Jahresmittel des Barometers nur sechsmal über, sonst fortwährend unter dem allgemeinen Mittel stehen sollten. Man kann nur annehmen, dass das allgemeine Mittel keine constante Grösse u. z. gegenwärtig in Wien im Abnehmen begriffen, oder, dass das gewöhnlich als richtig angenommene Mittel nicht genau sei. Die erst berührte Annahme einer Variation des allgemeinen Mittels, welche auch Humboldt nach den Carlini'schen Beobachtungen für nicht unwahrscheinlich hält (Ansichten der Natur. Bd. II, Note 14 zu „Ideen zu einer Physiognomik der Gewächse") ist eine Hypothese die nur aus vollkommen zuverlässigen Beobachtungen erschlossen werden darf. Nun ist allerdings das allgemeine Barometer-Mittel Wien's aus einer langen Reihe von Beobachtungen abgeleitet, aber bis in den September 1822 waren jene Beobachtungen an Instrumenten angestellt, die wenig Anspruch auf Genauigkeit machen konnten; ja es wurde viele Jahre hindurch nicht einmal ein inneres Thermometer abgelesen. Die von der meteorologischen Centralanstalt veröffentlichten Mittel sind zwar so gut es anging mit Hilfe jener Jahre, in denen ein inneres Thermometer abgelesen wurde, corrigirt, es ist jedoch klar,


Kremsmünster
Prag
Wien
Krakau
W
S
N
O

dass eine solche Correction nicht genau sein kann, auch abgesehen davon, dass die damaligen Localitäten der Sternwarte eine oftmalige Änderung des Ortes des Barometers sehr wahrscheinlich machen. Es scheint mir also gerathener das allgemeine Mittel aus den Jahresmitteln der letzten 31 Jahre allein abzuleiten.

Aus diesen 31 Jahren (1823—1853) findet man den mittleren Barometerstand Wien's in der Meereshöhe von 95·41 Toisen (101·7 W. Fuss über dem mittleren Spiegel der Donau) gleich 330‴290 = 27"524 Par. M., wenn die oft genannten vier Jahre corrigirt, oder 330‴335 = 27"528 Par. M., wenn man jene Correction nicht gelten lassen will; also im ersten Falle 0‴38 im letzten 0‴34 kleiner als die dafür gewöhnlich angenommene Zahl.

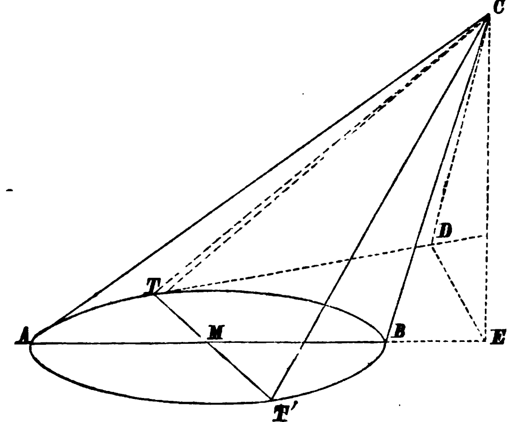
Die Complanation des schiefen Kegels durch Vermittelung der Integrale $\int d\varphi \sin^{2n}\varphi\,(1-k\sin^2\varphi)^m$ und $\int d\varphi \cos^{2n}\varphi\,(1-k.\cos^2\varphi)^m$ und Auflösung dieser Integrale in trigonometrische, durch einen stäten logarithmischen Calcul berechenbare Factoren.

Von **Karl Schönbichler.**

(Vorgelegt in der Sitzung vom 26. April 1855.)

I.

Es sei *ABC* (Fig. 1) der Durchschnitt eines schiefen Kegels, durch seine Spitze, den Mittelpunkt seiner Grundfläche und senkrecht auf diese gedacht.



Der Halbmesser seiner Grundfläche (eines Kreises) sei $AM = MT = a$, seine Höhe $CE = h$ und die Entfernung des Mittelpunktes M von der Projection E der Spitze, $ME = e$; ferner sei TMA ein veränderlicher Winkel $= \varphi$; so ist das unendlich kleine Dreieck, dass seine Grundlinie an der Peripherie in T und seine Spitze in C hat $= \frac{a}{2}\, d\varphi \sqrt{h^2 + (a + e \,.\, \cos\varphi)^2}$.

Denn, ist TD eine Tangente zu dem Punkte T und DE senkrecht auf diese in der Ebene der Grundfläche, so ist $DE = a + e \cdot \cos\varphi$, mithin die Höhe des unendlich kleinen Dreiecks

$$DC = \sqrt{h^2 + (a + e \cdot \cos\varphi)^2}$$

und die halbe Grundlinie bei $T = \frac{a \cdot d\varphi}{2}$.

Werden dagegen, die Winkel von der kleinsten Seite BC des Kegels angefangen, gemessen und heisst $BMT' = \varphi$, so ist der Flächeninhalt des unendlich kleinen Dreieckes an der Grundlinie T

$$= \frac{a \cdot d\varphi}{2} \sqrt{h^2 + (a - e \cdot \cos\varphi)^2}.$$

Die Oberfläche eines jeden Mantelstückes, an der grössten sowohl als an der kleinsten Seite des schiefen Kegels, wie z. B. das Stück ATC ist daher durch das Integral

$$\frac{a}{2}\int d\varphi \sqrt{h^2 + (a \pm e \cos\varphi)^2} \tag{1}$$

dargestellt.

Will man nun dieses Integral, so wie es ist, durch den binomischen oder polinomischen Lehrsatz in eine Reihe verwandeln und diese, entweder nach den Potenzen von $\cos\varphi$ oder auch nach den Sinusen der Vielfachen von φ ordnen, so wird diese Reihe nicht nur ein sehr unklares Fortgangsgesetz enthalten, sondern der Beweis ihrer Convergenz wird sehr schwierig, wo nicht gar unmöglich.

Um ein klares Fortgangsgesetz und eine vollständig convergirende Reihe zu erhalten, setze man

$$\int d\varphi \sqrt{h^2 + (a + e \cos\varphi)^2} = \int d\varphi \sqrt{h^2 + \left(a + e\left(1 - 2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right)\right)} \tag{2}$$

und

$$\int d\varphi \sqrt{h^2 + (a - e \cos\varphi)^2} = \int d\varphi \sqrt{h^2 + \left(a - e\left(2 \cos^2\frac{\varphi}{2} - 1\right)\right)}. \tag{3}$$

Aus der Formel 2 erhält man für $s^2 = h^2 + (a + e)^2$; $k^2 = \frac{(a+e)}{s^2}$ und $k' = \frac{e}{a+e}$

$$s\int d\varphi \sqrt{1 - k^2\, 4k' \sin^2\frac{\varphi}{2}\left(1 - k' \sin^2\frac{\varphi}{2}\right)}. \tag{4}$$

Aus der Formel 3 dagegen für dieselben Werthe von s, k und k'

$$s\int d\varphi \sqrt{1 - k^2\, 4k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2}\left(1 - k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2}\right)}. \tag{5}$$

Der Kürze wegen nenne man noch, sowohl $4k'\, sin^2 \frac{\varphi}{2}\left(1 - k'\, sin^2 \frac{\varphi}{2}\right)$ als auch $4k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2}\left(1 - k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2}\right)$ durch den Ausdruck $f\varphi$, so hat man allgemein

$$\int d\varphi \sqrt{h^2 + (a \pm e\, cos\,\varphi)^2} = s\int d\varphi \sqrt{1 - k^2 f\varphi}. \tag{6}$$

In dieser Wurzel $\sqrt{1 - k^2 f\varphi}$ ist k^2 ein echter constanter, und $f\varphi$ ein echter veränderlicher, positiver Bruch.

Dass $k^2 = \frac{(a+e)^2}{s^2} = \frac{(a+e)^2}{h^2 + (a+e)^2}$ ein echter, constanter, positiver Bruch ist, bedarf keines Beweises. Dass aber, sowohl $f\varphi = 4k'\, sin^2 \frac{\varphi}{2}\left(1 - k'\, sin^2 \frac{\varphi}{2}\right)$ als auch $f\varphi = 4k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2}\left(1 - k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2}\right)$ ein echter positiver Bruch sein muss, lässt sich folgenderweise zeigen: Weil $\frac{e}{a+e} = k'$ ein echter positiver Bruch ist, so ist auch sowohl $k'\, sin^2 \frac{\varphi}{2}$ als auch $k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2}$ jeder ein echter positiver Bruch, und es ist erlaubt $k'\, sin^2 \frac{\varphi}{2} = sin^2 \frac{\psi}{2}$ oder auch $k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2} = sin^2 \frac{\psi}{2}$ zu setzen, dadurch wird

$$f\varphi = 4\, sin^2 \frac{\psi}{2}\left(1 - sin^2 \frac{\psi}{2}\right) = 4\, sin^2 \frac{\psi}{2}\, cos^2 \frac{\psi}{2}; \tag{7}$$

es ist aber allgemein $2\, sin \frac{\psi}{2}\, cos \frac{\psi}{2} = sin\,\psi$, mithin

$$f\varphi = sin^2\psi = 4k'\, sin^2 \frac{\varphi}{2}\left(1 - k'\, sin^2 \frac{\varphi}{2}\right), \tag{8}$$

oder auch

$$f\varphi = sin^2\psi = 4k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2}\left(1 - k'\, cos^2 \frac{\varphi}{2}\right). \tag{9}$$

Aber $sin^2\psi$ ist in jedem Falle ein echter positiver Bruch, wenn auch für irgend einen Werth von φ die Function $sin\,\psi$ ein negativer Bruch sein sollte.

II.

Wenn $f\varphi$ für jeden Werth von φ ein echter positiver Bruch bleibt, so lässt sich das Integral $\int d\varphi \sqrt{1-k^2 f\varphi}$ immer durch eine convergirende Reihe berechnen sobald auch k ein echter Bruch und $\int d\varphi (f\varphi)^m$ ein angebliches Integral ist.

Denn es ist:

$$\sqrt{1-k^2 f\varphi} = 1 - \frac{1}{2} k^2 f\varphi - \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4} k^4 (f\varphi)^2 - \frac{1\cdot 1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 6} k^6 (f\varphi)^3 -$$

also auch

$$(10) \quad \int d\varphi \sqrt{1-k^2 f\varphi} = \int d\varphi - \frac{1}{2} k^2 \int d\varphi f\varphi - \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4} k^4 \int d\varphi (f\varphi)^2 - \dots \\ \dots \frac{1.1.3 \dots 2m-3}{2.46 \dots\dots 2m} k^{2m} \int d\varphi (f\varphi)^m - . -$$

wo sämmtliche Integrale für $\varphi = 0$ verschwinden sollen. Was nun auch das Integral $\int d\varphi (f\varphi)^m$ sein mag, so lässt es sich als eine Summe unendlich kleiner Elemente, immer durch die Reihe ausdrücken:

$$(11) \quad \int d\varphi (f\varphi)^m = d\varphi (f\varphi')^m + d\varphi (f2\varphi')^m + d\varphi (f3\varphi')^m \dots\dots \\ + d\varphi (fr\varphi')^m,$$

in welcher φ' die beständige unendlich kleine Zunahme von φ bedeutet und r unendlich gross werden kann, so dass $r\varphi' = \varphi$ wird. Man multiplicire $d\varphi (fr\varphi')^m$ mit $(fr\varphi')$ und entwickle aus dem allgemeinen Glied $d\varphi (fr\varphi')^m (fr\varphi')$ indem man statt r die natürlichen Zahlen einführt die Reihe

$$(12) \quad d\varphi (f\varphi')^m (f\varphi') + d\varphi (f2\varphi')^m (f2\varphi') + d\varphi (f3\varphi')^m (f3\varphi') + \dots \\ = d\varphi (f\varphi')^{m+1} + d\varphi (f2\varphi')^{m+1} + d\varphi (f3\varphi')^{m+1} + \dots \\ = \int d\varphi (f\varphi)^{m+1}.$$

Ich behaupte dass die Summe der Reihe 12 nämlich $\int d\varphi (f\varphi)^{m+1}$ kleiner sein wird als die Summe der Reihe 11 des Integrals $\int d\varphi (f\varphi)^m$. Denn, wenn was immer für positiver Werth $d\varphi (f\varphi)^m$ mit einem echten positiven Bruch [was $(f\varphi)$ für jeden Werth von φ sein soll] multiplicirt wird, so wird das Product $d\varphi (f\varphi)^{m+1}$ positiv aber kleiner sein als $d\varphi (f\varphi)^m$ war, es ist daher

$$d\varphi\,(f\ \varphi')^m > d\varphi\,(f\ \varphi')^{m+1}$$
$$d\varphi\,(f2\varphi')^m > d\varphi\,(f2\varphi')^{m+1}$$
$$d\varphi\,(f3\varphi')^m > d\varphi\,(f3\varphi')^{m+1}$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$d\varphi\,(fr\varphi')^m > d\varphi\,(fr\varphi')^{m+1}$$

mithin ist auch, da alle diese Ausdrücke positiv sind, die Summe aller linksstehenden grösser als die Summe aller rechtsstehenden Glieder, d. i. $\int d\varphi\,(f\varphi)^m > \int d\varphi\,(f\varphi)^{m+1}$ und dieses gilt für jeden ganzen positiven Werth von m, auch für $m = o$, so dass $\int d\varphi = \varphi$ grösser ist als jedes Integral $\int d\varphi\,(f\varphi)\,;\ \int d\varphi\,(f\varphi)^2;\ \int d\varphi\,(f\varphi)^3$ u. s. w.

Es sind also die Ausdrücke

$$\frac{\int d\varphi\,(f\varphi)}{\varphi}\,;\ \frac{\int d\varphi\,(f\varphi)^2}{\varphi}\,;\ \frac{\int d\varphi\,(f\varphi)^3}{\varphi}\ \ldots\ldots\ \frac{\int d\varphi\,(f\varphi)^m}{\varphi}$$

lauter echte positive Brüche und weil die Zähler dieser Brüche fort und fort abnehmen, so sind sie überdies abnehmende (kleiner werdende) echte positive Brüche, da nun

$$1 - \frac{1}{2}k^2 - \frac{1.1}{2.4}k^4 - \frac{1.1.3}{2.4.6}k^6 - \ldots\ldots \tag{13}$$

ganz gewiss für jeden echten Bruch k eine convergirende Reihe ist, die sich immer mehr ihrem rechten Werth $\sqrt{1-k^2}$ nähert, so wird um so mehr die in 10 ersichtliche Reihe

$$\varphi\Big[1 - \frac{1}{2}k^2\frac{\int d\varphi\,(f\varphi)}{\varphi} - \frac{1.1}{2.4}k^4\frac{\int d\varphi\,(f\varphi)^2}{\varphi} - \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ \frac{1.1.3\ldots\ldots 2m-3}{2.4.6\ldots\ldots\ldots 2m}k^{2m}\frac{\int d\varphi\,(f\varphi)^m}{\varphi}\Big] \tag{14}$$

eine Reihe sein, die gegen ihren rechten Werth $\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2 f\varphi}$ noch schneller convergirt als die Reihe 13 gegen $\sqrt{1-k^2}$.

Es erhellet hieraus, dass φ der grössere und $\varphi\sqrt{1-k^2}$ der kleinere unter zweien Grenzwerthen sind, zwischen welchen der rechte Werth des Integrals $\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2 f\varphi}$ liegen muss.

Setzt man in der Reihe 14 statt $f\varphi$ die Werthe aus den Formeln 8 und 9, die beide echte Brüche sind, so wird jede der zwei folgenden Reihen

$$(15)\qquad \varphi\left[1-\frac{1}{2}k^2\frac{4k'}{\varphi}\int d\varphi\,sin^2\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\,sin^2\frac{\varphi}{2}\right)-\ldots\right.$$
$$\left.\ldots\cdot\frac{1.1.3\ldots\ldots 2m-3}{2.4.6\ldots\ldots 2m}k^{2m}\frac{4^m k'}{\varphi}\int d\varphi\,sin^{2m}\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\,sin^2\frac{\varphi}{2}\right)^m\right]$$

$$(16)\qquad \varphi\left[1-\frac{1}{2}k^2\frac{4k'}{\varphi}\int d\varphi\,cos^2\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\,cos^2\frac{\varphi}{2}\right)-\ldots\ldots\right.$$
$$\left.\ldots-\frac{1.1.3\ldots\ldots 2m-3}{2.4.6\ldots\ldots 2m}k^{2m}\frac{4\,k'^m}{\varphi}\int d\varphi\,cos^{2m}\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\,cos^2\frac{\varphi}{2}\right)^m\right]$$

eine vollständig convergirende.

Nach 1 und 6 gibt daher die Reihe 15 wenn sie noch mit $\frac{as}{2}$ multiplicirt wird, stäts einen berechenbaren Werth für die Oberfläche eines schiefen Kegelstückes an seiner grössten Seite (wie *ATC*, Fig. 1), und eben so gibt die Reihe 16 einen solchen für die Oberfläche eines Stückes an der kleinsten Seite des schiefen Kegels (wie *BT'C*, Fig. 1).

Bevor ich zu einer Entwickelungs-Methode der Integrale

$$\int d\varphi\,sin^{2m}\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\,sin^2\frac{\varphi}{2}\right)^m \text{ und } \int d\varphi\,cos^{2m}\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\,cos^2\frac{\varphi}{2}\right)^m$$

schreite, will ich noch zwei ziemlich nahe liegende Grenzwerthe der Reihen 15 und 16 angeben.

Es ist nämlich, für $k^2=1$, bezüglich der Reihe 15

$$\int d\varphi\sqrt{1-k^2 f\varphi}=\int d\varphi\sqrt{1-k^2 4k'\,sin^2\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\,sin^2\frac{\varphi}{2}\right)}$$
$$=\int d\varphi\sqrt{1-f\varphi}=\int d\varphi\left(1-2k'\,sin^2\frac{\varphi}{2}\right)$$

also auch, nach 10

$$(17)\qquad \int d\varphi-2k'\int d\varphi\,sin^2\frac{\varphi}{2}=\int d\varphi-\frac{1}{2}\int d\varphi(f\varphi)-\frac{1.1}{2.4}\int d\varphi\,(f\varphi)^2\ldots.$$

hieraus folgt:

$$2k'\int d\varphi\,sin^2\frac{\varphi}{2}=\frac{1}{2}\int d\varphi f\varphi+\frac{1.1}{2.4}\int d\varphi\,(f\varphi)^2+\frac{1.1.3}{2.4.6}\int d\varphi\,(f\varphi)^3+\ldots$$

Man multiplicire die ganze Gleichung mit $\frac{k^2}{\varphi}$ so bleibt

$$(18)\qquad \frac{2k'k^2}{\varphi}\int d\varphi\,sin^2\frac{\varphi}{2}=\frac{1}{2}\frac{k^2}{\varphi}\int d\varphi f\varphi+\frac{1.1}{2.4}\frac{k^2}{\varphi}\int d\varphi\,(f\varphi)^2+$$
$$+\frac{1.1.3}{2.4.6}\frac{k^2}{\varphi}\int d\varphi(f\varphi)^3+$$

wenn man aber das zweite Glied der Reihe, nämlich $\frac{1.1}{2.4}\frac{k^2}{\varphi}\int d\varphi(f\varphi)^2$ noch mit k^2, das dritte mit k^4, das vierte mit k^6 u. s. w. multiplicirt, so wird, wenn k^2 ein echter positiver sein sollte aus der Reihe 18

$$2\frac{k^2}{\varphi}k'\int d\varphi \sin^2\frac{\varphi}{2} > \frac{1}{2}\frac{k^2}{\varphi}\int d\varphi f\varphi + \frac{1.1}{2.4}\frac{k^4}{\varphi}\int d\varphi (f\varphi)^2 + \\ + \frac{1.1.3}{2.4.6}\frac{k^6}{\varphi}\int d\varphi (f\varphi)^3 + . \tag{19}$$

Man führe in das erste Glied der rechtsstehenden Reihe der Formel 19, statt $f\varphi$ seinen Werth $=4k'\sin^2\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\sin^2\frac{\varphi}{2}\right)$ ein, so wird dieses:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\frac{k^2}{\varphi}\int d\varphi f\varphi &= \frac{1}{2}\cdot\frac{k^2}{\varphi}4k'\int d\varphi \sin^2\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\sin^2\frac{\varphi}{2}\right) \\ &= 2\frac{k^2k'}{\varphi}\int d\varphi \sin^2\frac{\varphi}{2} - 2\frac{k^2k'}{\varphi}\int d\varphi \sin^4\frac{\varphi}{2}.\end{aligned} \tag{20}$$

Es ist also der erste Theil des ersten Gliedes der Reihe 19 grösser als die ganze Reihe zusammengenommen.

Da nun beide Theile des ersten Gliedes zusammen, oder das ganze erste Glied (20) offenbar kleiner als die ganze, lauter positive Glieder enthaltende, Reihe ist: so sind durch das erste Glied allein zwei Grenzen des rechten Werthes der Reihe 19 geboten.

Es ist daher auch $\varphi s\left[1-2\frac{k^2}{\varphi}k'\int d\varphi \sin^2\frac{\varphi}{2}\right]$ der kleinere und

$$\varphi s\left[1-2\frac{k^2k'}{\varphi}\int d\varphi \sin^2\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\sin^2\frac{\varphi}{2}\right)\right]$$

der grössere Werth, zwischen welchen beiden der rechte des Integrals $\int d\varphi\sqrt{h^2+(a+e\cos\varphi)^2}$ liegt, denn die eben betrachtete Reihe der Formel 19 ist dieselbe wie die in 15. Ebenso findet man dass

$$\varphi s\left[1-2k^2\frac{k'}{\varphi}\int d\varphi \cos^2\frac{\varphi}{2}\right]$$

der kleinere, und

$$\varphi s\left[1-k^2\frac{k'}{\varphi}\int d\varphi \cos^2\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\cos^2\frac{\varphi}{2}\right)\right]$$

der grössere Grenzwerth ist, zwischen welchen der rechte Werth des Integrals

$$s\int d\varphi\sqrt{1-k^2 4k'\cos^2\frac{\varphi}{2}\left(1-k'\cos^2\frac{\varphi}{2}\right)} = \\ \int d\varphi\sqrt{h^2+(a-a\cos\varphi)^2}$$

fallen muss.

Diese Grenzwerthe fallen um so näher zusammen, je kleiner der Bruch $k' = \frac{e}{a+e}$ wird, also je kleiner die Excentricität des Kegels ist.

III.

Bei näherer Entwickelung des allgemeinen Gliedes der Reihen 15 und 16 leistet, was Zeit- und Müh-Ersparniss im numerischen Calcul betrifft, eine Zerfällung der Hilfsintegrale $\int d\varphi \sin^{2m}\varphi$ und $\int d\varphi \cos^{2m}\varphi$ in Factoren, die sich einer stäten logarithmischen Behandlung unterwerfen lassen, vorzügliche Dienste. Man setze zu diesem Ende

$$\int d\varphi \sin^{2m}\varphi = \varphi . f(1) . f(2) . f(3) \dots . f(r) . f(r+1) \dots f(m),$$

und betrachte dieses Integral als ein Product aus dem Factor φ, und m anderer Factoren, welche Functionen ihres Indexes und von φ sein werden. Ist unter diesen Factoren der r^{te} gefunden, so findet man den $(r+1)^{ten}$ durch folgenden Satz.

Wenn $\int d\varphi \sin^{2m}\varphi = \varphi . f(1) . f(2) . f(3) .. f(r) . f(r+1) .. f(m)$ unter der Bedingung ist, dass für jeden ganzen positiven Werth von r der zwischen 0 und m liegt $\int d\varphi \sin^{2r} = f(r) \int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi$, und bei jedem bestimmten Werth der Veränderlichen φ innerhalb des ersten Quadranten $f(r) = \frac{2r-1}{2r}\cos^2\psi$ gesetzt werden kann, so ist

$$f(r+1) = \frac{2r+1}{2r+2}\left(1 - \frac{2r}{2r+1}\sin^2\varphi \tang^2\psi\right).$$

Denn, nach dem Fundamental-Integral $\int dxy = xy - \int dyx$ findet man $\int d\varphi \sin^{2r}\varphi = \int d\varphi \sin\varphi . \sin^{2r-1}\varphi$

$$= -\cos\varphi \sin^{2r-1}\varphi + (2r-1)\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi \cos^2\varphi .$$

$$= -\cos\varphi \sin^{2r-1}\varphi + (2r-1)\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi (1 - \sin^2\varphi)$$

und hieraus, wenn man die Glieder nach den gleichen Exponenten ordnet

$$\int d\varphi \sin^{2r}\varphi = \frac{2r-1}{2r}\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi - \frac{1}{2r}\cos\varphi \sin^{2r-1}\varphi,$$

welches sich auch schreiben lässt

$$(21) \quad \int d\varphi \sin^{2r}\varphi = \frac{2r-1}{2r}\left(1 - \frac{1}{2r-1}\,\frac{\cos\varphi . \sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi}\right)\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi .$$

Es soll aber (nach der Bedingung des Satzes) auch sein

$$\int d\varphi \sin^{2r}\varphi = f(r)\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi \tag{22}$$

mithin aus 21 und 22

$$f(r)\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi = \frac{2r-1}{2r}\left(1-\frac{1}{2r-1}\frac{\cos\varphi\,.\,\sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi}\right)\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi \tag{23}$$

und

$$f(r) = \frac{2r-1}{2r}\left(1-\frac{1}{2r-1}\frac{\cos\varphi \sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi}\right). \tag{24}$$

Man setze in diese Formel $(r+1)$ statt r so wird

$$f(r+1) = \frac{2r+1}{2r+2}\left(1-\frac{1}{2r+1}\frac{\cos\varphi\,.\,\sin^{2r+1}\varphi}{\int d\omega \sin^{2r}\varphi}\right) \tag{25}$$

und wenn man statt $\int d\varphi \sin^{2r}\varphi$ den Werth $f(r)\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi$ aus der Gleichung 22 in die Gleichung 25 bringt

$$\begin{aligned} f(r+1) &= \frac{2r+1}{2r+2}\left(1-\frac{1}{2r+1}\frac{\cos\varphi \sin^{2r+1}\varphi}{f(r)\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi}\right) \\ &= \frac{2r+1}{2r+2}\left(1-\frac{1}{2r+1}\frac{\sin^2\varphi}{f(r)}\cdot\frac{\cos\varphi \sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi}\right). \end{aligned} \tag{26}$$

Nun setze man es sei $f(r) = \frac{2r-1}{2r}\cos^2\psi$ und bringe diesen Werth in die Gleichung 26, so wird

$$f(r+1) = \frac{2r+1}{2r+2}\left(1-\frac{2r}{2r+1}\frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\psi}\cdot\frac{1}{2r-1}\frac{\cos\varphi\,.\,\sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi}\right) \tag{27}$$

und wenn man denselben Werth für $f(r)$ in die Gleichung 24 setzt

$$\frac{2r-1}{2r}\cos^2\psi = \frac{2r-1}{2r}\left(1-\frac{1}{2r-1}\frac{\cos\varphi \sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi}\right)$$

mithin

$$\cos^2\psi = 1-\frac{1}{2r-1}\frac{\cos\varphi \sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi} \tag{28}$$

und

$$\sin^2\psi = \frac{1}{2r-1}\frac{\cos\varphi \sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi \sin^{2r-2}\varphi} \tag{29}$$

welcher letzte Ausdruck in die Gleichung 27 gesetzt, ergibt:

$$f(r+1) = \frac{2r+1}{2r+2}\left(1 - \frac{2r}{2r+1}\,\frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\psi}\,.\,\sin^2\psi\right)$$

$$(30) \qquad = \frac{2r+1}{2r+2}\left(1 - \frac{2r}{2r+1}\,\sin^1\varphi\;\mathrm{tang}^2\psi\right)$$

was immer stattfinden wird, sobald es erlaubt ist $f(r) = \frac{2r}{2r-1}\cos^2\psi$ zu setzen. Das ist aber erlaubt bei jedem Werthe von φ innerhalb des ersten Quadrates. Denn jedes Integral $\int d\varphi\,\sin^{2r}\varphi$ und auch $\int d\varphi\,\sin^{2r-2}\varphi$ ist für jeden Werth φ positiv, wenn r einen ganzen positiven Werth hat; es ist also in der Gleichung 22 jedes Glied mithin auch $f(r)$ positiv; mithin ist auch die Gleichung 24 aus lauter positiven Gliedern: denn es ist in ihr $\frac{2r-1}{2r}$ für jeden ganzen Werth von r positiv, also ist auch der andere Factor

$$\left(1 - \frac{1}{2r-1}\,\frac{\cos\varphi\,\sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi\,\sin^{2r-2}\varphi}\right)$$

positiv; wenn aber das der Fall ist, so muss $\frac{1}{2r-1}\,\frac{\cos\varphi\,\sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi\,\sin^{2r-2}}$ entweder negativ, oder es muss positiv und kleiner als 1 sein. Negativ kann aber dieser Ausdruck nicht sein, weil jeder Factor desselben positiv wird, sobald $\varphi < 90^0$ und r positiv und eine ganze Zahl ist, so zwar dass $(2r-1)$, dann $\cos\varphi$, dann $\sin^{2r-1}\varphi$ und eben so $\int d\varphi\,\sin^{2r-2}\varphi$ jedes für sich positiv wird. Es ist also $\frac{1}{2r-1}\,\frac{\cos\varphi\,\sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi\,\sin^{2r-2}\varphi}$ unter den bedingten Werthen von r und φ immer positiv und muss dabei kleiner als 1 sein. Es ist also $\frac{1}{2r-1}\,\frac{\cos\varphi\,\sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi\,\sin^{2r-2}\varphi}$ ein echter positiver Bruch und kann $= \sin^2\psi$ gesetzt werden, wobei sich jederzeit ein Bogen ψ denken oder finden lässt, welcher der Gleichung $\sin^2\psi = \frac{1}{2r-1}\,\frac{\cos\varphi\,.\sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi\,\sin^{2r-2}\varphi}$ Genüge leistet. Sonach ist aber $1 - \frac{1}{2r-1}\,\frac{\cos\varphi\,\sin^{2r-1}\varphi}{\int d\varphi\,\sin^{2r-2}\varphi} = \cos^2\psi$ und (man siehe die Gleichung 24)

$$(31) \qquad f(r) = \frac{2r-1}{2r}\cos^2\psi.$$

Weil daher zum Bestand der Factorenreihe

$$\int d\varphi \, . \, sin^{2m}\varphi = \varphi \, . \, f(1) \, . \, f(2) \, . \, f(3) \ldots f(r) \, . \, f(r+1) \ldots \ldots f(m)$$

für jeden ganzen positiven Werth von r zwischen o und m immer $\int d\varphi \, sin^{2r}\varphi = f(r) \int d\varphi \, sin^{2r-2}\varphi$, und bei jedem bestimmten Winkel φ innerhalb des ersten Quadranten $f(r) = \frac{2r-1}{2r} cos^2 \psi$ wirklich gesetzt werden kann, so ist auch erwiesen:

$$f(r+1) = \frac{2r+1}{2r+2}\left(1 - \frac{2r}{2r+1} sin^2\varphi \, tang^2\psi\right). \qquad (32)$$

Weil $\int d\varphi \, sin^2 \varphi = \frac{1}{2}\varphi\left(1 - \frac{sin\,2\varphi}{2\varphi}\right)$ und $\frac{sin\,2\varphi}{2\varphi}$ sowohl eine Function von 2φ als auch für jeden Werth φ innerhalb des ersten Quadranten ein echter positiver Bruch ist, so setze man $\frac{sin\,2\varphi}{2\varphi} =$ $= sin^2 (2\varphi)_2$ also $1 - \frac{sin\,2\varphi}{2\varphi} = cos^2 (2\varphi)_2$ und $\int d\varphi \, sin^2\varphi =$ $= \frac{1}{2}\varphi\left(1 - \frac{sin\,2\varphi}{2\varphi}\right) = \frac{1}{2}\varphi \, . \, cos^2(2\varphi)_2$ so wird das Symbol $(2\varphi)_2$ einerseits einen Winkel oder natürlichen Kreisbogen vorstellen, der eine Function von 2φ ist, andererseits aber wird es in dem rechts angehängten Stellenzeiger 2 den Exponenten desjenigen Integrals anfweisen, als dessen letzter veränderlicher Factor $cos^2(2\varphi)_2$ zu betrachten ist. Consequent erscheint im Integral mit dem Exponenten $2r$, nämlich in $\int d\varphi \, sin^{2r}\varphi$, der Factor $cos^2(2\varphi)^{2r}$ als der letzte veränderliche, sobald (in der Bedingungsgleichung 31) $cos^2(2\varphi)_{2r}$ statt $cos^2\psi$ also $f(r) = \frac{2r-1}{2r} cos^2\psi = \frac{2r-1}{2r} cos^2 (2\varphi)_{2r}$ gesetzt, und durch Einführung der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 .... für r die Functionen $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ .... entwickelt werden; denn sonach wird

$$\int d\varphi \, sin^{2r}\varphi = \varphi \, . \, f(1) \, . \, f(2) \, . \, f(3) \ldots . f(r)$$

$$= \varphi \, . \, \frac{1}{2} cos^2(2\varphi)_2 \, . \, \frac{3}{4} \, . \, cos^2(2\varphi)_4 \, . \, \frac{5}{6} cos^2(2\varphi)_6 \ldots .$$

$$\ldots . \frac{2r-1}{2r} cos^2(2\varphi)_{2r}.$$

Weil aber aus der Gleichung $f(r) = \frac{2r-1}{2r} cos^2(2\varphi)_{2r}$ für $(r+1)$ statt r auch fliesst $f(r+1) = \frac{2r+1}{2r+2} cos^2 (2\varphi)_{2r+2}$ und nach der

Formel 32, $f(r+1) = \frac{2r+1}{2r+2}\left(1 - \frac{2r}{2r+1} sin^2 \varphi \, tang^2 \psi\right)$

also auch

$cos^2(2\varphi)_{2r+2} = 1 - \frac{2r}{2r+1} sin^2 \varphi \, tang^2 (2\varphi)_{2r}$ ist, so kann man jederzeit

$$\int d\varphi \, sin^{2m} \varphi = \varphi \frac{1}{2} cos^2 (2\varphi)_2 . \frac{3}{4} cos^2 (2\varphi)_4 \ldots .$$

$$\ldots . \frac{2r+1}{2r+2} cos^2 (2\varphi)_{2r+2} \ldots . \frac{2m-1}{2m} cos^2 (2\varphi)_{2m} \qquad (33)$$

unter der Bedingung setzen dass, sobald

$$cos^2(2\varphi)_2 = 1 - \frac{sin \, 2\varphi}{2\varphi} \qquad (34)$$

besteht, auch immer

$$cos^2 (2\varphi)_{2r+2} = 1 - \frac{2r}{2r+1} sin^2 \varphi \, tang^2 (2\varphi)_{2r} \qquad (35)$$

bestehen wird, und zwar für alle ganzen positiven Werthe r von $r = 1$ bis $r = m$.

Aus der Formel 35 findet man für $r = 1$, $r = 2$, $r = 3$

$$cos^2(2\varphi)_4 = 1 - \frac{2}{3} sin^2 \varphi \, tang^2 (2\varphi)_2$$

$$cos^2(2\varphi)_6 = 1 - \frac{4}{5} sin^2 \varphi \, tang^2 (2\varphi)_4$$

$$cos^2(2\varphi)_8 = 1 - \frac{6}{7} sin^2 \varphi \, tang^2 (2\varphi)_6$$

u. s. w.

Es erhellet hieraus deutlich, dass, wenn m und n positive ganze aber ungleich grosse Zahlen wären, die ersten r veränderlichen Factoren des Integrals

$$\int d\varphi \, sin^{2m} \varphi = \varphi . \frac{1}{2} cos^2 (2\varphi)_2 . \frac{3}{4} cos^2 (2\varphi)_4 \ldots . \frac{2r-1}{2r} cos^2 (\varphi)_{2r} \ldots .$$

$$\ldots . \frac{2m-1}{2m} cos^2 (2\varphi)_{2m}$$

den ersten r veränderlichen Factoren des Integrals $\int d\varphi \, sin^{2n} \varphi$ nicht nur der Form nach, sondern bei gleich gross bestimmten φ auch dem Werthe nach vollkommen gleich sein werden. Ist nun $m = r + p$ und $n = r + q$, so ist $\int d\varphi \, sin^{2m} \varphi$

$$= \int d\varphi \sin^{2r+2p}\varphi = \left(\frac{2r+1}{2r+2}\cos^2(2\varphi)_{2r+2}\cdot\frac{2r+3}{2r+4}\cos^2(2\varphi)_{2r+4}\cdot \right. \tag{36}$$
$$\left. \ldots\frac{2r+2p-1}{2r+2p}\cos^2(2\varphi)_{2r+2p}\right)\int d\varphi \sin^{2r}\varphi.$$

und $\int d\varphi \sin^{2m}\varphi$

$$= \int d\varphi \sin^{2r+2q} = \left(\frac{2r+1}{2r+2}\cos^2(2\varphi)_{2r+2}\cdot\frac{2r+3}{2r+4}\cos^2(2\varphi)_{9r+4}\ldots \right. \tag{37}$$
$$\left. \ldots\frac{2r+2q-1}{2r+2q}\cos^2(2\varphi)_{2r+2q}\right)\int d\varphi \sin^{2r}\varphi.$$

und je zwei und zwei gleichlautende Factoren der Formeln 36 und 37 sind einander auch dem Werthe nach vollkommen gleich, sobald in beiden Formeln sowohl r und r als auch φ und φ einander gleich genommen werden.

Auch $\int d\varphi \,.\, \cos^{2m}\varphi$ lässt sich in eine ähnliche Factorenreihe wie Form 33 zerlegen. Zu diesem Ende leite man aus

$$\int d\varphi \cos\varphi . \cos^{2r-1}\varphi \text{ und} \int d\varphi \cos^{2r}\varphi = f(r)\int d\varphi \cos^{2r-2}\varphi$$

die mit den Formeln 21 bis 27 analogen Gleichungen ab, setze

$$f(r) = \frac{2r-1}{2r}\sec^2\psi = \frac{2r-1}{2r}\left(1+\frac{1}{2r-1}\,\frac{\cos^{2r-1}\varphi\sin\varphi}{\int d\varphi\cos^{2r-2}\varphi}\right)$$

also

$$\tang^2\psi = \frac{1}{2r-1}\,\frac{\cos^{2r-1}\varphi\sin\varphi}{\int d\varphi \cos^{2r-2}\varphi}$$

so erhält man

$$f(r+1) = \frac{2r+1}{2r+2}\left(1+\frac{2r}{2r+1}\cos^2\varphi\sin^2\psi\right).$$

Wenn daher $\int d\varphi \cos^{2m}\varphi = \varphi . f(1) . f(2) \ldots f(r) f(r+1) \ldots f(m)$ unter der Bedingung gilt, dass für jeden ganzen positiven Werth r der zwischen o und m liegt $\int d\varphi \cos^{2r}\varphi = f(r)\int d\varphi \cos^{2r-2}\varphi$ und bei jedem bestimmten Werth der Veränderlichen φ innerhalb des ersten Quadranten $f(r) = \frac{2r-1}{2r}\sec^2\psi$ gesetzt werden kann, so ist $f(r+1) = \frac{2r+1}{2r+2}\left(1+\frac{2r}{2r+1}\cos^2\varphi\sin^2\psi\right)$.

Setzt man ferner

$$\int d\varphi \cos^{2m}\varphi = \varphi . \frac{1}{2}\sec^2(2\varphi)_2\,\frac{3}{4}\sec^2(2\varphi)_4\ldots\frac{2r-1}{2r}\sec^2(2\varphi)_{2r}\ldots \tag{38}$$
$$\ldots\frac{2m-1}{2m}\sec^2(2\varphi)_{2m},$$

so wird diese Factorenreihe wieder unter der Bedingung gelten, dass sobald $sec^2(2\varphi)_2 = 1 + \frac{\sin 2\varphi}{2\varphi}$ gesetzt wird, jedesmal auch

$$sec^2(2\varphi)_{2r+2} = 1 + \frac{2r}{2r+1} \cos^2\varphi \sin^2(2\varphi)_2 \tag{39}$$

gesetzt werden kann.

Aus 39 fliessen sofort die Werthe für $r = 1$, $r = 2 \ldots.$

$$sec^2(2\varphi)_4 = 1 + \frac{2}{3} \cos^2\varphi \sin^2(2\varphi)_2$$

$$sec^2(2\varphi)_6 = 1 + \frac{4}{5} \cos^2\varphi \sin^2(2\varphi)_4$$

u. s. w.

Auch gilt von den Integralen $\int d\varphi \cos^{2r+2p}\varphi$ und $\int d\varphi \cos^{2r+2q}\varphi$ dasselbe analog, was unter 36 und 37 bemerkt wurde.

IV.

In solche Factorenreihen wie 33 und 38 lassen sich alle Integrale von der Form $\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2m} \nu\varphi$ und $\int_0^\varphi d\varphi \cos^{2m}\nu\varphi$ auflösen, sobald ν eine ganze oder gebrochene positive Zahl und $\nu\varphi$ ein Winkel innerhalb des ersten Quadranten ist. Denn, weil allgemein

$$\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2m} \nu\varphi = \frac{1}{\nu} \int_0^{\nu\varphi} d\varphi \sin^{2m}\varphi \tag{40}$$

und

$$\int_0^\varphi d\varphi \cos^{2m} \nu\varphi = \frac{1}{\nu} \int_0^{\varphi} d\varphi \cos^{2m}\varphi \tag{41}$$

ist, so setze man, es sei

$$\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2m}\varphi \text{ oder } \int_0^\varphi d\varphi \cos^{2m}\varphi = F(\varphi),$$

so wird

$$\int_0^{\nu\varphi} d\varphi \sin^{2m}\varphi \text{ oder } \int_0^{\nu\varphi} d\varphi \cos^{2m}\varphi = F(\nu\varphi),$$

also (aus 40 und 41)

$$\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2m} \nu\varphi \text{ oder } \int_0^\varphi d\varphi \cos^{2m} \nu\varphi = \frac{1}{\nu} F(\nu\varphi). \tag{42}$$

Nun ist für $\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2m}\varphi$

$$F(\varphi)' = \varphi \, \frac{1}{2} \cos^2(2\varphi)_2 \, \frac{3}{4} \cos^2(2\varphi)_4 \ldots \frac{2r+1}{2r+2} \cos^2(2\varphi)_{2r+2} \ldots \frac{2m-1}{2m} \cos^2(2\varphi)_{2m},$$

daher (nach 42)

$$\int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2m} \nu\varphi = \frac{\nu\varphi}{\nu} \cdot \frac{1}{2} cos^2 (2\nu\varphi)_2 \frac{3}{4} cos^2 (2\nu\varphi)_4 \dots \frac{2m-1}{2m} cos^2 (2\nu\varphi)_{2m} \tag{43}$$

$$= \varphi \cdot \frac{1}{2} cos^2 (2\nu\varphi)_2 \frac{3}{4} cos^2 (2\nu\varphi)_4 \dots \frac{2m-1}{2m} cos^2 (2\nu\varphi)_{2m}$$

und diese Reihe gilt wieder unter der Bedingung dass, sobald

$$cos^2 (2\nu\varphi)_2 = 1 - \frac{sin\, 2\, \nu\varphi}{2\nu\varphi} \tag{44}$$

auch immer

$$cos^2 (2\nu\varphi)_{2r+2} = 1 - \frac{2r}{2r+1} sin^2\nu\varphi \, tang^2 (2\nu\varphi)_{2r} \tag{45}$$

sein wird.

Aus der Formel 43 ergibt sich für $\nu = \frac{1}{2}$

$$\int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2m} \frac{\varphi}{2} = \varphi \cdot \frac{1}{2} cos^2 (\varphi)_2 \frac{3}{4} cos^2 (\varphi)_4 \frac{5}{6} cos^2 (\varphi)_6 \dots \dots \frac{2m-1}{2m} cos^2 (\varphi)_{2m} \tag{46}$$

und zur Berechnung dieser Factoren, aus 44 und 45 für $r = 1$, $r = 2 \dots$

$$cos^2 (\varphi)_2 = 1 - \frac{sin\, \varphi}{\varphi} \tag{47}$$

$$cos^2 (\varphi)_4 = 1 - \frac{2}{3} sin^2 \frac{\varphi}{2} \, tang^2 (\varphi)_2 \tag{48}$$

$$cos^2 (\varphi)_6 = 1 - \frac{4}{5} sin^2 \frac{\varphi}{2} \, tang^2 (\varphi)_4 \tag{49}$$

u. s. w.

Für $\int_0^\varphi d\varphi \, cos^{2m} \frac{\varphi}{2}$ erhält man analog mit 46 die Reihe

$$= \varphi \, \frac{1}{2} sec^2 (\varphi)_2 \cdot \frac{3}{4} sec^2 (\varphi)_4 \cdot \frac{5}{6} sec^2 (\varphi)_6 \dots \frac{2m-1}{2m} sec^2 (\varphi)_{2m} \tag{50}$$

sodann aus 39 und analog mit 47, 48, 49

$$sec^2 (\varphi)_2 = 1 + \frac{sin\, \varphi}{\varphi} \tag{51}$$

$$sec^2 (\varphi)_4 = 1 + \frac{2}{3} cos^2 \frac{\varphi}{2} \, sin^2 (\varphi)_2 \tag{52}$$

$$sec^2 (\varphi)_6 = 1 + \frac{4}{5} cos^2 \frac{\varphi}{2} \, sin^2 (\varphi)_4 \tag{53}$$

u. s. w.

Weil nun diese Formeln (von 40 bis 53) so lange Giltigkeit haben als $\nu\varphi$ den ersten Quadranten nicht überschreitet, und hier $\nu\varphi = \frac{1}{2}\varphi$ ist, so kann auch $\varphi = 180^0$ angenommen und sonach bis zu den Integralen

$$\int_0^\pi d\varphi\, sin^{2m}\frac{\varphi}{2} \text{ und } \int_0^\pi d\varphi\, cos^{2m}\frac{\varphi}{2}$$

mit diesen Formeln ausgereicht werden. Für $\varphi = \pi$ wird aber (47 und 51) $\frac{sin\,\varphi}{\varphi} = \frac{sin\,\pi}{\pi} = 0$, also sowohl $cos^2(\varphi)_2 = 1$ (in 47) als auch $sec^2(\varphi)_2 = 1$ (in 51), mithin wird auch

$$cos^2(\varphi)_4 = 1\,,\; cos^2(\varphi)_6 = 1 \;\ldots\; cos^2(\varphi)_{2m} = 1$$

und eben so

$$sec^2(\varphi)_4 = 1\,,\; sec^2(\varphi)_6 = 1 \;\ldots\; sec^2(\varphi)_{2m} = 1\,.$$

Es ist daher

$$\int_0^\pi d\varphi\, sin^{2m}\frac{\varphi}{2} = \int_0^\pi d\varphi\, cos^{2m}\frac{\varphi}{2} = \pi\,.\frac{1.3.5\ldots 2m-1}{2.4.6\ldots 2m} \tag{54}$$

weil sämmtliche veränderliche Factoren in 46 und 50 in diesem Falle $= 1$ werden, mit Ausnahme des Factors φ, welcher in beiden Formeln $= \pi$ wird. Dass für $\varphi = 0$ diese Integrale verschwinden, leuchtet schon aus dem Umstande ein, dass von den Factorenreihen 46 und 50 jede auch den Factor φ aufweiset.

Die Integrale

$$\int_0^\pi d\varphi\, sin^{2m}\frac{\varphi}{2} \text{ und } \int_0^\pi d\varphi\, sin^{2m}\frac{\varphi}{2}$$

sind es eben, welche numerisch angegeben werden müssen, wenn die g a n z e Oberfläche (oder eine seiner gleichen Hälften) des schiefen Kegels nach der Formel 15 oder 16 berechnet werden soll.

In der Reihe 15 ist das erste Glied für $\varphi = \pi$

$$\tfrac{1}{2}k^2\frac{4k'}{\pi}\int_0^\pi d\varphi\, sin^2\frac{\varphi}{2}\left(1 - k'\, sin^2\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$= \tfrac{1}{2}k^2\frac{4k'}{\pi}\left[\int_0^\pi d\varphi\, sin^2\frac{\varphi}{2} - k'\int_0^\pi d\varphi\, sin^4\frac{\varphi}{2}\right]$$

mithin nach 54 für $m = 1$ und $m = 2$ das e r s t e G l i e d in 15

$$= \tfrac{1}{2}k^2\frac{4k'}{\pi}\left[\tfrac{1}{2}\pi - k'.\frac{1.3}{2.4}\pi\right] = \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 4k'\left[1 - \tfrac{3}{4}k\right] \tag{55}$$

und eben dasselbe gibt auch für $\varphi = \pi$ das erste Glied in 16.

Das zweite Glied der Reihe 15 ist für $\varphi = \pi$

$$\frac{1.1}{2.4} k^4 \frac{4^2 k'^2}{\pi} \int_0^\pi d\varphi \, sin^4 \frac{\varphi}{2} \left(1 - k' sin^2 \frac{\varphi}{2}\right)^2; \qquad (56)$$

und weil

$$\int_0^\pi d\varphi \, sin^4 \frac{\varphi}{2} \left(1 - k' \, sin^2 \frac{\varphi}{2}\right)^2 = \int_0^\pi d\varphi \, sin^4 \frac{\varphi}{2} - 2k' \int_0^\pi d\varphi \, sin^6 \frac{\varphi}{2} +$$

$$k'^2 \int_0^\pi d\varphi \, sin^8 \frac{\varphi}{2} = \pi . \frac{1.3}{2.4} - 2k' \pi . \frac{1.3.5}{2.4.6} + k'^2 \pi . \frac{1.3.5.7}{2.4.6.8},$$

so ist (nach 56) das zweite Glied:

$$\frac{1.1}{2.4} . \frac{1.3}{2.4} k^4 4^2 k'^2 \left[1 - \frac{2}{1} . \frac{5}{6} k' + \frac{5.7}{6.8} k'^2\right] = \qquad (57)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 4^2 k'^2 \left[1 - \frac{2}{1} . \frac{5}{6} k' \left(1 - \frac{1}{2} . \frac{7}{8} k'\right)\right]$$

und eben so ist das zweite Glied in 16.

Das dritte Glied der Reihe 15 für $\varphi = \pi$ ist

$$\frac{1.1.3}{2.4.6} k^6 \frac{4^3 k'^3}{\pi} \int_0^\pi d\varphi \, sin^6 \frac{\varphi}{2} \left(1 - k' \, sin^2 \frac{\varphi}{2}\right)^3, \qquad (58)$$

und wenn man $\left(1 - k' \, sin^2 \frac{\varphi}{2}\right)^3$ zur dritten Potenz wirklich erhebt, und so wie in 56 vorgeht, das dritte Glied:

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 4^3 k'^3 \left[1 - \frac{3}{1} . \frac{7}{8} k' \left(1 - \frac{2}{2} . \frac{9}{10} k' \left(1 - \frac{1}{3} . \frac{11}{12} k'\right)\right)\right] \qquad (59)$$

und eben dasselbe gibt das dritte Glied in 16.

Es ist mithin die ganze Oberfläche des schiefen Kegels (durch die ersten drei in 55, 57 und 59 ersichtlichen Glieder) annäherungsweise complanirt durch die Reihe:

$$a \pi s \left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 4 k' \left[1 - \frac{3}{4} k'\right] - \frac{1}{3} \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 k^4 4^2 k'^2 \times \right. \qquad (60)$$

$$\left[1 - \frac{2}{1} . \frac{5}{6} k' \left(1 - \frac{1}{2} . \frac{7}{8} k'\right)\right] - \frac{1}{5} \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 4^3 k'^3 \times$$

$$\left. \left[1 - \frac{3}{1} . \frac{7}{8} k' \left(1 - \frac{2}{2} . \frac{9}{10} k' \left(1 - \frac{1}{3} . \frac{11}{12} k'\right)\right)\right] - \ldots\ldots \right\} =$$

$$= 2 . \frac{a}{2} s \int_0^\pi d\varphi \sqrt{1 - k^2 f\varphi} = 2 \frac{a}{2} \int_0^\pi d\varphi \sqrt{h^2 + (a \pm e \cos \varphi)^2}.$$

Diese Reihe ist in ihren ersten drei Gliedern, hier derart völlig bestimmt, dass nur mehr die numerisch anzugebenden Werthe für $s^2 = h^2 + (a+e)^2$; für $k^2 = \frac{(a+e)^2}{s^2}$ und für $k' = \frac{e}{a+e}$ in sie eingesetzt zu werden brauchen, um sie selbst in ihrem gesammten numerischen Werthe zu finden. Das allgemeine Glied der Reihe 60 ist seiner Form nach schon aus dem Fortgangsgesetz dieser ersten drei Glieder ersichtlich; doch soll es für jeden Werth von φ (also für jedes Kegelmantelstück) im nächsten Abschnitt dieser Abhandlung entwickelt werden, zu dessen Einleitung noch Folgendes hier Platz finden mag:

Man kann die Integrale $\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2m} \nu\varphi$ und $\int_0^\varphi d\varphi \cos^{2m} \nu\varphi$ oder überhaupt auch das Integral $\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2m} \psi$ wo ψ was immer für eine Function von φ, also auch $\psi = \nu\varphi$ und $\psi = 90^\circ - \nu\varphi$, sein kann, unter folgende allgemeine Auflösungsformel bringen, in welcher $\overset{r}{(\varphi)}$ einen allgemeinen Factor vorstellen soll der eine Function von φ ist

$$\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2m} \psi = \varphi \overset{1}{(\varphi)} . \overset{2}{(\varphi)} . \overset{3}{(\varphi)} . \overset{4}{(\varphi)} \ldots . \overset{r}{(\varphi)} \ldots . \overset{m}{(\varphi)} \tag{61}$$

und eben so, für $m = n + r$ (man sehe 36 und 37)

$$\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2n+2r} \psi = \overset{n+1}{(\varphi)} . \overset{n+2}{(\varphi)} . \overset{n+3}{(\varphi)} \ldots . \overset{n+r}{(\varphi)} . \int_0^\varphi d\varphi \sin^{2n} \psi. \tag{62}$$

Für $\psi = \nu\varphi$ ist sonach dieser allgemeine Factor

$$\overset{r}{(\varphi)} = \frac{2r-1}{2r} \cos^2 (2\nu\varphi)_{2r} \tag{63}$$

und für $\psi = 90^\circ - \nu\varphi$ (in welchem Falle $\int d\varphi \sin^{2m} \psi = \int d\varphi \cos^{2m} \nu\varphi$ wird) ist

$$\overset{r}{(\varphi)} = \frac{2r-1}{2r} \sec^2 (2\varphi\nu)_{2r}. \tag{64}$$

V.

Entwickelt man $(1 - k' \sin^2 \psi)^m$ durch den binomischen Lehrsatz in eine Reihe und multiplicirt jedes Glied mit $\sin^{2n} \psi$, so erhält man $\sin^{2n} \psi (1 - k' \sin^2 \psi)^m = \sin^{2n} \psi - \frac{m}{1} k' \sin^{2n+2} \psi.$

$$+ \frac{m}{1} \frac{m-1}{2} k'^2 \sin^{2n+4} \psi - \frac{m}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-2}{3} k'^3 \sin^{2n+6} \psi + \ldots - ..$$

also auch

$$\int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n} \psi \, (1 - k' \, sin^2 \psi)^m \tag{65}$$

$$= \int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n} \psi - \frac{m}{1} . k' \int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n+2} \psi + \frac{m}{1} . \frac{m-1}{2} k'^2 \int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n+4} \psi -$$

$$\ldots . + \ldots - \ldots \pm \frac{m}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \ldots . \frac{1}{m} k'^m \int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n+2m} \varphi \, .$$

Nun ist (nach 62)

$$\int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n+2} \psi = \overset{n+1}{(\varphi)} \int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n} \psi$$

$$\int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n+4} \psi = \overset{n+1}{(\varphi)} \overset{n+2}{(\varphi)} \int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n} \psi$$

. . . .

$$\int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n+2r} \psi = \overset{n+1}{(\varphi)} \overset{n+2}{(\varphi)} \overset{n+3}{(\varphi)} \ldots . . \overset{n+r}{(\varphi)} \int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n} \psi.$$

Setzt man nun diese Factorenausdrücke statt ihrer gleichen unentwickelten Integrale in die Reihe 65, so wird man sogleich bemerken, dass das erste Glied $\int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n} \psi$ allen übrigen Gliedern als ein Factor gemein ist; der Factor $\overset{n+1}{(\varphi)}$ und $\frac{m}{1} k'$ allen Gliedern vom zweiten angefangen; der Factor $\overset{n+2}{(\varphi)}$ und $\frac{m-1}{2} k'$ allen Gliedern vom dritten angefangen u. s. f., der Factor $\overset{n+r}{(\varphi)}$ und $\frac{m-r+1}{r} k'$ allen Gliedern, von dem r^{ten} angefangen, gemein ist. Man nehme daher $\int_0^\varphi d\varphi \, sin^{2n} \psi$ aus der ganzen Reihe heraus und schreibe es ausserhalb einer Hauptklammer; den Factor $\overset{n+1}{(\varphi)}$ nebst $\frac{m}{1} k'$ vor eine zweite Klammer; $\overset{n+2}{(\varphi)}$ nebst $\frac{m-1}{2} k'$ vor eine dritte; $\overset{n+3}{(\varphi)}$ nebst $\frac{m-2}{3} k'$ vor eine vierte und überhaupt $\overset{n+r}{(\varphi)}$ nebst $\frac{m-r+1}{r.} k'$ als einen Factor vor eine $(r+1)^{te}$ Klammer derart, dass immer die r^{te} über die $(r+1)^{te}$ Klammer greift, nach dem Beispiel der Formeln 57 und 59. Auf diese Weise erhält man aus 65

$$\int_0^{\varphi} d\varphi \sin^{2n}\psi\,(1-k'\sin^2\psi)^m$$

(66)
$$=\Big[1-\frac{m}{1}k'\overset{n+1}{(\varphi)}\Big(1-\frac{m-1}{2}k'\overset{n+2}{(\varphi)}\Big(1-\frac{m-2}{3}k'\overset{n+3}{(\varphi)}\Big(1-\ldots$$
$$-\frac{m-r+1}{r}k'\overset{n+r}{(\varphi)}\Big(1-\frac{m-r}{r+1}k'\overset{n+r+1}{(\varphi)}\Big(1-\ldots$$
$$-\frac{2}{m-1}k'\overset{n+m-1}{(\varphi)}\Big(1-\frac{1}{m}k'\overset{n+m}{(\varphi)}\Big]^m\int_0^{\varphi}d\varphi\sin^{2n}\psi.$$

Die rechts stehende grosse Klammer soll hier, mit dem darauf gestellten m anzeigen, dass an dieser Stelle eigentlich m übereinander greifende Klammern stehen sollen. Das Fortgangsgesetz dieser Reihe ist, eben durch diese Klammermethode (Einschachtlung) so klar, dass ich wohl nicht nöthig habe, es in Worten deutlicher zu machen, ihre praktische Anwendung aber so dehnsam als es das Integral selbst ist, welches sie entwickeln soll.

Man setze in ihr $\psi = \nu\,\varphi$, so erhält man (nach 63):

$$\int_0^{\varphi} d\varphi \sin^{2n}\nu\varphi\,(1-k'\nu.\sin^2\varphi)^m$$

(67)
$$=\Big[1-\frac{m}{1}.\frac{2n+1}{2n+2}\cos^2(\nu\varphi)_{2n+2}k'\Big(1-\frac{m-1}{2}.\frac{2n+3}{2n+4}\cos^2(\nu\varphi)_{2n+4}k'$$
$$\Big(1-\frac{m-r+1}{r}.\frac{2n+2r-1}{2n+2r}\cos^2(\nu\varphi)_{2n+2r}k'\,(1-\;.\;.\;.\;.\;.$$
$$1-\frac{1}{m}.\frac{2n+2m-1}{2n+2m}\cos^2(\nu\varphi)_{2n+2m}k'\Big]^m\int_0^{\varphi}d\varphi\sin^{2n}.\nu\varphi$$

Für $\nu = \frac{1}{2}$ und $n = m$ gibt aber diese Reihe wieder

(68)
$$\int_0^{\varphi} d\varphi \sin^{2m}\frac{\varphi}{2}\Big(1-\sin^2\frac{\varphi}{2}\Big)^m$$
$$=\Big[1-\frac{m}{1}.\frac{2m+1}{2m+2}\cos^2(\varphi)_{2m+2}k'\Big(1-\frac{m-1}{2}.\frac{2m+3}{2m+4}\cos^2(\varphi)_{2m+4}k'$$
$$\ldots.\Big(1-\frac{m-r+1}{r}.\frac{2m+2r-1}{2m+2r}\cos^2(\varphi)_{2m+2r}k'\,(1-\;.\;.\;.\;.\;.\;.$$
$$1-\frac{1}{m}.\frac{4m-1}{4m}\cos^2(\varphi)_{4m}k'\Big]^m\int_0^{\varphi}d\varphi\sin^{2m}\frac{\varphi}{2},$$

und macht sogleich das entwickelte allgemeine Glied der Reihe 15 ersichtlich, wozu nur mehr für $\int_0^{\varphi} d\varphi \sin^{2m}\frac{\varphi}{2}$ die Factoren-

reihe aus 46 eingeführt und für jede Zahl $2m + 2r$ die veränderlichen Factoren aus der Formel 45 für $\nu = \frac{1}{2}$ abgeschrieben zu werden brauchen. Vertauscht man dagegen in 68 das Integral $\int_0^\varphi d\varphi \sin^{2m}\frac{\varphi}{2}$ ausser der Hauptklammer mit dem Integral $\int_0^\varphi d\varphi \cos^{2m}\frac{\varphi}{2}$ und eben so die veränderlichen Factoren

$$\begin{array}{lcl} \cos^2(\varphi)_{2m+2} & \text{mit} & \sec^2(\varphi)_{2m+2} \\ \cos^2(\varphi)_{2m+4} & \text{„} & \sec^2(\varphi)_{2m+4} \\ \ldots & & \ldots \\ \cos^2(\varphi)_{2m+2r} & \text{„} & \sec^2(\varphi)_{2m+2r}, \end{array}$$

so gibt die so umgestaltete Reihe sogleich das entwickelte allgemeine Glied der Reihe 16, und dieses wird völlig entwickelt, durch Einführung der Factorenreihe 50 statt $\int_0^\varphi d\varphi \cos^{2m}\frac{\varphi}{2}$ und durch Abschreibung der Werthe für $\sec^2(\varphi)_{2m+2r}$ von den Formeln 51 bis 53 oder der allgemeineren Formel

$$\sec^2(\varphi)_{2r+2} = 1 + \frac{2r}{2r+1}\cos^2\frac{\varphi}{2}\sin^2(\varphi)_{2r}$$

(nach 39). Für $\cos^2(\varphi)_{2m+2} = 1$ und überhaupt $\cos^2(\varphi)_{2m+2r} = 1$ verschwinden aus der Reihe 68 alle veränderlichen Factoren; das Integral ausser der Klammer wird

$$\int_0^\pi d\varphi \sin^{2m}\frac{\varphi}{2} = \pi . \frac{1.3.5\ldots.2m-1}{2.4.6\ldots\ldots.2m}$$

und die Reihe 68 selbst stellt sonach das allgemeine Glied der Reihe 60 für die Complanation des ganzen schiefen Kegels vor.

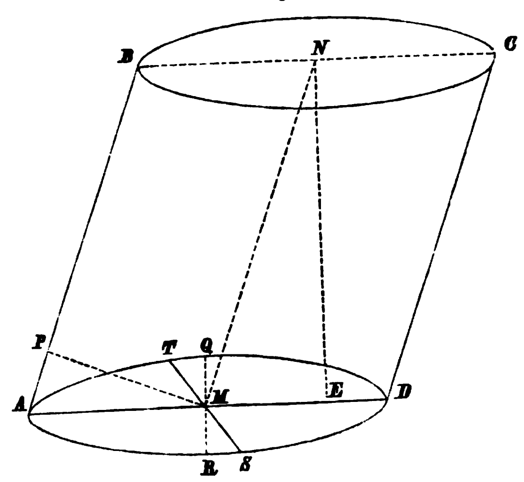
Für $m = 1$, $m = 2$, $m = 3\ldots$ gibt die Reihe 68 die ersten Glieder der Reihe 15 entwickelt und zwar mit denselben constanten Coëfficienten wie die Formeln 55, 57, 59 sie aufweisen, nur dass neben diesen Coëfficienten noch die veränderlichen Factoren $\cos^2(\varphi)_2$; $\cos^2(\varphi)_4$; $\cos^2(\varphi)_6\ldots.$ Platz nehmen werden.

In den bisherigen Beispielen der Reihen 66 und 67 war m eine ganze positive Zahl, diese Reihen gelten aber auch für jedes andere m, das ein echter positiver oder negativer Bruch sein kann. Von den vielen praktischen Anwendungen der Reihe 67 will ich nur noch ein einziges Beispiel aufführen: Man setze (in 67) $n = 0$, $\nu = 1$, $m = \frac{1}{2}$ und $k' = k^2$, so wird aus 67, wenn man noch die ganze Gleichung mit as multiplicirt

$$(69)\quad as\int_0^\varphi d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi} = as\varphi.\Big[1-\frac{1.1}{2.2}k^2\cos^2(2\varphi)_2\Big(1+\frac{1.3}{4.4}k^2\cos^2(2\varphi)_4\Big(1+\frac{3.5}{6.6}k^2\cos^2(2\varphi)_6\Big(1+\dots$$

$$1+\frac{(2r-3)(2r-1)}{2r.2r}k^2\cos^2(2\varphi)_{2r}\Big(1+\dots\dots\Big]^{\infty}.$$

Diese ins Unendliche fortlaufende Reihe würde man auch aus 15 und 16 erhalten, wenn man dort $k'=1$ setzt, weil in diesem Falle $4\int_0^\varphi d\varphi\,\sin^{2m}\frac{\varphi}{2}\left(1-\sin^2\frac{\varphi}{2}\right)^m = 4\int_0^\varphi d\varphi\,\cos^{2m}\frac{\varphi}{2}\left(1-\cos^2\frac{\varphi}{2}\right)^m$ $=\int_0^\varphi d\varphi\,\sin^{2m}\varphi$ wird; nur müsste man noch die Factorenreihen (nach 33) statt der Integrale $\int d\varphi\,\sin^{2r}\varphi$ einführen und die gleichen Factoren ausserhalb von Klammern bringen. — Für $s=1$ lässt die Reihe 69 den Bogen einer Ellipse berechnen, deren grosse Halbaxe $=a$, und kleine Halbaxe $=a\sqrt{1-k^2}$ ist, und der Winkel φ den einen Schenkel in der kleinen Axe hat. Stellt dagegen s die Seite eines schiefen Cylinders vor, dessen Grundflächen-Halbmesser $=a$ ist, so kann durch diese Reihe die krumme Querfläche eines prismatischen Stückes des schiefen Cylinders gefunden werden, wenn dieses Stückes gleiche Grundflächen einen Winkel $AMT=\varphi$ (siehe Fig. 2) innerhalb des ersten Quadranten haben, sodann seine



Excentricität $ME = e$, seine Seite $MN = DC = s$ und $k^2 = \frac{e^2}{s^2}$ gesetzt wird. Weil im letzteren Falle für $k^2 = \frac{e^2}{s^2}$, auch gefunden wird

$$\frac{e^2}{s^2} = \frac{\overline{ME}^2}{\overline{MN}^2} = \frac{\overline{PA}^2}{\overline{AM}^2} = \frac{a^2 \cos^2 MAP}{a^2} = \frac{a^2 - a^2 \sin^2 MAP}{a^2} = \frac{a^2 - \overline{MP}^2}{a^2},$$

so erhellet auch aus diesen gleichen Ausdrücken für die Ellipticität des Cylinders, dass: wenn von einem schiefen Cylinder seine Seite oder Axe $MN = AB = s$, sein Halbmesser $AM = a$ und der Winkel PAM gegeben ist, den in der durch die Mittelpunkte seiner beiden Grundflächen auf sie senkrecht geführten Ebene die Seite mit dem Durchmesser macht; oder statt dieses Winkels auch die kleine Halbaxe $MP = b$ der Ellipse, welche die Seiten des Cylinders senkrecht schneidet; in beiden Fällen sämmtliche Stücke zu seiner Complanationsreihe (69) vorhanden sind. Denn, wenn der Winkel MAP gegeben ist, so ist $k^2 = \cos^2 MAP$, und wenn $MP = b$ (die kleine Halbaxe) gegeben ist, so ist $k^2 = \frac{a^2 - MP^2}{a^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ und es ermangelt in keinem Falle eine weitere Bedingung als die Grösse des Winkels φ zu kennen [1]). Wäre $\varphi = \frac{\pi}{2}$, so wird $\cos^2 (2\varphi)_2 = 1$, $\cos^2 (2\varphi)_4 = 1$, und überhaupt $\cos^2 (2\varphi)_{2r} = 1$ (siehe die Formeln 34, 35), man erhält sonach den Inhalt eines Cylindermantelstückes, dessen Grundfläche ein Quadrant wie AMQ ist, für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ aus der Reihe 69 durch die einfachere Reihe

$$s\,a\,\frac{\pi}{2}\left[1 - \frac{1.1}{2.2}k^2\left(1 + \frac{1.3}{4.4}k^2\left(1 + \frac{3.5}{6.6}k^2\left(1 + \ldots\right]^{\infty}\right.\right.\right.$$

und den ganzen Cylindermantel durch das Vierfache dieses Werthes. Die vier Cylinderstücke, deren Grundflächen die Quadranten AMQ, QMD, DMR und RMA sind, haben nämlich vollkommen gleiche Oberflächen, wenn gleich die Stücke von den entgegengesetzten Quadranten, wie AMQ und DMR, wie sie auch immer umge-

1) Auch im schiefen Kegel ist $k^2 = \frac{(s+e)^2}{s^2} = \frac{\overline{AE}^2}{\overline{AC}^2} = \cos^2 CAE$ (siehe Fig. 1), d. h. k (in den Formeln 4 bis 9) ist der Cosinus des Winkels, der in der Ebene der kürzesten und längsten Seite die längste Seite mit dem Durchmesser macht. Die Bezeichnung der Module mit dem Buchstaben k ist also (für Deutsche wenigstens) in mehr als einer Hinsicht passend, denn k bezeichnet nicht nur immer eine Constante, sondern in den meisten Fällen auch den Cosinus eines augenfälligen Winkels.

wendet werden, sich nicht decken mögen. Auch zwei Cylindermantelstücke, deren Grundflächen, wie *AMT* und *DMS*, gleiche Winkel haben, sind einander gleich: sobald diese Mantelstücke an jenen Seiten *AB* und *CD* des Cylinders liegen, die durch die Pole der kleinen Axe jeder Ellipse gehen, welche senkrecht alle Seiten des Cylinders durchschneidet. Denn in solchen Lagen ist der elliptische Bogen auf dem einen Mantelstück dem elliptischen Bogen auf dem andern gleich; der Inhalt dieser Mantelstücke ist aber eben nichts anders als das Product ihres elliptischen Bogens in irgend eine ihrer gleichen Seiten.

VI.

Bei der Auflösung der Integrale $\int d\varphi\, sin^{2m} \nu\varphi$ und $\int d\varphi\, cos^{2m} \nu\varphi$ in die veränderlichen Factoren von der allgemeinen Form $cos^2 (\nu\varphi)_{2r}$ und $sec^2 (\nu\varphi)_{2r}$ hatte ich die Absicht, den numerischen Calcul zu den Integralen

$$\int d\varphi\, sin^{2n} \nu\varphi\, (1 - k' \, sin^2 \nu\varphi)^m \text{ und } \int d\varphi\, cos^{2n} \nu\varphi\, (1 - k' \, cos^2 \nu\varphi)^m$$

mit Hilfe der allerleichtesten Rechnungsoperationen — der Addition und Subtraction — zu bewerkstelligen. Ich erreiche diese Absicht in der That durch die zugänglichsten tabellarischen Hilfsmittel der Mathematik, nämlich einfach durch die Logarithmen der Sinus und Tangenten, die in allen, auch in den wohlfeilsten logarithmischen Tafeln anzutreffen sind. Einige Beispiele dieses Calculs an den entwickelten Reihen 68 und 69 werden geeigneter sein, ihn kennen zu lernen, als eine ganz allgemeine Darstellung desselben.

Es sei (in der Reihe 69) der Modul k^2 so klein, dass man das Glied mit der Potenz k^8, also das vierte Glied, schon vernachlässigen und demnach setzen kann

$$(70) \int_0^\varphi d\varphi \sqrt{1 - k^2 \, sin^2 \varphi} =$$

$$\varphi \left[1 - \frac{1.1}{2.2} k^2 cos^2(2\varphi)_2 \left(1 + \frac{1.3}{4.4} k^2 cos^2(2\varphi)_4 \left(1 + \frac{3.5}{6.6} k^2 cos^2(2\varphi)_6\right)\right)\right],$$

so kann zunächst $\frac{3.5}{6.6} k^2 \, cos^2 (2\varphi)_6$, da es für jedes φ positiv ist, dem Quadrat einer Tangente gleich gesetzt werden, und man wird schreiben können $\frac{3.5}{6.6} k^2 \, cos^2 (2\varphi)_6 = tang^2 \, \alpha_1$, mithin

$$1 + \frac{3.5}{6.6} k^2 \, cos^2 (2\varphi)_6 = 1 + tang^2 \, \alpha_1 = sec^2 \, \alpha_1 = \frac{1}{cos^2 \, \alpha_1},$$

und die Formel 70 reducirt sich auf den kürzeren Ausdruck

$$\varphi\left[1-\frac{1.1}{2.2}k^2\cos^2(2\varphi)_2\left(1+\frac{1.3}{4.4}k^2\frac{\cos^2(2\varphi)_4}{\cos^2\alpha_1}\right)\right]. \tag{71}$$

Weil nun wieder $\frac{1.3}{4.4}k^2\frac{\cos^2(2\varphi)_4}{\cos^2\alpha_1}$ für jeden Werth von φ positiv bleibt, so setze man es $=\tan g^2\alpha_2$ also

$$1+\frac{1.3}{4.4}k^2\frac{\cos^2(2\varphi)_4}{\cos^2\alpha_1}=1+\tan g^2\alpha_2=\frac{1}{\cos^2\alpha_2}$$

und die ganze Formel 71 kommt wieder auf den kürzeren Ausdruck

$$\varphi\left[1-\frac{1.1}{2.2}k^2\frac{\cos^2(2\varphi)_2}{\cos^2\alpha_2}\right]. \tag{72}$$

Da aber das ganze Integral $\int d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}$, also auch der Ausdruck 72 nur positiv sein kann, sobald φ positiv ist, so muss auch der umklammerte Ausdruck $\left[1-\frac{1.1}{2.2}k^2\frac{\cos^2(2\varphi)_2}{\cos^2\alpha_2}\right]$ in 72 für jeden Werth von φ positiv sein, mithin muss $\frac{1.1}{2.2}k^2\frac{\cos^2(2\varphi)_2}{\cos^2\alpha_2}$ ein echter positiver Bruch sein, weil es für jedes φ nur positiv aber niemals grösser als 1 werden kann; denn, würde es grösser als 1 werden, so wäre $1-\frac{1.1}{2.2}k^2\frac{\cos^2(2\varphi)}{\cos^2\alpha_2}$ negativ, also auch der Ausdruck 72 negativ, was unmöglich ist. Man setze daher

$$\frac{1.1}{2.2}k^2\frac{\cos^2(2\varphi)}{\cos^2\alpha_2}=\sin^2\alpha_3,\ \text{mithin}\ 1-\frac{1.1}{2.2}k^2\frac{\cos^2(2\varphi)}{\cos^2\alpha_2}=\cos^2\alpha_3,$$

so wird der gesammte Werth von 72 durch den noch kürzeren Ausdruck $\varphi\,.\cos^2\alpha_3$ dargestellt, es ist also annäherungsweise

$$\int d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}=\varphi\cos^2\alpha_3. \tag{73}$$

Gesetzt nun, es wären die Logarithmen der Functionen $\cos^2(2\varphi)_2$; $\cos^2(2\varphi)_4$; $\cos^2(2\varphi)_6$ schon bekannt und man setzte:

$\log\cos(2\varphi)_2=\lambda_1$; und der Kürze wegen $\log\sqrt{\frac{1.1}{2.2}}=l_1$

$\log\cos(2\varphi)_4=\lambda_2$; „ „ „ $\log\sqrt{\frac{1.3}{4.4}}=l_2$

$\log\cos(2\varphi)_6=\lambda_3$; „ „ „ $\log\sqrt{\frac{3.5}{6.6}}=l_3$,

so wird der numerische Calcul zur Erlangung von $\cos^2 \alpha_3$ auf folgende Art geführt werden können. Es ist:

$$\log . \tang \alpha_1 = \sqrt{\frac{3.5}{4.6} k^2 \cos^2 (2\varphi)_6} = \log k + l_3 + \lambda_3$$

nach der eben erklärten Bedeutung von l_3 und λ_3. Man addire nun diese drei Logarithmen, bringe ihre Summe auf die negative Charakteristik 10, betrachte den sogestalteten Logarithmus als einen Tangenten-Logarithmus, suche in einer Tafel der Logarithmen den Sinus und Tangenten, den gleichgrossen Logarithmus unter den Tangenten und schreibe endlich den auf derselben Zeile befindlichen Logarithmus des Cosinus heraus: dieser, weniger Charakteristik 10, ist der Logarithmus von $\cos \alpha_1$.

Nachdem nun $\log . \cos \alpha_1$ bekannt ist, so erhält man

$$\log . \tang \alpha_2 = \sqrt{\frac{1.3}{4.4} k^2 \frac{\cos^2 (2\varphi)_4}{\cos^2 \alpha_1}} = \log k + l_2 + \lambda_2 - \log \cos \alpha_1 .$$

Man addire nun wieder diese vier Logarithmen, bringe ihre Summe auf die negative Charakteristik 10, betrachte den sogestalteten Logarithmus wieder als einen Tangenten-Logarithmus, suche in der Tafel der Tangenten-Logarithmen den gleichgrossen und schreibe wieder den auf derselben Zeile stehenden Logarithmus des Cosinus (weniger Charakteristik 10) heraus, welcher sonach $= \log . \cos \alpha_2$ ist.

Nachdem $\log \cos \alpha_2$ bekannt ist, so erhält man

$$\log \sin \alpha_3 = \sqrt{\frac{1.1}{2.2} k^2 \frac{\cos^2 (2\varphi)_2}{\cos^2 \alpha_2}} = \log k + l_1 + \lambda_1 - \log \cos \alpha_2 ,$$

und nun addire man wieder diese vier Logarithmen, bringe ihre Summe auf die negative Charakteristik 10, betrachte den sogestalteten Logarithmus aber als einen Sinus-Logarithmus. Nachdem man in der Tafel der Sinus-Logarithmen einen gleichgrossen aufgesucht und den auf derselben Zeile stehenden Cosinus-Logarithmus (weniger Charakt. 10) $= \log \cos \alpha_3$ herausgeschrieben hat, multiplicire man diesen mit 2 und bringe ihn auf seine natürliche Charakteristik, so hat man

$$2 \log . \cos \alpha_3 = \log . \cos^2 \alpha_3 , \text{ also (man sehe 73)}$$
$$\log . \varphi . \cos^2 \alpha_3 = \log \varphi + 2 \log . \cos \alpha_3 ,$$



und nach Addition dieser beiden Logarithmen den Zahlenwerth der gegebenen dreigliedrigen Reihe 70, durch Hilfe jeder Tafel der vulgären Zahlen-Logarithmen [1]).

Dieser Calcul setzt voraus, dass die Logarithmen der Wurzeln der Functionen $cos^2\,(2\varphi)_2$, $cos^2\,(2\varphi)_4$, $cos^2\,(2\varphi)_6$ bekannt seien, aber gerade diese Bedingung ist am leichtesten zu erfüllen. Denn, es sei $log\,cos\,(2\varphi)_2$; $log\,cos\,(2\varphi)_4$; $log\,cos\,(2\varphi)_6$ zu berechnen. Nach den aus 35 abgeleiteten Formeln ist

$$cos^2\,(2\varphi)_2 = 1 - \frac{sin\,2\varphi}{2\varphi} = 1 - sin^2\,(2\varphi)_2 \tag{74}$$

$$cos^2\,(2\varphi)_4 = 1 - \frac{2}{3}\,sin^2\,\varphi\;tang^2\,(2\varphi)_2 = 1 - sin^2\,(2\varphi)_4 \tag{75}$$

$$cos^2\,(2\varphi)_6 = 1 - \frac{4}{5}\,sin^2\,\varphi\;tang^2\,(2\varphi)_4 = 1 - sin^2\,(2\varphi)_6 \tag{76}$$

man setze $log\sqrt{\frac{2}{3}} = L_1$; $log\sqrt{\frac{4}{5}} = L_2$; $log\sqrt{\frac{6}{7}} = L_3$ u. s. w., die man sich ohnedem, wenn dergleichen Rechnungen öfter zu machen sind, gleich wie die obigen Logarithmen $l_1 = \sqrt{\frac{1.1}{2.2}}$, $l_2 = \sqrt{\frac{1.3}{4.4}}$, l_3 u. s. w. im Vorhinein berechnen und in eine Tafel (vielleicht bis L_{20} und l_{20}) eintragen wird. Nun findet man aus 74

$$log\;sin\;(2\varphi)_2 = \frac{1}{2}\,(log\,.\,sin\,2\varphi - log\,.\,2\varphi),$$

mit diesem Logarithmus gehe man in die Tafel der Sinus-Logarithmen, suche den gleichgrossen dort auf, schreibe den Logarithmus des Cosinus auf derselben Zeile des Buches (von demselben Winkel) als den Werth des gesuchten $log\,.\,cos\,(2\varphi)_2 = \lambda_1$ heraus, und addire sogleich den auf derselben Zeile stehenden Logarithmus der Tangente zu $L_1 + log\,.\,sin\,\varphi$, so erhält man nach 75

---

[1]) Die Functionen $cos\,(2\varphi)_2$; $cos\,(2\varphi)_4 \ldots tang\,a_1$; $tang\,a_2 \ldots$ sind hier trigonometrische Linien eines Kreises vom Halbmesser $= 1$. Man betrachte daher die Logarithmen der Sinus und Tangenten in unseren üblichen Tafeln gerade so, als ob sie für den Halbmesser 1 eingerichtet wären, dass mithin jeder solche Logarithmus ausser seiner sichtbaren positiven Charakteristik noch eine (aber nicht beigesetzte) negative Charakteristik $= 10$ habe. — In der That! wollte man eine Logarithmentafel der Sinus und Tangenten für den Halbmesser 1 einrichten, welche andere gleiche negative Charakteristik als 10 könnte man geben? Da aber heutzutage von allen Analysten, mit ganzem Recht, die trigonometrischen Formeln für den Halbmesser 1 eingerichtet werden, so erscheint die Zeile auf den Titelblättern „für den $sin\;tot = 10000000000$“ als ein Zopf in Nullen.

$$L_1 + \log \sin \varphi + \log tang\ (2\varphi)_2 = \log \sqrt{\frac{2}{3} \sin^2 \varphi\ tang^2\ (2\varphi)_2} = \log \sin\ (2\varphi)_4.$$

Mit diesem Logarithmus gehe man wieder (nach gehöriger Reduction seiner Charakteristik) in die Tafel, suche unter den Sinus-Logarithmen den gleichgrossen, schreibe den Logarithmus des Cosinus, der auf derselben Zeile steht, heraus, so ist dieser wieder $\log . \cos\ (2\varphi)_4 = \lambda_2$; den Logarithmus der Tangente, der auf derselben Zeile steht, addire man aber sofort zu $L_2 + \log \sin \varphi$, so ist

$$L_2 + \log \sin \varphi + \log tang\ (2\varphi)_4 = \log \sqrt{\frac{4}{5} \sin^2 \varphi\ tang^2 \varphi\ (2\varphi)_4} =$$
$\log \sin\ (2\varphi)_6$ u. s. w., u. s. w.

Auf ganz ähnlichen Weg, jedoch für andere Winkel $(2\varphi)_2$; $(2\varphi)_4$; ...... erhält man nach 39 die Functionen $\sec\ (2\varphi)_2$; $\sec\ (2\varphi)_4$ ..... durch $\log \sec\ (2\varphi)_2 = 10 - \log \cos\ (2\varphi)_2$
$\log \sec\ (2\varphi)_4 = 10 - \log \cos\ (2\varphi)_4$ u. s. f.

Noch nützlicher scheint die Anwendung dieses stäten logarithmischen Calculs bei der numerischen Berechnung der Reihen 67 und 68, wenn m eine ganze positive Zahl ist. Es sei z. B. das dritte Glied der Reihe 15, welches durch 68 für $m = 3$ näher entwickelt wird, nämlich

$$\frac{1.1.3}{2.4.6} k^6 \frac{4^3 k'^3}{\varphi} \int_0^{\varphi} d\varphi\ \sin^6 \frac{\varphi}{2} (1 - k' \sin^2 \varphi)^3$$

$$(77) \qquad = \frac{1}{5} \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6\, 4^3 k'^3 \cos^2\ (\varphi)_2 . \cos^2\ (\varphi)_4 \cos^2\ (\varphi)_6 \times$$
$$\left[1 - \frac{3}{1} . \frac{7}{8} k' \cos^2 (\varphi)_8 \left(1 - \frac{2.9}{2.10} k' \cos^2 (\varphi)_{10} \left(1 - \frac{1}{3} . \frac{11}{12} k' \cos^2 (\varphi)_{12}\right)\right)\right]$$

mit Hilfe schon bekannter Logarithmen für $\cos\ (\varphi)_2$; $\cos\ (\varphi)_4$ .... bis $\cos\ (\varphi)_{12}$ zu berechnen. — Man setze, weil $\frac{1}{3} . \frac{11}{12} k' \cos^2\ (\varphi)_{12}$ augenscheinlich ein echter positiver Bruch ist, diesen $= \sin^2 \alpha_1$, so ist $1 - \frac{1}{3} . \frac{11}{12} k' \cos^2\ (\varphi)_{12} = \cos^2 \alpha_1$ und

$$\frac{2}{2} . \frac{9}{10} k' \cos^2 (\varphi)_{10} \left(1 - \frac{1}{3} . \frac{11}{12} k' \cos^2\ (\varphi)_{12}\right) = \frac{9}{10} . k' \cos^2 (\varphi)_{10} \cos^2 \alpha_1.$$

Da nun dieser Ausdruck wieder ein echter positiver Bruch ist, so sei $\frac{9}{10} k' \cos^2 (\varphi)_{10} \cos^2 \alpha_1 = \sin^2 \alpha_2$, und es reducirt sich der ganze umklammerte Ausdruck in 77 auf den einfacheren

$$\left[1 - \frac{3}{1} \cdot \frac{7}{8} k' \cos^2 (\varphi)_8 \cos^2 \alpha_2\right] \tag{78}$$

und dieser Ausdruck muss nothwendig positiv sein, weil die ganze Formel 77 positiv sein soll, vor der Klammer aber, in dem Product

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 4^2 k'^2 \cos^2 (\varphi)_2 \cos^2 (\varphi)_4 \cos^2 (\varphi)_6$$

kein negativer Factor erscheint. Wenn aber die Formel 78 positiv ist, und auch in $\frac{3.7}{1.8} k' \cos^2 (\varphi)_8 \cos^2 \alpha_2$ kein negativer Factor erscheint, so ist dieses Product gleichfalls ein echter positiver Bruch. Man setze daher $\frac{3}{1} \cdot \frac{7}{8} k' \cos^2 (\varphi)_8 \cos^2 \alpha_2 = \sin^2 \alpha_3$, so wird aus 77 der kürzere Ausdruck

$$\frac{1}{5} \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 k'^2 4^2 \cos^2 (\varphi)_2 \cos^2 (\varphi)_4 \cos^2 (\varphi)_6 \cos^2 \alpha_3 = A \text{ und}$$

$$\log A = 2\left(\log . \cos (\varphi)_2 + \log . \cos (\varphi)_4 + \log . \cos (\varphi)_6 + \log \cos \alpha_3\right) + \log\left(\frac{1}{3} \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 k^6 k'^2 4^2\right). \tag{79}$$

Die Logarithmen für $\cos \alpha_1$; $\cos \alpha_2$; $\cos \alpha_3$ werden in den Tafeln der Sinus-Logarithmen, nach vorher berechneten $\sin \alpha_1$; $\sin \alpha_2$; $\sin \alpha_3$, noch weit leichter gefunden, als die gleichbenannten Functionen in 71, 72, 73 nach vorberechneten $\tang \alpha_1$, $\tang \alpha_2$, $\tang \alpha_3$ gefunden werden, da unsere üblichen Tafeln so eingerichtet sind, dass gleich neben dem Logarithmus des Sinus der Logarithmus des Cosinus von gleichem Winkel steht. Ausserdem wird hier der Logarithmus von $\cos \alpha_1$, $\cos \alpha_2$, ... zu einer Summe von Logarithmen blos addirt, während er dort (in 71—73) subtrahirt, oder doch seine dekadische Ergänzung gesucht und addirt werden muss. Diese Vortheile mögen klein sein, aber sie wachsen mit der Gliederanzahl.

So wie das dritte Glied der Reihe 15 hier berechnet wurde, lassen sich, wie leicht ersichtlich, das erste und zweite Glied dieser Reihe gleichfalls behandeln. Ob aber auch die numerische Berechnung des vierten, fünften, sechsten und überhaupt des $m$ten Gliedes

der Reihen 15 und 16 dieser ununterbrochenen Reduction auf Sinus-Logarithmen sich unterwerfen lässt? das muss erwiesen werden. Vielleicht komme ich in die Lage, in einer andern Abhandlung zu erweisen, dass sich dieser Calcul, den ich den „stätigen“ nennen möchte, wirklich auf diese und noch weit mehr Fälle anwenden lässt, welche sämmtlich in der Reihe 66 einen allgemeinen Ausdruck finden. Es lässt sich mit aller Evidenz zeigen, dass die Form folgender Gleichungen (der einzelnen Glieder der Reihe 66) erlaubt und statthaft ist, sobald m eine ganze positive Zahl und k' ein echter positiver Bruch ist:

$$\frac{1}{m} k' \overset{n+m}{(\varphi)} = sin^2\, \alpha_1, \text{ mithin } 1 - \frac{1}{m} k' \overset{n+m}{(\varphi)} = cos^2\, \alpha_1$$

$$\frac{2}{m-1} k' \overset{n+m-1}{(\varphi)} cos^2 \alpha_1 = sin^2 \alpha_2, \text{ mithin } 1 - \frac{2}{m-1} k' \overset{n+m-1}{(\varphi)} cos^2 \alpha_1 = cos^2 \alpha$$

und allgemein

$$\frac{m-r+1}{r} k' \overset{n+r}{(\varphi)} cos^2\, \alpha_{m-r} = sin^2\, \alpha_{m-r+1}.$$

Die Giltigkeit dieser allgemeinen Gleichung ist, was ihre Form betrifft, wie gross auch immer m werden möge, vollständig erweislich.

Über die Ablagerungen des Neogen (Miocen und Pliocen), Diluvium und Alluvium im Gebiete der nordöstlichen Alpen und ihrer Umgebung.

Von D. Stur.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 26. April 1855.)

EINLEITUNG.

In der kurzen Zeit seit dem Erscheinen der geologischen Übersichts-Karte A. v. Morlot's und der geologischen Karte der Umgebungen Wien's von J. Cžjžek sind viele Beobachtungen, insbesondere über das Vorkommen der jüngeren Ablagerungen im Gebiete der nordöstlichen Alpen gemacht worden. Namentlich durch die Arbeiten der k. k. geologischen Reichsanstalt werden Daten aus allen Gegenden der nordöstlichen Alpen über das Vorhandensein, über die Lagerung der tertiären Diluvial- und Alluvial-Ablagerungen zusammengetragen; man hat ihre Verbreitung durch Österreich, Salzburg, Kärnten und Tirol nachgewiesen. Auf diese Weise hat man eine Masse von Beobachtungen aufgehäuft, die nun zu ordnen und in ein leicht zu übersehendes Ganze zusammenzufassen eine zeitgemässe Aufgabe geworden ist.

Es schien vor Allem nothwendig, alle bisher gemachten Beobachtungen über die tertiären und jüngeren Gebilde auf eine Karte aufzutragen, und so ein Bild der Verbreitung derselben zu entwerfen. Dann wurde es eben so nothwendig, die constanten und sich überall wiederholenden Verhältnisse, unter welchen diese Ablagerungen vorkommen, besonders ins Auge zu fassen, die vielen Widersprüche hervorzuheben und dieselben, so weit es die vielen in dieser Hinsicht gemachten Beobachtungen erlauben, zu erklären. Mithin einen Standpunkt zu erreichen, von dem man einen klareren Blick, auf die noch der Aufnahme harrenden Gegenden zu werfen, in den Stand gesetzt wird.

Auch v. Morlot suchte während seines Wirkens in Wien und Gratz dieses Ziel zu erreichen. Aber wegen Mangel an umfassenden Beobachtungen war er, weil voreilig, gezwungen manche Fehlschlüsse



zu thun, die er später hier in seiner Weise zu begründen und zu beweisen anstrebend sich in eine Theorie verwickelte, welcher zu lieb er an Thatsachen und Beobachtungen, die vor und nach ihm für wahr und richtig anerkannt worden sind zu zweifeln, und deren Wahrheit umzustürzen sich nicht scheute.

Um eine kurze Übersicht der Arbeiten A. Morlot's zu geben und zugleich seiner Theorie, die von der meinigen ganz verschieden ist mit einigen Worten zu erwähnen, muss ich einige Citationen folgen lassen.

Über seine ersten Studien der tertiären und Diluvial-Ablagerungen bei der Begehung der nordöstlichen Alpen und der Umgebungen von Judenburg und Knittelfeld möge man in seinen Erläuterungen zur geologisch bearbeiteten Section VIII der Generalstabskarte von Steiermark und Illyrien im Frühjahre 1848, S. 35 nachlesen.

Über eine von A. v. Morlot im Jänner 1849 vorgelegte Karte der nordöstlichen Alpen, auf welcher er die Vertheilung von Land (weiss gelassen) und Wasser (blau gefärbt) in ihrem Gebiete zur Miocenperiode darstellte, lese man in Haidinger's Berichten, Band V, Seite 98; wo auch das Niveau des tertiären Meeres auf 3000′ über dem jetzigen angegeben wird.

Das, am dritten August 1849 ausgesprochene Gesetz der Niveauverhältnisse der tertiären Formation ist in Haidinger's Berichten VI, Seite 72, und im Jahrbuche der k. k. geologischen Reichsanstalt, Bd. I, Seite 104, Anmerkung 2, entwickelt. Es wird daselbst bewiesen dass die ungleiche Höhe der Miocen-Ablagerungen nicht von ungleichen im Ostalpen-Gebiete stattgehabten Hebungen herrührt, sondern dass die miocenen Ablagerungen alle unter einem und demselben Wasserspiegel gebildet wurden.

In einer im Jahrbuche der geologischen Reichsanstalt, Band I, Seite 104 gedruckten Abhandlung bespricht A. v. Morlot die Niveau-Verhältnisse der Miocen-Ablagerungen im Gebiete der Mürz und glaubt daraus schliessen zu können, dass das Miocen-Meer über den Semmering wegging, und die Parschluger Kohlenformation eine marine Bildung sei.

Über die Hydrographische Karte A. v. Morlot's lese man im Jahrbuche der geologischen Reichsanstalt, Band I, Seite 365, vom 2. April 1850, und in den Sitzungsberichten der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, mathem.-naturw. Classe IV, 1850.

Seite 369, vom 11. April 1850; wo derselbe auch das Niveau des tertiären Meeres auf 3500′ über dem jetzigen Meere feststellt.

In brieflichen Mittheilungen an W. Haidinger vom 14. und 19. Juni 1850, Jahrb. der k. k. geol. Reichsanstalt, Bd. I, Seite 347, sucht endlich A. v. Morlot zu beweisen, dass der Leithakalk eocen sei.

Dr. Boué widerlegt die Morlot'sche Theorie in den Sitzungsberichten der kais. Akademie der Wissenschaften, mathem.-naturw. Classe, Bd. IV, 1850, Seite 385, und gibt dort zugleich die Grundlage an, auf welcher eine, die merkwürdigen Niveau-Verhältnisse der Neogen-Formation erklärende Theorie gebaut werden müsse.

In der That müsste Morlot nach den vorhandenen Messungen über die absoluten Höhen der Schotter-Ablagerungen in Steiermark, Salzburg, Kärnten und Tirol sein miocenes Meeres-Niveau bis auf 6200′ feststellen.

Der Zweck dieser Arbeit ist eine Theorie aufzustellen, welche die Art und Weise, wie die Bildung der tertiären und jüngeren Ablagerungen vor sich gegangen war, erklärt. Um aber dieser Arbeit einen praktischen Werth zu sichern, habe ich mich bemüht, die Mittheilung aller bis jetzt gemachten wichtigeren Beobachtungen, so weit es anging, ohne allen theoretischen Betrachtungen vorauszuschicken, um auf diese Weise eine möglichst kurze Zusammenstellung des bis jetzt, über die jüngeren — tertiären und aufwärts — Gebilde im Gebiete der nordöstlichen Alpen Bekannten zu machen, als auch die Mittel zugleich an die Hand zu geben, um zu beurtheilen, wie weit meine Theorie als geltend angenommen werden könne. Daraus folgt die Theilung meiner Arbeit in zwei Abschnitte.

Die Ablagerungen im Innern der Alpen werden besonders berücksichtigt, und eine Parallelisirung derselben mit den ausserhalb der Alpen befindlichen Ablagerungen angestrebt. Die Ablagerungen der älteren, eocenen Epoche der tertiären Formation werden dagegen gar nicht berücksichtigt. Daher ist im Verlaufe der Abhandlung immer nur von der jüngeren, neogenen (miocen und pliocen) Epoche die Rede.

I. BEOBACHTETES.

A. Gesteinsbeschaffenheit und Versteinerungen der neogenen Ablagerungen.

a) Offenes Meer.

1. Allgemein verbreitete Gebilde.

Das Wiener Becken. Die Tegelbildung mit untergeordneten Sand- und Geröll-Lagen nimmt im Wiener Becken eine Mächtigkeit ein, die bisher noch auf keinem Punkte gänzlich erforscht wurde. Hier lese man nach in J. Cžjžek's Erläuterungen zur geognostischen Karte der Umgebung von Wien, Seite 41 und folgende. Im Anhange Seite 45. Man kann annehmen, dass diese Tegelbildung mehr als 1000′ Mächtigkeit besitze.

Die Fossilreste, welche die erbohrten Schichten liefern (J. Cžjžek, Jahrb. der k. k. geol. Reichsanstalt, Band II, Heft 6, Seite 82), zeigen, dass in der Tiefe eine Meeresbildung vorherrsche, die nach oben allmählich in Absätze aus brakischen und zum Theile süssen Wässern übergeht. Eine wellenförmige Lagerung der Tegelschichten im Wiener Becken ist überall bemerkbar.

Dr. Moritz Hörnes hat eine Abhandlung über das Vorkommen der fossilen Mollusken des Tertiär-Beckens von Wien geschrieben. (Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt, Bd. II, Heft 4, Seite 93 und folgende.)

Nach den neuesten Arbeiten hat Dr. Hörnes [1]) die unter dem Schotter und Sand gelagerten Schichten der Tegelbildung in folgende Unterabtheilungen gebracht. Erstens theilt er den Tegel im Allgemeinen in den oberen Süsswasser-Tegel, und in den aus dem rein salzigen tertiären Meere abgelagerten unteren Tegel. Als die Grenze zwischen diesen beiden Tegel-Ablagerungen betrachtet Dr. Hörnes die weit verbreiteten, in ihrer Zusammensetzung sehr constanten, und mithin einen sehr sicheren Horizont bildenden Cerithien-Schichten.

Den unteren Tegel theilt Dr. Hörnes in eine obere Sand- und eine untere Tegelablagerung. Dort wo diese beiden Unterabtheilungen an einander grenzen, besteht ein Complex von Tegel- und Sand-

[1]) Dr. Hörnes, schriftliche Mittheilungen.

Schichten, die mit einander wechsellagern. Nach diesen Vorbemerkungen lässt sich folgende schematische Darstellung der tertiären Schichten des Wiener Beckens verfassen.

Schichten		Fundorte
Schotter, Sand, Tegel	. . . .	Wien
Oberer Tegel	. . . . . .	Brunn
Cerithien-Schichten	. . .	Gaunersdorf
Unterer Tegel		
Sand	. . . .	Pötzleinsdorf, Niederkreutzstätten, Gauderndorf
Sand und Tegel	. . . .	Grund, Nikolsburg, Steinabrunn, Nussdorf, Grinzing, Enzersfeld, Gainfahren
Tegel	. . . .	Vöslau, Möllersdorf, Baden.

Der Schotter besteht aus zugerundeten meist länglichen Geschieben von verschiedener oft bedeutender Grösse, darunter sind Quarzgeschiebe am häufigsten, man trifft aber auch solche von Granit, Gneiss, Glimmerschiefer, zuweilen auch von Syenit, Porphyr und rothem Sandstein. Eine Schichtung ist nicht bemerkbar. Der Schotter überlagert die Hügel des Wiener Beckens mantelförmig [1]).

Der, die Tegelbildung allgemein überlagernde und seinerseits eben so allgemein vom Schotter bedeckte Sand ist weiss, weisslich oder gelblich grau, gröber oder feiner und besteht aus wenig scharfkantigen Quarzkörnern, denen feine Glimmerblättchen untermengt sind. In den untersten Lagen dieses Sandes, dort wo er bereits auf dem Tegel aufliegt, werden Knochenreste, einzelne Zähne und ganze Kiefer ausgegraben von:

---

[1]) J. Cžjžek, Erläut. z. g. Karte von Wien, S. 19.

Mastodon angustidens Cuv.
Dinotherium giganteum Kaup.
Acerotherium incisivum Kaup.
Sus palaeochoerus Kaup.
Hippotherium gracile Kaup.
Cervus haplodon H. v. Meyer.

Das weitere über den Sand lieferte J. Cžjžek, Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt, Band II, Heft 6, Seite 83.

Über den oberen Tegel ist eine Abhandlung von J. Cžjžek im Jahrbuche der geolog. Reichsanstalt Bd. II, Heft 2, S. 80 und 82 erschienen, wo namentlich über die wellenförmige Lagerung der oberen Tegelschichten am Wiener und Laaer Berge gesprochen wird. Mit den südlichen und nördlichen Abhängen parallel, heben und senken sich die Schichten, werden gegen die Mitte etwas mächtiger, an den Rändern der Abhänge dagegen werden sie schwächer, und manche keilen sich gänzlich aus.

Für den oberen Tegel sind charakteristisch:

Neritina fluviatilis Lam.
Melanopsis Bouéi Fér.
„ *pygmaea* Partsch.
Congeria subglobosa Partsch.
„ *spathulata* Partsch.
„ *triangularis* Partsch.

In einer Sandleiste in den Ziegeleien bei Inzersdorf wurde ferner noch gefunden:

Acerotherium incisivum Kaup.
Hippotherium gracile Kaup.
Cybium Partschii Münster.

Bei Hernals findet man im oberen Tegel [1]):

Phoca sp.
Delphinus sp.
Trionyx vindobonensis Peters.
Caranx Carangopsis Heckel.

Die Cerithien-Schichten und die Schichten des unteren Tegels beschreibt J. Cžjžek [2]) und Dr. Hörnes [3])

---

[1]) Dr. Peters, mündliche Mittheilung.
[2]) J. Cžjžek, Erläut. S. 33.
[3]) Jahrb. der k. k. geol. Reichsanstalt. Band II, Heft 4, Seite 104—118.

ausführlich; da sie uns hier weniger berühren und ohnehin eine ausführlichere Abhandlung über die Schichten des tertiären Wiener Beckens von Dr. Hörnes zu erwarten ist, so müssen wir uns mit dem Gesagten begnügen.

Die Bucht von Untersteier. In dieser Bucht des weiten ungarischen Tertiär-Beckens scheinen dieselben Verhältnisse obzuwalten, die im Wiener Becken als herrschend betrachtet worden sind. Tegel bildet den Untergrund, darauf lagert der Sand und dieser bedeckt in ungeheueren nur durch die Rinnsale der Bäche unterbrochenen Flächen der Schotter. Die Cerithien-Schichten treten hier ebenfalls auf.

Das Becken des Lavantthales[1]. Das Lavantthal, eines der schönsten und fruchtbarsten Thäler Kärntens, wird im Osten durch den Gebirgsrücken der Kor-Alpe und im Westen durch jenen der Sau-Alpe begrenzt, lauft wie die Gebirgsrücken, von Norden nach Süden, und wird durch die zwischen Gröbern und Theisenegg sich berührenden Ausläufer der Kor-Alpe und der Sau-Alpe in zwei ungleiche Theile in das obere und das untere Lavantthal geschieden. Der beim Taxwirth aus Steiermark nach Kärnten eintretende Lavantfluss durchzieht von Norden nach Süden zunächst das kaum $1/4$ Meile breite obere Lavantthal, zwängt sich sodann durch eine Gebirgsspalte, den schroffen Twimberg-Graben, in vielfachen Krümmungen zwischen den Ausläufern der Kor- und Sau-Alpe hindurch, und betritt oberhalb Wolfsberg das stellenweise eine Meile breite untere Lavantthal, welches er nach seiner ganzen, bei drei Meilen langen Erstreckung bis Lavamünd bewässert, wo er sich in den Draufluss ergiesst.

Sowohl im unteren als auch im oberen Lavantthale findet man Schichten der Tertiärformation, denen die Thalsohlen ihre Fruchtbarkeit verdanken. Die tertiären Schichten des oberen Lavantthales stehen jedoch in keinem unmittelbaren Zusammenhange mit jenen des unteren Lavantthales, wohl aber treten sie beim Taxwirth nach Steiermark über und bilden dort das Tertiär-Becken von Obdach. Indessen sind Anzeichen vorhanden, dass eine Verbindung des tertiären Meeres, des oberen mit dem des unteren Lavantthales über den niederen Gebirgssattel bei Pröbel und durch das Auenthal stattgefunden habe, keineswegs aber nach dem jetzigen Laufe des Lavantthal-Flusses, der

[1] M. V. Lipold, Wiener Zeitung, 15. Dec. 1854.

sich seine Bahn nach der Gebirgsspalte des Twimberg-Grabens erst später durchgebrochen hatte.

Die tertiären Ablagerungen des Lavantthales bestehen aus vier verschiedenen Gebirgsarten. Die untersten, unmittelbar den älteren krystallinischen und Übergangsschiefern, aufgelagerten Schichten sind aus grösstentheils blaugrauen Mergeln und Tegeln (Thonen) zusammengesetzt. Sie kommen häufiger im oberen als im unteren Lavantthale zu Tage, und zwar im letzteren hauptsächlich am Dachberge bei Jakling. Man findet in ihnen nicht nur Pflanzenreste, grösstentheils Dicotyledonen-Blätter, besonders bei Wiesenau und Schlott im oberen Lavantthale, sondern auch Thierreste. Am Gemersdorfer Bache zwischen Mühldorf und Maria Rojach fanden sich im Tegel vor:

Arca diluvii Lam.
Pecten cristatus Bronn.
Capulus hungaricus Brocc.
Voluta rarispina Lam.
Terebra fuscata Brocc.
Columbella nassoides Bell.
Rostellaria pes pelicani Lam.
Pleurotoma asperulata Lam.
„ *spinescens* Partsch.
Conus Dujardini Desh.
Turritella turris Bast.
Dentalium Bouéi Desh.
„ *elephantinum* Brocc.

Lauter Species, welche nach Herrn Dr. Hörnes, welcher dieselben bestimmte, der Fauna von Baden im Wiener Becken entsprechen und somit die neogentertiäre Formation der Tegelschichten darthun. Diese Schichten führen auch vorzugsweise Braunkohlen, welche bisher bei Wiesenau und Reichenfels im oberen, und bei Pailldorf und Andersdorf im unteren Lavantthale bergmännisch aufgedeckt wurden. Die Braunkohlen besitzen häufig eine lignitische Structur und eine geringe Reinheit. Ihre Mächtigkeit ist bis zu drei Klaftern bekannt geworden. Der Tegel von Dachberg bei Jakling wird als ein ausgezeichneter Töpferthon benützt.

Die nächst höheren Schichten der Tertiär-Formation im Lavantthale bilden Sande und glimmerige Sandsteine, letztere blaugrau oder bräunlich. Sie erscheinen bei Schiefling im oberen und bei

Hattendorf, Wolkersdorf, Biechling u. m. a. O. im unteren Lavantthale und führen, wie der Tegel, sowohl Pflanzenreste — bei Wiesenau, Hattendorf — als auch Thierreste, unter denen vom Fundorte nächst dem Fröhlichbauer am linken Lavantufer ob Lavamünd:

Buccinum mutabile Lin.
Natica millepunctata Lam.
„ *glaucina* Lam.
Pleurotoma Jouanetti Desm.
Turritella sp?
Cerithium pictum Bast.
Lucina scopulorum Brogn.

ebenfalls charakteristische Formen der jüngeren Tertiär-Formation bestimmt worden sind.

Über den Sanden und Sandsteinen als drittes höheres Glied der Tertiär-Schichten des Lavantthales erscheinen gelbe, sandige Lehme. Diese besitzen die grösste Verbreitung, besonders im unteren Lavantthale und auch die grösste Mächtigkeit. Ihr tertiäres Alter wird durch Pflanzenreste, welche man in ihnen hauptsächlich im Granitzthale vorfindet, erwiesen. Sie bilden theils terrassenförmige schroffe Abhänge an der Lavant, z. B. bei St. Andree, theils verlaufen sie sanft und flach gegen die Lavant.

Durch allmähliche Aufnahme von Gesteinsgeschieben gehen die sandigen Lehme endlich in Schotter und Conglomerate über, welche die vierte und höchste Abtheilung der Tertiär-Schichten des Lavantthales bilden. Sie treten nur im unteren Lavantthale auf, u. z. am Fusse der Kor-Alpe und an dem Gebirgsrücken zwischen dem Granitz-Thale und der Griffner Ebene, wo sie sich durch Geschiebe von Gesteinen, die daselbst nicht anstehend sind, kund geben. Die Conglomerate sind von den Diluvial-Conglomeraten der Drauebene verschieden durch das sandig lehmige Cement, das sie enthalten.

Die Schichtenfolge der tertiären Formation im Lavantthale ist daher:

Schotter und Conglomerat.
Sandiger Lehm.
Sande und Sandsteine mit Versteinerungen.
Blaugraue Mergel mit Badner Versteinerungen.

Die Mächtigkeit der Tertiär-Schichten des Lavantthales, welche nur kleine Vorberge an den Ausläufern der Kor- und Sau-Alpe bilden,

kann man kaum auf 500′ schätzen. Die geschichteten Ablagerungen derselben lassen ein durchschnittliches Streichen von Nord-West nach Süd-Ost, welches auch das Streichen der krystallinischen Schiefer dieser Gegend ist, und ein Einfallen nach Süd-West mit 15—40° beobachten.

Die neogenen Ablagerungen besitzen im oberen Lavantthale eine Seehöhe zwischen 2—3000 Klafter, wogegen sie im unteren Lavantthale nicht über 1800′ sich erheben. Der Land- und Getreidebau im Lavantthale wird bis zur Meereshöhe von 4000′ betrieben; über 5000′ sind geschlossene Waldungen nicht mehr zu finden.

Das obere Donau-Becken. Die Ablagerungen des Tullner Beckens und nördlich von der Donau in der Umgebung von Meissau und Ober-Hollabrunn bestehen ebenfalls aus Schotter, Sand und Tegel. Die Cerithien-Schichten kommen hier vor [1]), der Tegel mit Congerien fehlt; dagegen tritt hier in der Umgebung von Meissau ein dem oberen Donau-Becken eigenthümliches Gebilde, der Menilitschiefer auf, in dem sich die *Meletta sardinites* Heckel vorfindet. (Hier lese man nach: J. Cžjžek, Erläuterungen zur geogn. Karte von Krems, Seite 13 und folgende. Dann Seite 22, dann J. Cžjžek, Jahrb. der k. k. geolog. Reichsanstalt, Bd. IV, Seite 282). Im Becken von Linz bestehen die tertiären Ablagerungen aus Schotter, Sand und Mergel. Die Versteinerungen des Mergels entsprechen im Allgemeinen dem unteren Tegel, die des Sandes den Cerithien-Schichten und dem Sande des unteren Tegels. Der obere Tegel fehlt auch hier. In den oberen Schichten des Mergels sind zwischen Stanersdorf und Salau östlich von Markersdorf dünne Schiefer bemerkbar, die in den oberen zerstörte Pflanzentheile, und darunter Fischschuppen der *Meletta sardinites* Heckel ähnlich, führen. Auch bei Haaslach stehen diese Schiefer an.

2. Locale Bildungen des offenen Meeres.

Der Leithakalk ist eine Korallenbildung des tertiären Meeres, die sich, wie noch gegenwärtig alle Korallenbänke, an den Untiefen der Meeresküsten ansetzte; er ragt über die andern tertiären Gebilde weit empor, ist nur am Rande der Becken und an Inselbergen zu finden, wo seichter Meeresgrund war. Die Korallenbänke des Leitha-

[1]) J. Cžjžek, Jahrb. der k. k. geol. Reichsanstalt. Band IV, Seite 275.

kalkes erreichen eine Mächtigkeit, die stellenweise nach Cžjžek [1]) 900′ überschreitet.

Eine lange Zeitperiode erforderte es, bis sich diese grossen Massen von Korallen an den Rändern der Becken anhäuften, während in der Tiefe sich die Tegel- und Sandschichten absetzten, d. i. der Leithakalk ist zum Theile eine gleichzeitige Bildung mit dem Tegel, beide haben äquivalente Schichten, obwohl sie nicht in gleichem Niveau stehen.

Die zufällig in die Korallenmasse eingeschlossenen Reste von Meeres- und Landthieren zeigen in einigen Schichten ein höheres Alter, dagegen ein jüngeres in Anderen. An einigen Stellen überlagert der Leithakalk den Badner Tegel und führt Versteinerungen, die ihn den oberen Schichten des unteren Tegels gleich stellen. An anderen Stellen dagegen findet man im Leithakalke:

Acerotherium incisivum Kaup.
Mastodon angustidens Cuv.
Dinotherium giganteum Kaup.
Palaeotherium aurelianense Kaup.
Cervus haplodon H. v. Mey.
Trionyx Partschii Fitzinger (Loretto)[2]).

Eine sehr ausführliche Abhandlung von Bergrath Cžjžek über den Leithakalk am Leithagebirge findet man im III. Jahrgang des Jahrbuches der geologischen Reichsanstalt, Heft 4, Seite 45, worauf ich hinweisen muss.

b) Randbildungen.

Bei denjenigen Ablagerungen des tertiären Meeres, die sich am Rande desselben abgelagert haben, lässt sich der Einfluss, den das angrenzende Land und die süssen Wässer derselben auf ihre Beschaffenheit ausgeübt haben, nicht verkennen. Hierher gehören die Conglomerate und die Braunkohlen; beide verdanken das Material, aus dem sie bestehen, den angrenzenden steilen oder flachen, sumpfigen Ufern und deren Gewässern. Auch der sie begleitende Sand und Tegel ist häufig von dem des offenen Meeres ganz verschieden; der Schotter (im Inneren der Alpen wegen seinem Vorkommen hoch auf den

---

[1]) Im Jahrb. der k. k. geol. Reichsanstalt. Band III, S. 46.
[2]) Dr. Peters, mündliche Mittheilungen.

Abhängen der Berge, von Dr. Peters Hochschotter genannt), besteht ebenfalls meist auch nur aus den Gebirgsarten, über und an welchen er abgelagert wurde.

Diese Randesbildungen werden aber vorzüglich durch das Auftreten der Braunkohlen in denselben charakterisirt. Man findet zwar auch häufig vom Rande des ehemaligen Meeres bedeutend entfernt Braunkohlen-Lager an solchen Stellen, wo man ein offenes Meer vermuthen sollte. Diese Stellen sind aber gewiss Untiefen und ruhigere Stellen des Meeres gewesen, an denen die Treibhölzer, die eben auch vom Lande kommen mussten, sich ablagern konnten. Die Braunkohlen sind es aber auch, deren Lagerungsverhältnisse durch die vielen darauf betriebenen Bergbaue besser aufgeschlossen sind, die das Studium der Randesbildungen ermöglichen; sie sollen auf einige Augenblicke unsere Aufmerksamkeit in Anspruch nehmen.

Je kleiner aber ein Becken ist, desto mehr Ränder besitzt dasselbe, und seine Ablagerungen sind blos Randesbildungen; daher sollen die im Innern der Alpen eingeschlossenen kleineren Becken ebenfalls in diesem Abschnitte behandelt werden.

I. Allgemein verbreitete Gebilde.

Wiener Becken.

Bei Leobersdorf, ganz in der Ebene kommt ein Flötz von Lignit vor; es lagert im Sande auf Tegel[1]).

Der Lignit der Jaulingwiese. Ein dem östlichen Rande dieser Mulde nahe gelegener Braunkohlen-Bergbau gibt über die Gebilde, welche den Kessel erfüllen, Aufschluss. Folgende Schichtenreihe von oben nach unten liess sich ermitteln:

	Conglomerat	im Mittel 17 Klafter.
	Sandstein	
	Tegel	
I.	Lignitflötz 3 — 4″	
	Tegel 20″	
II.	Lignitflötz 1′	
	Tegel 4″	
III.	Lignitflötz 1′	
	Lichtgrauer Tegel mit Knochen 3—9′	
	Grundgebirge Dolomit.	

[1]) J. Čžjžek, mündliche Mittheilungen.

Im Hangend und Liegend-Tegel des ersten Flötzes kommen vor: *Helix argillacea* Fér., *Neritina virginea* Linn., „*Melanopsis Dufourii* Fér., *Clausilia, Unio Ravellianus*. Sie sind nicht an eine einzelne Schichte gebunden und charakterisiren diese Ablagerung als eine Süsswasserbildung. Im Liegendtegel, kaum einen Fuss über dem Dolomit, wurden fossile Reste von *Mastodon angustidens* Cuv. aufgefunden.

Sämmtliche Schichten erlitten mehrere parallele Verwerfungen; die Verwurfsflächen streichen von Nord nach Süd mit 50° — 60° Neigung.

Das Weitere darüber schreibt Zepharovich im Jahrbuche der geologischen Reichsanstalt, Band II, Seite 711.

Unter ganz analogen Verhältnissen kommen die Lignite bei Kleinfeld am Grillenberg vor.

Die isolirte Mulde von Pernitz [1]) führt in den tieferen unter den Conglomeraten liegenden Mergelschichten etwas Lignit.

Lignit bei Gloggnitz. Bei Ober-Hart steht im Tegel der Rest eines bedeutenden Lignitflötzes in aufrechter Stellung, eine abgestumpfte etwas schief stehende Pyramide bildend, deren Basis ein viel grösseres Parallelogramm als die zu Tage ausgehende Spitze ist. Die Schächte in der Kohle sind über 40 Klafter abgeteuft ohne die Sohle noch erreicht zu haben. In dieser Stellung konnte der Lignit nicht abgelagert worden sein und die schief abgeschnittenen Seiten zeigen, dass noch Theile des Flötzes fehlen, welche die weiteren Schürfungen hier nicht entdeckten. Der Rest des hier übrig gebliebenen Flötzes ist in eine tiefe Schlucht zwischen den Grauwacken-Schiefern eingesunken; denn kaum 60 Schritte vom Flötz nördlich stehen die letzteren an. Der Lignit ist fest, braun mit deutlicher Holztextur, enthält Reste von *Acerotherium incisivum* Kaup., *Mastodon angustidens* Cuv. und *Hippotherium gracile* Kaup., und führt hin und wieder in kleineren Räumen Hartit. Die Mergel am Flötze sind ohne Schichtung. Das Weitere darüber: J. Cžjžek, Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt, Band V, Seite 520.

Östlich von Leiding ziehen sich die tertiären Schichten in das Walpersbacher Thal hinab; sie bestehen bei Leiding aus Geröllen

---

[1]) J. Cžjžek, Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt Bd. IV, S. 180.

und Conglomeraten und bei Walpersbach aus Sand- und Mergel-Lagen, die mit einander wechsellagern und ein Kohlenflötz einschliessen. Die schieferigen Mergel sind in der Nähe der Kohlen dunkelgrau und voll zerstörter und zerdrückter Muschelfragmente, worunter ein Planorbis noch am deutlichsten und häufigsten hervortritt; sie sind also eine Süsswasserbildung. Die Kohle ist schwarz und glänzend mit muscheligem Bruch. In derselben fand man:

Dorcatherium vindobonense Mey.
Palaeomeryx medius Mey.
Rhinoceros Schleiermacheri Mey.

einen Krokodil-Zahn und auch Schildkrötenreste. Das Nähere darüber: J. Cžjžek, Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt, Band V, Seite 525.

Schauerleithen und Klingenfurth. An beiden Orten ist die schwarze Braunkohle fast unmittelbar auf dem Grundgebirge selbst gelagert und von Sand mit wenig Tegel bedeckt. Bei Schauerleithen fanden sich in der Kohle Reste von

Dorcatherium vindobonense Mey.

Im Hangenden der Kohle im Mergel von grauer Farbe kommen vor:

Cassia ambigua Ung. und
Widdringtonites Ungeri Endl. [1]).

Die Lignit-Ablagerungen von Zillingsdorf und Neufeld.

Die tertiären Ablagerungen dieser Gegend bestehen:

Oben: aus tertiären Schotter, darunter:
Sand mit Lignitflötzen

(das Canalflötz, Pötschingerflötz, Zillingthaler-, Zillingdorfer- und Neufelder-Flötz)

Tegel mit *Congeria subglobosa* und *spathulata*.
Tegel mit Sandlagen, in den lezteren Cerithien.

An zwei Stellen fand man Knochenreste von

Acerotherium incisivum Kaup.

Die Kohlenflötze hängen unter einander nur wenig zusammen aber ihre Unterlage, ihre Bildung und ihre Bedeckung ist ganz gleich. Die Kohle ist Lignit. Den grössten Theil der Kohlenflötze bildet eine Masse von durcheinander geworfenen Holzstücken mit andern unkennt-

---

[1]) Näheres: J. Cžjžek, Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt. Bd. V, S. 525.

lichen vermoderten Pflanzentheilen. Die Wurzelstücke und Holzstücke, theils abgestossen und den Treibhölzern ganz ähnlich, liegen ohne Ordnung durcheinander. Es ist daher wahrscheinlich anzunehmen, dass gegen das Ende der tertiären Formation in den tertiären Meeren diese Hölzer und Vegetabilien als Treibhölzer geschwommen sind und sich an gewissen Stellen, wo sie die Strömung nicht fortriss, gesammelt haben. Die Zwischenlagen von einem blauen Tegel zeigen Unterbrechungen der Kohlen-Ablagerungen an.

Steierische Bucht des ungarischen Beckens.

Von Forchtenau[1]) östlich kommen in den tertiären aus Schotter, Sand und Tegel bestehenden Ablagerungen, bei Brennberg und im Zerreichenwald schwarze Braunkohlen, bei Ritzing und im Thiergarten Lignite vor.

Bei Sieggraben ist ein nicht abbauwürdiges Flötz von einer schwarzen Braunkohle aufgedeckt.

Im Weingraben östlich von Plamau dann bei Karl östlich von Kirchschlag kommen schwarze Braunkohlen, bei Pilgersdorf und Bubendorf dagegen Lignite vor.

Zwischen Bernstein und Pinkafeld kommen bei Schreibersdorf und östlich von Pinkafeld schwarze Braunkohlen vor.

In dem tertiären Süsswasserbecken von Fladnitz kommt eine Kalkbreccie (Conglomerat) vor, in deren Nähe bei Passail auch wenig mächtige Kohlen-Anhäufungen vorkommen. (Das weitere darüber: Dr. Andrae dritter Bericht des geognost.-montanist. Vereines für Steiermark. Seite 10.)

In der Hügelreihe zwischen der Raab und der Ilz scheint die Kohlenbildung eine grosse Ausdehnung aber gewöhnlich geringe Mächtigkeit zu haben. Bei Ilz südlich sind Lignite bis 3' mächtig. Bei Kl.-Semmering unweit Weiz kommen im Hangenden der bis 7' mächtigen Kohle:

Glyptostrobus Oeningensis Ung. und
Comptonia dryandroides Ung. vor.

(Näheres darüber: Dr. Andrae dritter Bericht des geognost.-montanist. Vereines für Steiermark. Seite 8.)

Becken von Rein. Die oberste Schichte der Süsswasserbildung besteht aus einem zerreiblichen, weissen oder gelblichen

---

[1]) J. Cžjžek, schriftliche Mittheilungen.

stellenweise kieseligen Kalk mit Planorbis, Helix, Clausilia und Achatina. Die Mächtigkeit dieses Kalkes wechselt zwischen 6′ und 30′. Unter dem Kalke folgen mergelige Schichten mit Süsswasser- und Landschnecken. In diesen Mergeln sind vier Kohlenflötze enthalten. Die Kohle ist Lignit. Zu unterst ist Sand. Das Grundgebirge ist Übergangskalk. Auch ein Conglomerat kommt nördlich von Rein in diesem Becken vor, ganz analog wie auf der Jaulingwiese. Das paläontologische sehe man nach in: „J. Gobanz: Fossile Land- und Süsswasser-Mollusken des Beckens von Rein" in den Sitzungsberichten der kaiserl. Akademie der Wissenschaften, mathem.-naturw. Classe, Band XIII, Seite 180.

Bei Voitsberg liegt Steiermarks reichhaltigste Kohlenniederlage; grauer und blauer Lehm (Tegel), Sand und Schotter begleiten die Kohlen. Blattreste sollen nur im Kohlenbaue bei Köflach vorkommen. Das Liegende der Kohlenbildung ist das Grundgebirge.

Das ganze Flötz gehört der jüngsten Braunkohlenbildung an, besteht grösstentheils aus bituminösem Holze und auch in den Schichten, wo die Holztextur verschwindet, ist die Kohle ohne Glanz und braun. Die Hauptverunreinigung ist Sand und Letten, wodurch die Kohlen mitunter völlig unbrauchbar werden. Reiner sind in der Regel die oberen Schichten und die Beschaffenheit der Kohle ist im ganzen Flötz ungleich. Die Neigung des Flötzes steigt oft bis 60 Klafter.

In diesen Ablagerungen herrschen Land- und Sumpfschalthiere. Das weitere in: Tunner's Jahrbuch für den Berg- und Hüttenmann 1841, I, Seite 81.

Bei Lanach und St. Florian kommen in den rein marinen Bildungen dieser Gegenden kaum paar Zoll starke Kohlenschnürchen vor [1]).

Eibiswald. Diese Partie der Süsswasser-Gebilde zieht sich in Süden hin und reicht von Schwanberg über Wies und Eibiswald bis Grossklein; die Kohlenlager von Limberg, Steieregg, Schönegg, Tagernigg und Eibiswald, mit ihren ausgezeichneten und meist geschätzten Glanzkohlen gehören ihr an.

Die Schichtenfolge wie sie sich zu Steieregg darstellt, ist folgende: (von oben nach unten).

---

[1]) Dr. Rolle, mündliche Mittheilungen.

Schieferthon (sandiger Mergel) mit Sphaerosideritnieren und Pflanzenabdrücken.

Kohlen, 3—4', glänzend schwarz.

Feinkörniger Sandstein.

Kohlen, 1'.

Feinkörniger Sandstein.

Grobes Conglomerat aus Glimmerschiefer-Bruchstücken.

Glimmerschiefer.

Gefunden wurden hier [1]):

Dorcatherium Naui Mey.
Cervus sp.
Trionyx stiriacus Peters [2]).
Chelydra sp.
Crocodilus Ungeri Fitzinger.

Damit zugleich erscheinen viele zerstreute Fischfragmente, Unionen und andere Flussschalthiere (so bei Gr. Klein-Melania) ferner kleine Cyprisschalen und mitunter wohlerhaltene Blattabdrücke.

In den Eibiswalder Ablagerungen herrschen Flusswasserbewohner. (Näheres darüber: Dr. Rolle vierter Bericht des geogn.-mont. Vereins für Steiermark, S. 24, Sprung, Tunner's Jahrbuch 1841, I, Seite 60.)

Im Wechsel-Gebirge:

Das tertiäre Becken von Ratten [3]) südlich von Mürzzuschlag liegt in einem ziemlich tief eingeschnittenen Thale, an dessen Rändern ringsum krystallinisches Gebirge ansteht.

Die kohlenführenden Schichten nördlich von Grubbauen sind von oben nach unten:

Schotter, bestehend aus Quarz, Glimmerschiefer und Gneissgeröllen. Quarzgerölle herrschen vor.

Lehm, 2—4 Klafter mächtig mit häufigen Glimmerblättchen und Geröllstücken, endlich

Kohle, schwarze Braunkohle.

Das Liegende ist nicht bekannt.

---

[1]) Dr. Peters, mündliche Mittheilungen.

[2]) Dr. Peters, Schildkrötenreste aus den tertiären Ablagerungen Österreichs. Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften, IX Band.

[3]) v. Lidl, schriftliche Mittheilungen.

Der südliche Theil der Mulde ist mit Schotter angefüllt, dessen einzelne Gerölle oft $^1/_2$′ im Durchmesser erreichen.

Über die Lagerungsverhältnisse der Tertiär-Mulden von Krumbach, die aus ähnlichen Schichten wie die von Leiding besteht, sehe man: Cžjžek, Jahrb. der k. k. geolog. Reichsanstalt, Band V, S. 526. Die Kohle lagert auf dem Grundgebirge mit dessen Bruchstücken sie gemengt ist.

Von der Höhe der Wasserscheide über welche die Tertiär-Mulde reicht, zweigt sich ein Ausläufer nördlich in die Tonn südlich von Thomasberg ab. Hier sind Baue auf eine schwarze Braunkohle, die in einem etwas verborgenen 4′ mächtigen Flötze vorkommt. Dieses ist zwischen grauen, sandigen und glimmerigen weichen Schiefern eingelagert, welche deutliche Blattabdrücke führen.

Oberes Donau-Becken.

Thallern. Die Lagerungsverhältnisse der Kohlenflötze von Thallern sind angegeben: J. Cžjžek, Erläuterungen zur geogn. Karte von Krems, Seite 36.

Der Tegel, in dem die Kohlenflötze von Thallern eingelagert sind, führt in einer Ziegelei, westlich von Hollenburg, Mergelkugeln, darin sind zu finden

Venericardia Partschii Goldfuss.
Venericardia scalaris Sow.
Cardium conjungens Partsch.
Pectunculus pulvinatus Brogn.
Lucina sp.

Folglich die Versteinerungen wie im Wiener Becken bei Gainfahren und Enzersfeld. Daher gehören auch die Braunkohlen von Thallern einer tieferen Schichte an, als die Lignitflötze von Zillingsdorf und Neufeld, und scheinen mit den Kohlen von Schauerleithen äquivalent zu sein, denen sie auch sehr ähnlich sind.

Bei Obritzberg ist eine reine aber etwas mürbe, jetzt schon zwar ausgebeutete Kohle im Tegel gelagert, welcher von Sandstein und Conglomeraten bedeckt ist.

Bei Zelking südlich von Mölk ist ein bis 5′ mächtiges Lignitflötz in weissem Sande eingelagert, dessen Mächtigkeit mit einem Bohrloche von 30° noch nicht durchgesunken wurde. In diesem Sande wurde ein *Cerithium lignitarum* Eichw. gefunden.

Die Braunkohlen-Lager östlich und südöstlich von Ried in der Umgebung von Haag sind dem Tegel oder dem Sande diesser Gegend aufgelagert, und sind von Conglomeraten und Schotter bedeckt. Die Braunkohlen-Ablagerung ist in dieser Gegend von ausserordentlicher Ausdehnung.

Die Lignitflötze bei Wildshut sind im Tegel eingelagert, über dem Hangend-Tegel folgt nach oben Sand mit Tegel-Lagen und endlich Conglomerat. Aus den im Hangenden der Kohle vorkommenden Kohlenschiefern ist *Taxodites Oeningensis* Endl. bekannt geworden. Auch Planorbis soll daselbst vorkommen. (Ausführlicheres: M. V. Lipold, Jahrb. der k. k. geolog. Reichsanstalt, Band I, Seite 599.)

Die Einsenkung der Mur und Mürz.

Über Obdach's schwarze Braunkohle schreibt A. v. Morlot in seinen Erläuterungen zur VIII. Sect., Seite 35.

Über die schwarze Braunkohle des Feberg-Grabens westlich von Weisskirchen im Judenburger Becken ist daselbst nachzulesen.

Im Becken von Judenburg befindet sich das reichhaltigste Braunkohlenlager bei Fohnsdorf. Auf dem Glimmerschiefer ist daselbst eine etwa 10′ mächtige Lage von einem ungeschichteten Conglomerat aus ziemlich eckigen Brocken des darunter anstehenden Glimmerschiefers gelagert. Dann kommt schwarze Braunkohle 12—15′ mächtig. Auf ihr liegen 2—4′ mächtige Schichten, die bald mehr kalkig, bald mehr mergelig, bald mehr sandig sind und nach Kudernatsch eine ungeheuere Menge von Paludinen- und Congerien-Schalen enthalten.

Nach neueren Bestimmungen des Dr. Hörnes sind es Schalen von *Congeria triangularis* Partsch [1]).

Dann folgen Molassen-Sandsteine und besonders sandige Mergel und Schieferthone, deren Neigung, je weiter hinaus gegen den oberen Theil des Thales, geringer wird. Am Gebirge fallen die Schichten unter 30° von demselben weg. (Das Weitere: Kudernatsch in Haidinger's Berichte, Band I, Seite 85 etc. Morlot, Erläuterungen zur VIII. Sect., Seite 31.)

Über Dietersdorf daselbst. Die Kohle selbst zeigt bisweilen ausgezeichnet die Holzstructur.

Auch über Schönberg ist daselbst nachzusehen.

---

[1]) Dr. Hörnes, schriftliche Mittheilungen.

Das Becken von Sekkau besteht hauptsächlich aus Mergeln und aus Sand, welcher letztere nur selten in Sandstein zusammengebacken ist, in denen bei Kobenz, St. Marein und im Schwaig-Graben westlich von Sekkau Braunkohlen-Lagen vorkommen. In den über der Kohle liegenden Schieferthonen findet man gewöhnlich Blattabdrücke, bei Kobenz auch Süsswassermuscheln. Die Kohle im Schwaig-Graben ist nicht schwarz, sondern braun mit gut erhaltener Holztextur. Die Mergel sind, besonders bei Kobenz und bei Feistritz mit dem charakteristischen Tertiärgerölle bedeckt.

Die untersten Schichten des kleinen Beckens von Trofajach bestehen aus Tegel, der stellenweise sehr mächtig ist und mit Schieferthon wechsellagert. Darüber folgt Sandstein, welcher an vielen Orten von Geröllen überlagert ist.

In den obersten Schichten des Tegels ist bei Trofajach selbst ein 1 — 3′ mächtiges Kohlenflötz eingeschlossen, in dessen Hangendem Pflanzenreste vorkommen. Zu den vorherrschenden Arten gehören nach Dr. v. Ettingshausen:

Glyptostrobus Oeningenis A. Braun.
Daphnogene polymorpha Ett.
Juglans Bilinica Ung.

(Das weitere: im Jahrbuche der k. k. geolog. Reichsanstalt, Band IV, Seite 425.)

Über die Leobner glänzend schwarze Braunkohle ist noch zu lesen: in Tunner's Jahrb. IV, 1854, S. 155; Jahrb. der k. k. geolog. Reichsanstalt, IV, Seite 186; Haidinger's Ber. VII, Seite 204; Morlot's Erläut. zur VIII. Sect., Seite 25 und Tunner's Jahrb. 1841, I, Seite 87.

Das Flötz liegt unmittelbar auf dem, zunächst demselben stark aufgelösten Grauwackenschiefer.

Die Reihenfolge der Schichten zu Leoben ist:

Conglomerat }
Sandstein } 180 Klafter.
Schieferthon 20 Klafter }
Kohle 8 Klafter.
Grauwacke.

Das Fallen des Flötzes ist in Süd und übersteigt an einzelnen Stellen in der Höhe des ausgehenden selbst 70°. Dieser Fallwinkel nimmt jedoch gegen die Teufe anfänglich rascher, später jedoch mehr

allmählich bis auf 15° ab, und behält dieses Verflächen bis auf nahe 600° weitere Teufe bei und stösst sich hier an einem schmalen Zuge des emporragenden Grundgebirges ab, welches den Tertiärstreifen von den Alluvionen des Murthales trennt.

Im Dolling-Graben [1]), über der Leobner Kohlenmulde bedeutend höher stehend, ist ebenfalls eine Ablagerung von Braunkohlen. Nach Seeland ist es unzweifelhaft, dass die obere Mulde nur ein Theil der Leobner Mulde ist, der durch gewaltige Störungen in diese höhere Lage gebracht wurde.

Die Kohle im Urgenthale westlich von Bruck, die der Leobnerkohle ganz ähnlich ist, lagert, unter 32° nach Süden fallend, wie folgt:

Grauer sandiger Thon mit Pflanzenresten.

Kohle, muscheliger starkglänzender Bruch, mit Holztextur.

Grober grauer Letten aus Gneiss und Glimmerschiefer.

(Das Nähere: Haidinger's Berichte, Band VII, Seite 204.)

Das Becken im Winkel [2]) westlich von Kapfenberg ist ringsum von körnigen Kalken eingeschlossen. Vierzehn Braunkohlen-Flötze wovon aber keines mehr als 6" mächtig ist, kommen in demselben eingelagert vor. Das unmittelbare Liegende der Kohle sind Mergel und Schieferthone mit Blattabdrücken, unter diesen liegt eine Ablagerung von festem grobkörnigem Sandstein. Im Hangenden des aus Kohlenflötzen und Zwischenmitteln bestehenden Schichten-Complexes kommen Sandsteine vor. Die Kohle ist schwarz, glänzend, mit muscheligem Bruch, ohne Holztextur, mit einem unbedeutenden Aschegehalt.

Im Becken von Aflenz bei Göriach [3]) nördlich von Turnau kommt unter Conglomeraten im Molassen-Sandstein ein Braunkohlenflötz vor.

Über die Lagerungsverhältnisse der Parschluger Kohle sind die classischen Arbeiten von Prof. Dr. Unger nachzusehen [4]); ich will hier die Angaben von v. Würth [5]) und v. Lidl [6]) neben einander folgen lassen.

---

[1]) Seeland, Haidinger's Berichte, VII, 204.

[2]) v. Lidl, schriftliche Mittheilungen.

[3]) A. v. Morlot, Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanstalt, Bd. I, S. 107.

[4]) Die fossile Flora von Parschlug, steierm. Zeitschr., neue Folge, IX, I. Heft.

[5]) Haidinger, Berichte I, S. 152.

[6]) v. Lidl, schriftliche Mittheilungen.

v. Würth.	v. Lidl.
Gerölle von Kalk und Glimmerschiefer .	Gerölle
Lehm, der in Schieferthon übergeht . .	Blauer Letten Mergel mit Blattabdr.
Weisser Thon	Walkererde
Braunkohle	Alaunschiefer Kohle Schieferthon Mergelschiefer
	Feinkörniger Glimmer-Sandstein.

Bei einem zu Parschlug geschlagenen Bohrloche wurden unter dem Liegendsandstein noch durchgesenkt:

Kalkgeschiebe, einen Fuss mächtig,
Schieferthon und wieder
Kalkgeschiebe.

Das am südlichen Gehänge der Mulde im Abbau stehende Kohlenflötz streicht gegen Nord und verflächt gegen Osten unter etwa 40°. In der Tiefe zeigen die Kohlen immer ein mehr schwebendes Verflächen.

Die Kohle ist rein pechglänzend ohne Holztextur [1]). Man trifft in der Parschluger Kohlenmulde häufig Planorbis.

Für die Kohlen-Vorkommnisse im Mürzthale am Kindberg aufwärts bei Wartberg, Krieglach und Langenwang gibt Fr. Foetterle [2]) folgende Lagerungsverhältnisse an. Auf dem Grundgebirge lagert die Kohle; diese wird von blauen Letten oder Schieferthonen, in welchen letzteren Blattabdrücke vorkommen, bedeckt. Über diese folgen dann nach oben Sand, Conglomerat und Schotter.

Eine nicht unansehnliche Tertiärbildung wird zwischen der Probstei Zeyring [3]) und dem Flecken St. Oswald durch die annagende Pöls entblösst. Es sind Schichten von lockerem Sand und eben so lockerem Thonmergel. Braunkohlen kommen darin in mächtigen Mugeln oder Putzen vor, doch ohne alles Anhalten.

---

[1]) Tunner's Jahrbuch 1841, I, S. 44.
[2]) Fr. Foetterle, mündliche Mittheilungen.
[3]) Dr. Rolle, dritter Ber. d. g. m. Vereins f. Steiermark, S. 24.

Eine ziemlich ansehnliche Tertiärablagerung befindet sich an denGehängen des merkwürdigen Rottenmanner Querthales, nördlich von Ranten [1]). Es sind rauhe, fast ganz ungeschichtete Conglomeratmassen, stellenweise vielfach durchzogen von unregelmässigen Trümmern und Schnüren von Kohle.

Bei Judendorf [2]) unweit Neumarkt ist mittelst einer Bohrarbeit eine geringe Partie Braunkohle nachgewiesen worden.

Das tertiäre Becken von Lungau. Nördlich von Tamsweg bei Wolfing und St. Andree kommen in sandigen Mergeln unregelmässige Trümmer und Schnüre von sehr geringmächtiger schwarzer Braunkohle vor. Bei Wolfing fand ich in Schieferthonen Blätterabdrücke in grosser Menge.

Unter den sandigen Mergelschichten findet sich auf der Haide nordöstlich von Tamsweg der Tegel abgelagert, in dem man durch Bohrung Spuren von Braunkohle auffand.

Die sandigen Mergelschichten werden von Conglomeratmassen überlagert, deren Mächtigkeit im Seebach-Graben 20 Klafter übersteigt; in ihrer unteren Partie wechseln die Conglomerate mit grobkörnigen Sandsteinen in denen ebenfalls, bei Sauerfeld östlich von Tamsweg, Blattabdrücke aber selten gut erhalten und kleine Kohlenstückchen vorkommen.

Die Conglomerate werden von losem Schotter überlagert.

Auf dem Thörl in Bundschuh in Lungau kommen ebenfalls geringmächtige Ablagerungen von Braunkohlen vor.

Die Einsenkung der Enns und Salza.

Bei Ober-Lengdorf nordöstlich von Gröbming im Ennsthale und weiter westlich davon bei Hoffmann ist tertiärer Sand und Tegel abgelagert. Man findet in demselben eine auf dem Kopfe stehende 2 — 3″ mächtige Schichte von schwarzer glänzender Braunkohle, deren Streichen Stunde 6 ist.

Diese Braunkohlen-Ablagerung wird von Conglomeraten überlagert, die mehr horizontal liegen und endlich folgen Gerölle.

Nördlich von Steinach stehen grobe Sandsteine, nach Stunde 9 in SW. unter steilen Winkeln einfallend, mit Mergelschiefern wechsellagernd, an. Ich fand in denselben folgende die neogenen

---

[1]) Dr. Rolle, dritter Ber. d. g. m. Vereins f. Steiermark, S. 25.

[2]) Dr. Rolle, dritter Ber. d. g. m. Vereins f. Steiermark, S. 25.

Ablagerungen charakterisirende Pflanzenreste, von einzelnen Kohlenstückchen begleitet:

Quercus Drymeja Ung.
Betula prisca Ett.
Daphnogene polymorpha Ett.
Glyptostrobus Oeningensis A. Br.

Die tertiäre Ablagerung bei Wagrein [1]) im Salzachthale besteht aus Conglomerat und Sandstein, die mehrere Male mit einander wechsellagern. Diese Schichten, die steil gegen die Centralkette einfallen, enthalten mehr als acht Braunkohlenflötze, welche jedoch nur sehr gering mächtig sind. Die darin vorkommenden Pflanzenreste sind entschieden neogene Formen.

Das Becken von Klagenfurt.

Zwischen St. Ilgen und Keutschach [2]) kommen im ungeschichteten Tegel und Lehm (mit Planorbis) zwei Lignitflötze vor, deren Mächtigkeit 2'—8' erreicht. Das Liegende dieser Formation ist das Grundgebirge; das Hängende bildet ein vorherrschend aus Alpenkalk-Geschieben bestehendes Conglomerat. Die Verbreitung der Lignit führenden Lehm-Ablagerung ist eine geringere und anders begrenzte als die der Conglomerate, welche am Gehänge des Drauthales bei Wiktring und anderwärts dem Grundgebirge unmittelbar aufliegt.

Bei Latschach südlich, und bei Feistritz im Gailthale kommt unter ganz ähnlichen Verhältnissen nur partienweise Lignit vor.

2. Locale Bildungen.

Der Süsswasserkalk ist ein grauer oder gelblicher Kalkstein von geringer Härte und erdigem Bruche, der viel Thonerde und etwas Eisen in seinen Gemengtheilen enthält. Häufig ist er aber auch von Kieselerde durchdrungen und dann sehr zähe, hart und von gelbgrauer Farbe. Man findet in dem Süsswasser Kalke nach Cžjžek [3]):

Helix nemoralis Drap.
„ *agricola* Bronn.
Planorbis subcarinatus Charp.
Melania Hollandri Fér.
Melanopsis Bouéi Fér.

[1]) Nach einem nur im Manuscripte vorhandenen Durchschnitte des Dr. Peters.
[2]) Dr. Peters, mündliche Mittheilungen.
[3]) Erläuterungen zur Karte von Wien, S. 17.

Paludina sepulcralis Partsch.
„ *lenta* Desh.
Valvata piscinalis Lam.

Nach neueren Untersuchungen von J. Gobanz ist in diesem Verzeichnisse folgendes nachzutragen [1]:

Helix nemoralis Drap. ist eine recente Species, also kaum in einer tertiären Schichte vorhanden.

Planorbis subcarinatus Charp. soll heissen *Pl. applanatus Thomae.*

Melania Hollandri Fér. ? vielleicht wurde eine häufig vorkommende Paludina dafür gehalten.

Valvata piscinalis Lam. ist eine recente Species.

B. Verbreitung der neogenen Gebilde.

a) Des offenen Meeres.

Die tiefsten Stellen der Becken nimmt die Tegelbildung ein.

Im Wiener Becken ist die Ablagerung des unteren Tegels eine allgemein verbreitete. Nicht so ist es mit dem oberen Tegel; dieser scheint sich nur stellenweise abgelagert zu haben. So ist dieser Tegel bei Brunn, bei Hernals, bei Inzersdorf und von da östlich bis nach Bruck am Leithagebirge bekannt [2]. Eben hat man südlich am Leithagebirge Tegel mit Congerien-Schichten erbohrt.

Die Cerithien-Schichten [3] treten an vielen Punkten des Wiener Beckens zu Tage und wurden auch durch Bohrungen nachgewiesen.

In der steierischen Bucht des ungrischen Beckens liegt die Tegelbildung ebenfalls zu unterst. Von Congerien ist daselbst nichts bekannt geworden; dagegen sind die Cerithien-Schichten aut mehreren Stellen nachgewiesen worden [4], so in der Umgebung von Hartberg, östlich von Gleisdorf und in der Umgebung von Gleichenberg. Der Tegel wird grösstentheils durch Mergel ersetzt, die besonders mächtig in dem Windisch-Büchel nördlich von Marburg auftreten.

---

[1]) J. Gobanz, schriftliche Mittheilungen.

[2]) J. Cžjžek, Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt, II, 2, 86.

[3]) Dr. Hörnes, Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt, II, 4, 116.

[4]) Dr. Andrae, dritter Bericht des geogn.-mont. Vereins für Steiermark, S. 9.

Im Becken des Lavantthales nehmen die Sande, Sandsteine und Mergel die tiefsten Stellen der Mulden ein, während die sandigen Lehme mehr an den Rändern abgelagert worden sind. Die Cerithien-Schichten sind hier bis jetzt nicht aufgefunden worden.

Im oberen Donau - Becken sind die Congerien-Schichten (oberer Tegel) bis jetzt nicht nachgewiesen worden. Die Cerithien-Schichten scheinen dagegen allgemein verbreitet zu sein. Im Tullner Becken wird die untere Tegelbildung durch Tegel, der vom Sande überlagert ist, repräsentirt. Im Linzer Becken wird zwischen Mölk und Wels der Tegel durch sandige Mergel ersetzt; von Wels westlich treten wieder die Tegel auf.

So wie die Tegelgebilde gewöhnlich die unteren Stellen der Becken ausfüllen, bedeckt der Sand in verschiedener Mächtigkeit den Tegel. Sowohl im Wiener Becken und in der Bucht von Untersteier, als auch im oberen Donau-Becken ist seine Verbreitung ganz allgemein; in dem Lavantthaler Becken ist er bis jetzt nicht nachgewiesen worden und dürfte durch die Conglomerate repräsentirt sein.

Ebenso allgemein ist die Verbreitung des Schotters in den genannten Becken. Der Schotter füllt häufig die vor seiner Ablagerung entstandenen Vertiefungen des Sandes aus, oder umgibt mantelförmig die aus seinem Niveau emporragenden Hügel [1]).

An jenen Stellen nur trifft man den Schotter und Sand nicht, wo sie entweder von jüngeren Ablagerungen bedeckt oder nach ihrer Bildung durch Bäche und Flüsse oder Meeresströmungen weggeschwemmt worden sind.

Der Leithakalk fehlt dem oberen Donau-Becken ganz. Um so häufiger tritt aber der Leithakalk im Wiener Becken und in der steierischen Bucht auf. So bei Nussdorf, zwischen Mödling und Baden auf mehreren Stellen, bei Wöllersdorf nordwestlich von Wiener-Neustadt. Ferner in bedeutenden Partien in der Umgebung von Wildon, Leibnitz, Ehrenhausen und Mureck. Das von krystallinischen Schiefern gebildete in SO. von Wien liegende Leithagebirge, welches zur neogenen Zeit wahrscheinlich eine Insel bildete, ist rund herum von ungeheueren Massen des Leithakalkes. den tertiären Korallenriffen, eingefasst.

---

[1]) J. Cžjžek, Erläuterungen zur geogn. Karte von Wien, S. 19.

b) Verbreitung der Randgebilde.

I. Am Rande der Alpen.

Die Vorkommnisse der Braunkohlen des Wiener Beckens werden durch Schotter, Sand, Lehm und Tegel, hauptsächlich aber durch Conglomerate mit einander verbunden. Die Conglomerate, welche hier gewöhnlich aus Kalkgeröllen bestehen, treten nördlich von Mödling auf und ziehen von da am Rande des Wiener Beckens nach SW. über Baden, Neunkirchen bis Gloggnitz beinahe ununterbrochen fort. Westlich von Mödling ziehen sie sich weit ins Gebirge hinein, wo sie besonders in der Umgebung von Heiligenkreuz theilweise von Schotter bedeckt auftreten. Südlich von Baden breiten sich die Conglomerate zwischen Vöslau, Pottenstein und Wöllersdorf in ungeheueren Massen aus und bedecken hier die Vorkommnisse der Braunkohle bei Grillenberg, Kleinfeld und die der Jaulingwiese.

Eben so mächtig treten sie in der Bucht von Gloggnitz auf. Die Braunkohlen von Leiding und Schauerleiten bei Pitten werden von losem, dem nahen krystallinischen Gebirge angehörigen Schotter bedeckt, der am Gebirge in der Umgebung von Thernberg hoch hinauf reicht.

Die Lignit-Ablagerungen von Neufeld und Zillingdorf sind vom Schotter bedeckt, und dieser reicht an dem Rande des ungrischen Beckens über Forchtenau bis nach Bernstein, Friedberg und Hartberg und verbindet die Braunkohlen-Vorkommnisse dieses Striches unter einander.

Zwischen Hartberg und Gratz sind die Braunkohlen-Schichten ebenfalls vom Schotter bedeckt.

In der Bucht von Voitsberg [1]) zwischen Gratz, Voitsberg und Mooskirchen, tragen die die Braunkohlen begleitenden Ablagerungen den Charakter der Süsswasser-Gebilde an sich. Zwischen Mooskirchen und Landberg reichen die Meeres-Ablagerungen bis an den Rand des Gebirges, dagegen findet man in der Bucht von Eibiswald Ablagerungen, die den süssen Wässern ihre Entstehung verdanken.

Im oberen Donau-Becken sind die Conglomerate besonders mächtig entwickelt. Im Tullner Becken nördlich von der Donau treten sie seltener auf und sind hier häufig von Löss bedeckt; südlich von

[1]) Dr. Rolle, vierter Bericht des geogn.-mont. Vereins für Steiermark, S. 21.

der Donau sind sie besonders südlich von Hollenburg weit ausgedehnt. Eine ausserordentliche Verbreitung besitzen die Conglomerate südlich von Linz. Die ganze Strecke zwischen der Enns und der Traun ist bedeckt von mitunter sehr mächtigen Conglomeratmassen, unter welchen man nur an einigen wenigen tiefer eingeschnittenen Stellen die sandigen Mergel hervortreten sieht. Von Gmunden nach West über Vöklabruck bis nach Laufen zieht sich eine mächtige Ablagerung von Schotter und Conglomeraten fort, die die Lignit-Vorkommnisse von Haag und Wildshut bedeckt.

Alle diese Gebilde sowohl des unteren als auch des oberen Donau-Beckens übersteigen die Meereshöhe von 1600′ nicht.

2. Im Innern der Alpen.

Im Becken des unteren Lavantthales sind Schotter und Conglomerate am östlichen Rande desselben am Fusse der Koralpe mächtiger entwickelt. Den Schotter fand man auch im südlichen Theile des Beckens im Gebiete des Granitzbaches, wo derselbe die Meereshöhe von 2149′ erreicht.

Die älteren tertiären Schichten des Lavantthales, die Sandsteine und Mergel nämlich, erheben sich nicht über 1800′, sie liegen aber doch wenigstens um 1000′ höher als die beiläufig 700′ Meereshöhe besitzenden Badner Schichten, welchen sie gleich sind.

Höher hinauf (über 2149′) fand man zwar keine Gerölle, wohl aber aufgelöstes Gebirge; nach der oberen Grenze des Getreidebaues lässt sich schliessen, dass dieselben sowohl im oberen als im unteren Lavantthale bis zur Meereshöhe von 4000′ hinaufreiche.

Im Becken des oberen Lavantthales sind keine Ablagerungen von Schotter und Conglomeraten beobachtet worden. Die tieferen Schichten, Lehme, Sandsteine und Mergel, erreichen (bei Probel) die Meereshöhe von 2800′. Über den 3061′ hohen Sattel zwischen dem oberen Lavantthale und dem Wassergebiet der Mur ziehen sich die Gebilde des Lavantthales hinüber in das Becken von Judenburg und Knittelfeld.

Das Becken von Judenburg ist in der Tiefe mit den sandigen Mergelschichten ausgefüllt. Die Meereshöhe dieser Gebilde übersteigt kaum 2800′; sie sind theilweise, wie bei Schönberg, von Geröllen überlagert. Das Gerölle steigt seinerseits auf mehreren Stellen, namentlich in der Gegend von Weisskirchen, bis zu 3100′ Meereshöhe.

Im Becken von Leoben findet man die Sandsteine und Schieferthone in den tiefsten Stellen der Mulde abgelagert. Sie sind von Schotter und Conglomeraten bedeckt und die letzteren reichen wieder auf den Abhängen des Gebirges im Dollinggraben bis zu einer Meereshöhe von 3060'.

Wie in diesen beiden Becken verhalten sich auch in den übrigen Mulden der Mur und des Mürzthales ganz auf dieselbe Weise die besprochenen Schichten. Die mehr sandigen und mergeligen Schichten findet man unten in der (ehemaligen) Tiefe der Mulden von Schotter- und Conglomerat-Ablagerungen bedeckt, welche letztere sich aber bedeutend höher auf den Abhängen der die Becken einschliessenden Gebirge hinaufziehen und stäts ein höheres Niveau einhalten.

Im Becken von Krumbach liegen die Sande und Tegel zu unterst und stehen nur selten zu Tage an; sie sind von Geröllen der rundherum anstehenden Gebirgsgesteine bedeckt. Diese Gerölle bedecken den Sattel zwischen Krumbach und Edlitz, ziehen sich auf den Abhängen der Gebirge hoch hinauf und erreichen hier eine Höhe von beiläufig 3000'. Ebenso findet man im Becken von Ratten die Schichten mit Kohlen die tieferen Stellen ausfüllen, während das Gerölle überlagernd auftritt und eine Höhe erreicht, die 3000' übersteigt.

So beobachtete ferner A. v. Morlot Conglomerate bei Altenberg bei 3070' M. H., zwischen Ramsau und Radmer bei 3360' M. H., bei Maria-Zell bei 2823', im Fallensteiner Graben bei 2970', bei Golrad bei 3130', in der Umgebung von Annaberg bis 2765' M. H. abgelagert.

Im Westen des Judenburger Beckens findet man bei Ober-Zeyring die Thonmergel abgelagert, die sie überlagernden Gerölle ziehen sich in das Thal von Brettstein hoch hinauf, reichen im Thale von St. Johann hinauf bis auf den Sattel von Hohentauern, der in das Ennsthal hinüber führt.

Bei Neumarkt sind auf der Wasserscheide zwischen der Drau und Mur Braunkohlen-Gebilde abgelagert, der Schotter überdeckt hier bedeutende Flächen, und zieht sich auf den Abhängen der Kuhalpe hoch hinauf. Ebenso liegen die Braunkohlen führenden Conglomerate bei Ranten bedeutend niederer als die Geröllschichten, die man in den weiter nördlich davon gelegenen Thälern findet.

Im Becken von Lungau bei Wolfing und St. Andree nördlich von Tamsweg nehmen die Mergelschichten mit Braunkohle die tiefsten Stellen ein. Die Conglomerate im Seethale reichen bis 3400′. Die Schotter-Schichten füllen alle höher gelegenen Partien des Beckens. So reichen sie in der Tauern-Ache bis nach Tweng (3598′), im Zederhaus-Winkel bis zum Fettel, bis nahe auf den Katschberg-Pass, den Übergang nach Kärnten (5029′), hinauf, und auf das Thörl, wo unter denselben auch noch eine kleine Partie Braunkohlen gefunden wurde.

Das Ennsthal ist mit dem eben abgehandelten Murthale durch drei Sättel verbunden, über welche drei gut erhaltene Strassen aus dem Murthale in dasselbe führen: der Pass zwischen Wald und Mautern, der Pass Hohentauern und der Radstädter Tauern-Pass. Die zwei ersteren sind mit bedeutenden Schotter-Ablagerungen bedeckt, am Radstädter Tauern sind sie wegen bedeutenderen Alluvial-Ablagerungen nicht mit Sicherheit nachzuweisen. Im Ennsthale nun sind auch die Tegel mit Braunkohlen und Mergelschiefern mit Sandsteinen mehr in der Tiefe des Thales, beiläufig in 2000′ M. H., zu finden. Die Conglomerate am Grimming steigen um 500′ höher, die Gerölle endlich kann man bis zu einer Höhe von 3500 — 3600′ verfolgen, indem sie sowohl den Übergang nach St. Gallen, als auch den Pass Pyrhn bedecken und auf der Strasse nach Aussee bis in die Gegend von Mitterndorf reichen.

Eine Ausnahme scheinen die Ablagerungen bei Wagrein zu bilden; man findet hier nach Dr. Peters Mittheilungen zu unterst Lagen von Conglomeraten mit Sandsteinen wechsellagernd und diese Schichten von Sandsteinen mit schwachen Braunkohlenflötzen bedeckt. Im Salza-Thale sind die Geröllschichten nur auf sehr wenigen Punkten beobachtet worden, man möge aber daraus keinen Schluss ziehen, dass sie auch nicht vorhanden wären, um so mehr als sie am Sattel, der aus dem Salza-Thale bei Kriml nach Tirol führt und an anderen hoch gelegenen Punkten beobachtet wurden.

Die Ablagerungen des Enns- und Salza-Thales hängen mit den im nördlichen Kalkalpen-Zuge vorkommenden tertiären Ablagerungen zusammen [1]), die hin und wieder theils durch grössere Festigkeit, theils durch eine geschützte Lage den Zerstörungen einer späteren Zeit

[1]) Kudernatsch, Jahrb. der k. k. geolog. Reichsanstalt, III, b, 86.

entgangen sind. Tertiäre Ablagerungen nehmen die Wasserscheide zwischen der Enns und Ibbs an zwei Punkten ein, zwischen Weyer und Hollenstein, und dann bei Lassing, wo man auch einen blaulichen Tegel anstehen sieht, der zahlreiche Paludinen führt. Bei Oppenitz in einem mehr abgeschlossenen Becken erscheinen auch tertiäre Schotter-Conglomerat- und Tegelmassen; die letzteren führen Süsswasser-Conchylien. Das Becken von Windischgarsten ist an seinem südlichen Rande mit tertiärem Schotter erfüllt. Eben so hängen die tertiären Schottermassen längs des Saalflusses einerseits mit der Einsenkung der Enns und Salza, andererseits mit dem oberen Donau-Becken zusammen.

Das Becken des unteren Lavantthales ist über den Sattel südwestlich von St. Paul mit dem Becken von Klagenfurt in Verbindung. In diesem letzteren wurden bis jetzt keine marinen Schichten aufgefunden, wohl aber Schichten mit Braunkohlen, wie bei Loibach, bei St. Ilgen, Latschach und bei Feistritz im Gailthale. Doch ist hier nirgends etwas Zusammenhängendes zu finden; das was zur Zeit der Tertiär-Periode abgelagert worden war, mag zum Theil von den Diluvial-Ablagerungen bedeckt, zum Theil aber durch die Fluthen der Diluvial-Zeit zerstört worden sein.

Die Braunkohlen-Ablagerungen des Klagenfurter Beckens liegen weniger hoch über der jetzigen Meeresfläche erhoben als die tertiären Ablagerungen des Lavantthales und halten das Mittel zwischen der Erhebung des Lavantthales und der des Wiener Beckens. Die Schotter-Ablagerungen jenes Beckens aber erreichen eine Höhe, die man in den zwei andern zuletzt genannten Becken noch nirgends beobachtet hatte. Während die Braunkohlen-Ablagerung bei Feistritz im Gailthale kaum 1800′ erreicht, steigen die Geröll-Ablagerungen bei Hermagor etwas über 2000′, bei Kötschach und Mauthen findet man sie zwischen 3000′ — 4000′ M. H. anstehend, bei M. Lukkau in 4116′, bei Tilliach in 4837′, und auf der Wasserscheide zwischen dem Gailthale und der Drau westlich von Tilliach in 4974′ M. H. Während die Schichten mit Braunkohlen bei Latschach und St. Ilgen kaum 1600′ übersteigen, erreichen die Schottermassen im Drauthale bei Spittal 1800′, gegenüber von Paternion 2000′, nördlich von Millstadt und Radenthein 2800′; im Liserthale bei Gmünd 3000′, bei Rennweg 4000′ und am Katschberge 5029′ M. H. Ebenso steigt das Niveau der Schotter-Ablagerungen im Möllthale. Sie wurden daselbst beobachtet bei

Ober-Vellach in 2085', bei Stall in 2659', in Winklern bei 3011', auf der Wasserscheide des Iselberges 3684', bei Mörtschach in 3014', in der vorderen Asten bei 3975', in der hinteren Asten in 5288', bei Heiligenblut in 4016', bei der Maria-Hilf-Capelle am Heiligenbluter Tauern in 5047' M. H.

Im oberen Drauthale herrschen dieselben Niveauverhältnisse der Schotter-Ablagerungen. Zwischen Sachsenburg und Ober Drauburg übersteigen die Schotter-Ablagerungen kaum die Höhe von 3000'. Bei Lienz sind sie am Iselberge in 3684', beim Ranacher 3784', beim Plautsch in 4146'; im Pusterthale auf dem Pannberge in 4161', bei St. Virgein in 4334' und weiter nördlich im Burgerthale bei 5145', bei Abfaltern in 3618', am Tessenberge in 4277', und bei Hollbrucken in 4401' M. H. gefunden worden.

Das Iselthal ist in dieser Hinsicht eben so interessant. Während die Schotter-Ablagerungen beim Gwabl nur 3144' erreichen, steigen sie bei Leibnig auf 3866', im Tefferecker Thale bei Hopfgarten auf 3499', bei St. Jakob auf 4388', am Staller Bache auf 4962' M. H., und liegen beim oberen See im Stalleralpen-Thale auf der Wasserscheide von Tefferecken in das Pusterthal in 6485'. Im Kalserthale übersteigen sie nicht 5000' M. H. Bei Windisch-Matrey sind charakteristische tertiäre Conglomerate am Calvarienberge in 3370' abgelagert. Die Schotter-Ablagerungen findet man bei Proseck in 3450', bei Virgen in 3685', bei Pregatten in 4099', beim Islitzer westlich von Pregatten in 4137' M. H.

Ganz dieselben Niveauverhältnisse des Schotters kann man auch in den Gegenden nördlich von Klagenfurt beobachten. Auf der Gerlitzen-Alpe in der Umgebung des Ossiacher Sees [1]) erreicht der Schotter 4500' M. H., im oberen Gurkthale 4700', nördlich von Feldkirchen 3000', bei Sörg am Schneebauer Berge 3000', südlich von Strassburg bei Gunzenberg 2200' — 2300', im unteren Gurkthale bei Glödnitz 3800', im Thale von Metnitz 4200' M. H. Am Ulrichsberge unterhalb des Gipfels kommt zerstreuter Schotter in 3000' M. H. vor.

Je weiter man in das Innere dieser Thäler des Gail-, Drau-, Möll-, Gurk- und Metnitz-Thales dringt, desto geringer ist die Mächtigkeit der tertiären Ablagerungen und desto höher das Niveau,

---

[1]) Dr. Peters, mündliche Mittheilungen.

unter welchem sie vorkommen. Die Tegel- und Sand-Ablagerungen findet man im Innern dieser Thäler sehr selten. So ist bei Nieder-Gail im Gailthale eine Tegel-Ablagerung von sehr geringer Ausbreitung beobachtet worden; eben eine solche aber von grösserer Ausdehnung findet man bei St. Virgen im Pusterthale, und unter dem Calvarienberge von Windisch-Matrey. Die übrigen besprochenen Ablagerungen bestehen blos aus Schotter-Anhäufungen, die gewöhnlich um so weniger mächtig sind, je tiefer sie sich im Innern der Thäler befinden und je enger das Thal ist, in dem sie abgelagert wurden.

Süsswasserkalk. Die Verbreitung des Süsswasserkalkes ist weit geringer, als die des Leithakalkes. Derselbe kommt im betrachteten Gebiete vor bei Gross-Weikersdorf im Tullner Becken, am Aichkogel bei Gumpoldskirchen, bei Baden, und bei St. Veit im Wiener Becken. Mächtig entwickelt ist der Süsswasserkalk im Becken von Rein [1]) bei Strassgang und am westlichen Rande des Plawutsch-Gebirges [2]).

C. Schichten-Störungen.

a) In den Gebilden des offenen Meeres.

Die tertiären Schichten des Wiener Beckens liegen alle so, dass man gezwungen wird anzunehmen, sie seien seit der Epoche ihrer Ablagerung in ihrer Lage nicht gestört worden. Eben so findet man zum grössten Theile diese Schichten auch im oberen Donau-Becken ganz horizontal gelagert. Vom grössten Theile der steierischen Bucht des ungrischen Beckens lässt sich dasselbe sagen; nur in jenen Gegenden die zwischen Marburg, Arnfels und Leibnitz [3]) zu liegen kommen, lassen sich ganz deutliche Schichten-Störungen der echt marinen Gebilde wahrnehmen, da hier zum grössten Theile die Schichten nach Nord oder Ost einfallen. Die Schichten-Störungen im Becken des Lavantthales wurden weiter oben angegeben.

b) In den Rand-Gebilden.

Schon lange ist das merkwürdige Vorkommen der Braunkohle von Gloggnitz bekannt [4]). Die Eibiswalder Braunkohlen-

[1]) Siehe (3) auf Seite 484.
[2]) Dr. Rolle, mündliche Mittheilungen
[3]) Dr. Rolle, mündliche Mittheilungen.
[4]) Siehe oben Seite 499.

Ablagerungen sind in ihrer Lagerung ebenfalls gestört; die Schichten derselben fallen alle nach Nord und unterteufen scheinbar die Ablagerungen des offenen Meeres. Ich fand auch im Ennsthale die Sandsteine und Mergelschichten mit Pflanzenresten bei Steinach nach Stunde 9 streichen, mit einem Einfallen nach Südwest unter 60°, und die Braunkohlen bei Ober-Lengsdorf auf dem Kopfe stehend mit einem Streichen nach Stunde 6. Eben so sind die Mergelschichten nördlich von Tamsweg im Becken von Lungau gestört, sie fallen ziemlich steil mit 40° Neigung nach Süd. Die Conglomerate westlich davon im Seethal liegen aber beinahe ganz horizontal. Die Schichten der Sandsteine und Conglomerate bei Wagrein fallen ebenfalls nach Süd, obwohl sie sich am südlichen Abhange des Sabrathales befinden. Nach den verschiedenen Mittheilungen über die Braunkohlen-Vorkommnisse im Mur- und Mürzthale, scheint die Lagerung dieser Gebilde da auch nicht normal zu sein, wie man dies anzunehmen pflegte. So fällt bei Parschlug die Kohle unter 40° nach Ost; im Urgenthale westlich bei Bruck fällt sie nach Süd unter 32°. Die Leobner Kohlenflötze fallen nach Süd unter 15° in der Teufe, am ausgehenden aber übersteigt das Fallen 70°. Nach Seeland [1]) bildete die Kohlenmulde des Dalling-Grabens bei der ursprünglichen Flötzbildung mit der jetzt tiefer liegenden Leobner Mulde ein einziges zusammenhängendes Lager; die Trennung derselben erfolgt erst nach ihrer Ablagerung. Eben so muss man bei der Lagerung der Fohnsdorfer Braunkohlen-Lager eine Hebung voraussetzen, welcher die Schichten ihre Neigung verdanken. Für die Kohlenlager von Leiding und Schauerleithen nimmt Bergrath Cžjžek [2]) seit jeher eine Hebung an.

Im Schotter der Alpen, der auch manchmal gut geschichtet erscheint, habe ich noch nicht Gelegenheit gehabt, Schichten-Störungen zu beobachten.

D. Gesteinsbeschaffenheit und Verbreitung des Diluviums.

a) Terrassen-Diluvium. Grosse Massen von Geröllen in der Form von Terrassen abgelagert, bilden das Terrassen-Diluvium. Die Schichtung ist gewöhnlich nicht ganz deutlich. Die grösseren Gerölle

---

[1]) Seeland. Bericht Haidinger's, VII, 204.

[2]) J. Cžjžek, Erläuterungen zur geogn. Karte v. Wien. S. 59 und 60.

sind immer mit feinerem Sande untermengt und nur selten trifft man grössere Lagen von Sand darin. Die Gerölle lassen viele vom Sande oder kleinen Geröllen nicht ausgefüllte Zwischenräume sehen, was bei tertiären Ablagerungen nicht der Fall ist. Sie treten immer und an allen Orten ebene Flächen bildend auf und nehmen an Stellen, wo sie durch spätere Auswaschungen ausgefurcht werden, die Gestalt von Terrassen an. Durch diese Eigenschaften charakterisiren sie sich als rasche Ablagerungen wilder Wasserströme.

Das Material, aus dem diese Ablagerungen bestehen, rührt aus dem Gebiete der sie ablagernden Gewässer her und ist daher in verschiedenen Gegenden und oft auch in einer und derselben Diluvial-Ablagerung verschieden.

Das Terrassen-Diluvium ist im Gebiete der nordöstlichen Alpen sehr verbreitet. Am ausgedehntesten tritt es in der Neustädter Ebene auf, wo es eine Einsenkung des Wiener Beckens, die als die Fortsetzung der Einsenkung der Mur und Mürz betrachtet werden muss, ausfüllt. Eine beinahe eben so grosse Ausdehnung besitzt die Diluvial-Ablagerung längs dem Traunflusse auf der Welser Haide. Beinahe ebenso ausgedehnt sind diese Ablagerungen längs der Mur, dem Inn, der Enns, des Ips und der Drau.

Innerhalb der Alpen ist die Verbreitung des Terrassen-Diluviums eben so bedeutend. Die tiefsten Stellen des Beckens von Klagenfurt und des Judenburger Beckens, sind von sehr mächtigen Diluvial-Geröllmassen erfüllt. Längst der Mur kann man das Terrassen-Diluvium über Murau und Predlitz bis nach Gamingstein verfolgen, bis an die Spalte südlich von Tamsweg. Aus dem Klagenfurter Becken steigt das Diluvium mit der Thalsohle der Drau über Spittal bis nach Möllbrücken; mit der Gurk bis über Weitensfeld; von Feldkirchen über die Höhe nördlich ins obere Gurkthal. Man findet das Diluvium auch im Lavantthale. In den nördlichen Kalkalpen sind bedeutende Schottermassen in der Form von Terrassen, längs der ganzen Enns vom Gesäuse angefangen nach abwärts; längs der Steyer; in der Umgebung von Mitterndorf, Aussee und Ischel. Längs der Salza unterhalb Rheinbach, und der Saale unterhalb dem Zeller-See.

Das Terrassen-Diluvium kommt nicht vor: im Ennsthale oberhalb des Gesäuses, im Paltenthale, im Salzathale oberhalb Rheinbach, in Lungau oberhalb der Spalte bei Tamsweg, im oberen Theile des Möllthales, im Thale der Isel, im Puster- und Gailthale.

b) Löss. Ein lichtgelber [1], selten grauer, etwas sandiger Lehm mit kaum bemerkbaren kleinen Glimmerschuppen, von geringer Dichtigkeit, und stäts ohne Schichtung; entweder schildförmig an Hügeln angelagert und dann bis 20° mächtig, oder grössere Flächen in grösserer oder geringerer Mächtigkeit überdeckend. Selten findet man darin grössere abgerundete Geschiebe. Knochen grosser Land-Säugethiere von:

Elephas primigenius Blum.
Rhinoceros tichorrhinus Cuv.
Equus caballus Lin.
Bos priscus Bojan.
Cervus eurycerus Aldrov.

und Landschnecken, die letzteren in unglaublicher Menge, überall in demselben auftretend:

Helix montana Stud.
Succinea oblonga Drap.
Pupa marginata Drap.

sind darin zu finden.

Ein Blick auf eine geologische Karte der nordöstlichen Alpen zeigt schon, dass die Verbreitung dieses Gebildes auf das obere Donau-Becken und das Wiener Becken beschränkt ist. Im Innern der Alpen kommt der Löss nirgends vor.

c) Erratische Blöcke sind einzeln [2]) an der Oberfläche liegende grosse Stücke eines Gesteines, das in der Nähe nicht ansteht. Die fremdartigen, mehr oder minder umfangreichen Blöcke sind von entfernteren Gebirgs-Zügen hergetragen, bestehen aus Granit, Gneiss, Glimmerschiefer und aus anderen älteren Gesteinen und sind nicht abgerollt, sondern scharfkantig, manchmal einzelne Schliffflächen zeigend. Sie werden an folgenden Orten im Gebilde der nordöstlichen Alpen als vorkommend angegeben:

bei Seefeld
„ Mitterwald
„ Walgau und
„ Innsbruck
} nördlich von Innsbruck
„ Kitzbüchel

[1]) J. Cžjžek, Erläuterungen zur geogn. Karte v. Wien, S. 12.
[2]) J. Cžjžek, Erläuterungen zur geogn. Karte v. Wien, S. 9.

<table>
<tr><td colspan="2">bei Wald und Umgebung, nördlich von Kriml</td><td rowspan="7">im Gebiete der Salza</td></tr>
<tr><td colspan="2">nördlich von Mittersill</td></tr>
<tr><td colspan="2">östlich bei Zell am See</td></tr>
<tr><td>bei St. Georg</td><td rowspan="3">Umgebung von Taxenbach</td></tr>
<tr><td>„ Tann und</td></tr>
<tr><td>Cschenau</td></tr>
<tr><td colspan="2">im Gasteiner Thale</td></tr>
<tr><td colspan="3">bei Pitten im Wiener Becken</td></tr>
<tr><td colspan="2">südlich von Königstetten und</td><td rowspan="2">im Tullner Becken.</td></tr>
<tr><td colspan="2">am Waschberge n. v. Stockerau</td></tr>
</table>

Doch muss ich erwähnen dass man diese Angaben mit Vorsicht aufnehmen möge, indem es mir scheint, dass auf mehreren Stellen die Ablagerungen des rohen Schotters der Alpen für erratische Blöcke angesehen worden sind.

d) Alte Moränen sind die letzten zurückgebliebenen Spuren der ehemaligen weit grösseren Ausdehnung der Gletscher. Es sind dies unregelmässige, bald der Richtung des Thales folgende, bald die Thäler quer absperrende Haufen von grösseren und kleineren Blöcken. von Gesteinen, die den Thälergebieten aus denen die Gletscher kamen, angehören.

Das Sengsen-Gebirge nördlich von Windisch-Garsten, das Ausseer Gebirge, der Gebirgsstock des Dachsteins und des Hoch-Gollings beherbergten die Gletscher, welche die in diesem Gebiete vorkommenden Moränen erzeugt haben, und jetzt bis auf das Karls-Eisfeld des Dachsteins ganz verschwunden sind. Die im Möllthale und im Malnitzer Thale am südlichen Abhange der Centralkette vorkommenden Moränen verdanken den ehemals viel mehr ausgebreiteten Gletschern des Gr.-Glockners, des Hohen-Narr und des Ankogls ihre Entstehung.

E. Alluvium.

Hierher gehören die Ablagerungen und Anschwemmungen der jetzigen Gewässer in der gegenwärtigen Zeit.

Die Donau nimmt bei der Bildung dieser Ablagerungen den ersten Rang ein. Auf die Engen des Strombettes folgen grössere Erweiterungen desselben, in welchen sich die Donau mehr ausbreiten kann, und diese letzteren sind es, in denen diese Ablagerungen vor sich gehen. So das Marchfeld, das Tullnerfeld, die Alluvionen bei

Enns und Efferding. Die Ablagerungen der Donau bestehen aus Schotter, Sand und Lehm.

So wie die Donau haben auch die anderen Flüsse und Bäche ihre Alluvionen; an solchen Stellen wo der Lauf ihrer Gewässer ein geringerer ist, lagern sie den Schutt und Schlamm, den sie mit sich führen, ab. Auf ihre Bildung haben periodische Anschwellungen der Flüsse und Bäche und locale Witterungsverhältnisse einen gleich grossen Einfluss.

Besonders hervorzuheben sind jene Alluvial-Ablagerungen, die nur den furchtbaren plötzlichen Regengüssen der Gewitter der Alpen ihre Entstehung zu verdanken haben. Ihre Verwüstungen, die grossartig sind, treten auch periodisch auf und sind um so mehr zu fürchten.

Bei Windisch-Matrey in Tirol habe ich Gelegenheit gehabt, die Entstehung dieser Art Alluvionen des Bretterbaches zu studiren. Der Bretterbach entspringt an den steilen Kalkglimmerschiefer-Wänden der Bretterwand, nimmt anfangs von da seinen Lauf nach Süd und wendet dann plötzlich nach West, um bei Windisch-Matrey in die Isel einzumünden. Die Länge des Bretterbaches beträgt kaum mehr als 4500 Klafter. Die Bretterwand hat eine Meereshöhe von 9053′ und Windisch-Matrey liegt 3027′ hoch über dem Meere. Folglich beträgt der Fall des Bretterbaches 1 Klafter auf 4 Klafter Länge. Der Fall dieses Baches ist aber nicht gleichmässig vertheilt; in dem von Ost nach West laufenden Theile besitzt der Bach eine viel geringere Neigung, als in dem oberen nach Süd herablaufenden Theile. Die Bretterwand besteht aus Platten von Kalkglimmerschiefer, die nach Süd fallen und unter 60 — 70° geneigt sind. Über diese Platten fallen die vielen abgelösten Stücke der Kalkglimmerschiefer-Wand in Folge der Zeit an ihren Fuss und häufen sich dort in bedeutender Menge an. Kommt nun ein starkes Gewitter mit einem Regengusse (was eben nicht häufig ist, indem in dieser Gegend anstatt Regen gewöhnlich Schnee fällt) über die Bretterwand, so hält diesen keine Vegetation, die hier gänzlich mangelt, auf, das Gestein saugt auch nur sehr wenig oder gar kein Wasser auf. Das in Menge herabfallende Regenwasser fliesst daher über die stark geneigten Kalkglimmerschiefer-Platten mit ausserordentlicher Schnelligkeit herab an den Fuss der Wand, wühlt die daselbst angehäuften Blöcke auf und reisst sie weiter dem Thale nach abwärts. Hier nimmt

die Schnelligkeit, mit der das Gerölle transportirt wird, in etwas ab und lässt den nachfolgenden Partien Zeit genug, um die vorangehenden einzuholen und zu erreichen und sich mit denselben zu einer Masse zu vereinigen. Und so sammelt sich eine immer grösser werdende, aus Wasser und Gebirgsschutt bestehende, dicke Masse an und wälzt sich einem Lavastrome gleich langsam thalabwärts. Je tiefer herab, desto mehr verengt sich das Thal und die Bewegung des Schuttstromes wird dadurch abermals unterstützt. Endlich erreicht die unheilbringende Masse, oft erst in einer halben Stunde nach dem Ablauf des Gewitters, die Mündung des Bretterthales in das breitere Iselthal. Wie aus einem Sacke herausgeschüttet, häuft sich das Gerölle an der Mündung an und wird in der Form eines halben sehr flachen Kegels abgelagert, alles was in seinem Laufe liegt bedeckend und zerstörend. Nicht nur die Felder und Gärten, auch die Wohnungen der dortigen Bewohner werden zum Theil bedeckt oder ganz überschüttet. Aber nicht Unheil genug ist es, dass der Schuttkegel das ihm im Wege liegende zerstört und die Gegend an der Mündung des Thales verwüstet, die häufig bis auf das entgegengesetzte Ufer der Isel vorgeschobenen Schuttmassen versperren dem Iselflusse seinen Abfluss und dieser breitet sich oberhalb dieser Stelle in einen See aus und verschlingt die fruchtbaren Felder und grünenden Wiesen unter seinen Wellen, sie mit dem Schlamme der Gletscher überdeckend, Elend und Noth verbreitend.

Je weiter weg von der Mündung des Bretterbaches, desto mehr näbert sich die Ablagerungsfläche des Schuttkegels der Horizontale. Der nach Herstellung der Ruhe sehr kleine unbedeutende Bach sucht dann in die Ablagerungsfläche des Schuttkegels sein Bett zu vertiefen und wenn ihm hierzu genug Zeit gelassen wurde, so vertieft er sich so weit, dass endlich an seinen Rändern zwei Terrassen als Ufer entstehen.

Ganz in dieser Weise wütheten und verheerten in den letzten fünf Jahren die Bäche der Seitenthäler des Drauthales zwischen Ober-Drauburg und Sachsenburg, der Bach Sagans zwischen Fragant und Stall im Möllthale und die Bäche im Gailthale.

Diese Verheerungen fanden auch in älterer historischer Zeit Statt und waren gewiss noch furchtbarer. Hiervon zeugt der ungeheuere Schuttkegel vor Lienz, auf dem sich die Ortschaften Ober-Lienz, Ober-Drum, Grafendorf, Patriarchsdorf und Nussdorf befinden.

Der tiefste Theil dieses Schuttkegels liegt bei Lienz 2057', die Spitze desselben im Helenenthale hat 4183' M. H.; folglich beträgt seine absolute Höhe 2126'. Die Länge mag beiläufig eben so viele Klafter betragen. Unter diesem Schuttkegel soll das alte Leontium begraben sein. Eben so grossartig ist der Schuttkegel im oberen Möllthale bei Sagritz, im Tefferecker Thale bei St. Leonhardt und endlich im Gailthale bei Tilliach.

F. Jüngste Spaltenbildung im Gebiete.

Es sind dies Spalten, die, obwohl sie tief unter dem Niveau der tertiären Ablagerungen liegen, von diesen doch nicht ausgefüllt worden sind und daher jüngerer Entstehung sein müssen.

Die merkwürdigsten dieser Spalten sind jedenfalls die, welche die Donau auf ihrem Wege aus Baiern von Passau abwärts durchfliessen muss, bevor sie sich bei Pressburg in der ungrischen Ebene ausbreiten kann. Fünf Spalten sind es: von Passau bis Efferding und bei Linz; zwischen Wallsee und Ibbs, von Schönbüchel abwärts bis Spitz, die breite Spalte bei Klosterneuburg und die noch breitere Theben-Pressburger Spalte. Bei den beiden letzteren Spalten sind nur die untersten Theile hier verstanden, welche von der Donau bespült werden, indem an beiden Orten schon vor der tertiären Zeit Öffnungen vorhanden waren, durch welche die tertiären Meere des oberen Donau-Beckens, des Wiener und ungrischen Beckens mit einander in Verbindung standen. Bergrath Cžjžek hat schon nachgewiesen, dass die Spalte zwischen Schönbüchel und Spitz nicht durch Erosion entstanden ist. „Die Donau [1]) hat bei Krems eine Seehöhe von 595·90', bei Mölk von 649·96', folglich im Durchschnitte auf ihrem Laufe von $4^{3}/_{4}$ Meilen einen Fall von 11·38' per Meile. Beobachtet man ihren Lauf von Krems bis Wien, meist über tertiäre Gebilde, so beträgt ihr Fall per Meile 11·2 Fuss. Dieses Verhältniss zeigt, dass der Lauf des Stromes zwischen dem Gebirge nur ganz unbedeutend schneller ist, von Wasserfällen und einem gewaltsamen Durchbruche nichts wahrnehmen lässt, welcher Umstand ebenfalls für eine Gebirgs-Spaltung spricht." Und wäre die Donau gezwungen gewesen, durch directe Erosion oder durch das von rückwärts schreitende Unterwühlen vermittest Wasserfällen sich das Bett zu

---

[1]) J. Cžjžek, Jahrb. der k. k. geol. Reichsanstalt, IV. 264.

graben, so hätte sie gewiss, theils wegen der weicheren Gesteinsbeschaffenheit, theils wegen der viel niedrigeren Lage, die tertiären Gebilde durchgefressen und ihren Lauf in der Richtung gegen St. Pölten genommen. Was hier speciell von der Entstehung der Spitz-Schönbüchler-Mölker Spalte gesagt wurde, gilt zugleich für jede dieser genannten Spalten.

Nebst der Entstehung dieser Spalten ist das Streichen derselben, welches unsere Aufmerksamkeit verdient. Die Passauer Spalte streicht im Allgemeinen nach N. 45° in W. Ihr unterer Theil bildet ein Zickzack, das aus den Streichungslinien N. W. und N. 45° in O. zusammengesetzt ist. Die Ibbser Spalte streicht im Allgemeinen nach W., ist aber aus den Streichungsrichtungen W. und N. zusammengesetzt. Die Mölker Spalte streicht nach N. 45° in O. und ist aus den Streichungslinien N. und N. 45° in O. zusammengesetzt. Die Klosterneuburger streicht beinahe, und die Theben-Pressburger Spalte ganz parallel mit der Passauer Spalte.

Die Richtung der Spalten der Donau entlang, d. i. in der von Ost nach West laufenden grossen Einsenkung der oberen Donau, streichen daher vorzugsweise nach W., N. 45° in W., N. und N. 45° in Ost.

Die nächste, an die grosse Einsenkung der Donau sich südlich anreihende Einsenkung der Enns und Salza läuft ebenfalls von Ost nach West. In ihrem Gebiete sind zwei Spalten bekannt geworden, die am Grimming und die „das Gesäuse“ genannt. Die Spalte des Grimmings streicht nach Nord, das Gesäuse aber nach West. Gegen die Annahme, dass diese beide Spalten durch Erosion entstanden wären, spricht ihre Umgebung. Der Grimming bildete zur tertiären Periode mit der Kammspitze einen und denselben 6000′ über der Thalsohle des Ennsthales aufsteigenden Kamm des Dachsteingebirges. Die Wässer, die sich in der Mulde von Mitterndorf ansammelten, konnten sehr gut auf dem schon vor der Kreide-Periode offenen Wege über Klachau und Pürg ablaufen und es ist unmöglich, der Erosionskraft dieser Wässer den Durchbruch einer 4000′ (über dem Boden von Klachau) hohen und eben so breiten Kalkmauer zuschreiben zu wollen. Das Gesäuse verdankt eben so wenig seine Entstehung der Erosion. Das Ennsthal war östlich von Admont und Krumau durch die Dachsteinkalk-Massen des Buchsteins und des Kaiblings abgesperrt. Diese Kalkmauer konnten die Gewässer des jetzigen Ennsthales nie über-

steigen. Und wenn dies auch je der Fall war, so waren ja viel niederere Sättel vorhanden, über welche die Gewässer ihren Ausweg gefunden haben würden. Die Erosionskraft des verheerenden, durch seine Überschwemmungen bekannten Ennsflusses ist so gering, dass er nicht im Stande ist die herabgefallenen Kalkmassen, die ihm den ersten Eingang in das Gesäuse absperren, wegzuräumen und man genöthigt ist, ihm mit Sprengungen durch Pulver nachzuhelfen.

In der nächst südlicheren Einsenkung der Mur und Mürz sind zwei derartige Spalten entstanden, die südlich bei Bruck und die südlich von Tamsweg. Die Brucker Spalte streicht nach N. 45° W. und ist der Passauer und der Klosterneuburger Spalte parallel. Die Tamsweger Spalte streicht nach N. und ist so zu sagen die Fortsetzung der Grimming-Spalte.

In der südlichsten von Ost nach West laufenden Einsenkung der Drau sind vier Spalten bekannt geworden, die jünger sind, als die tertiären Ablagerungen dieser Gegend. Die bei Gmünd streicht im Allgemeinen nach N. 45° O., und ist aus Streichungslinien N. und N. 45° O. zusammengesetzt, ganz wie wir dies bei der Mölker Spalte gesehen haben. Mit dieser parallel ist die Spalte, die das obere und untere Gurkthal mit einander verbindet. Die Spalte, die das obere und untere Lavantthal verbindet, steht auf den ersten beiden beinahe senkrecht und ist mit der Brucker und Klosterneuburger Spalte nahezu parallel. Endlich läuft die Mahrenberger Spalte westlich von Marburg nach W., nahezu parallel mit dem Gesäuse und der Spalte bei Ibbs. Dass sie alle zusammen dieselbe Entstehung haben, wie die der Donau, habe ich kaum nöthig zu erwähnen.

Diese Spalten, sowohl die der Donau als die im Innern der Alpen sind, wie schon gesagt wurde, von tertiären Geröllen nicht bedeckt; man findet in derselben nur die jüngeren Gebilde: Terrassen-Diluvium, Löss und Alluvium. Dort wo die Spalten in älteren Gesteinen entstanden sind, fallen sie jedenfalls mehr auf, als im Gebiete der tertiären Ablagerungen. Aber wie im älteren Gebirge, charakterisiren sie sich auch im tertiären Gebiet durch ihre Streichungsrichtungen und durch ihre Ausfüllung. Wenn man z. B. die Welser Haide durchwandelt, so sieht man ganz deutlich, wie die tertiären Hügelreihen sowohl in NW. als in SO. derselben 200′ hohe Dämme bilden, die die Ablagerung des Terrassen-Diluviums auf den Raum der Welser Haide beschränkt und eingeengt haben. Ganz dasselbe sieht man am

Almflusse, südlich von Wimsbach, am Ennsflusse, an der unteren Salza und am Inn, ferner auf der Neustädter Haide, und der Mur entlang unterhalb Gratz. Ferner ist die Längenerstreckung der Diluvial-Terrassen an dem Flusse zwischen Braunau und Passau, auf der Welser Haide, an der Enns, am Ibbsflusse, auf der Neustädter Haide nahezu parallel der Mölker Spalte; dagegen haben die Diluvial-Ablagerungen an der unteren Salza und an der unteren Mur mehr die Richtung der Passauer Spalte, und es lassen sich da die vier Richtungen WN. 45° in W., NN. 45° in O., alle nachweisen, eine Analogie, die jedenfalls für die Gleichartigkeit dieser Spalten mit denen in den festen Gebirgsarten spricht.

Merkwürdig ist in der That zu sehen, dass die Spalten, während sie die Alpen in den angegebenen Richtungen durchkreuzen, in die krystallinischen Gebirge nördlich der Donau nicht tiefer hineinreichen, sondern sich an diesem Gebirge entweder abstossen, wie die Klosterneuburger Spalte, oder nur an dem Rande derselben entstanden sind, und demselben, so zu sagen ausweichen, wie die Passauer, Ibbser und Mölker Spalte.

G. Spaltenbildung, Schichtenstörung und Erhebung.

Die Spaltenbildung scheint mit den beobachteten Schichtenstörungen im innigsten Zusammenhange zu stehen. Das grossartigste Beispiel dieser Art ist jedenfalls das in vieler Hinsicht interessante Lavantthal. Die Schichten der tertiären Gebilde des Lavantthales streichen, wie wir es gesehen haben, von NW. nach SO. in derselben Richtung, welche die grosse, das untere mit dem oberen Lavantthale verbindende Spalte hat. Wir haben aber auch gesehen, dass hier die Schichten um 1000′ höher liegen, als die gleichartigen bei Baden. Auch an der Mahrenberger Spalte sind dieselben Verhältnisse von Dr. Rolle beobachtet worden. Die Schichten der Eibiswalder Braunkohlenlager fallen nach Nord. Die marinen Schotter-Ablagerungen steigen im Gebirge nördlich von der Mahrenberger Spalte um 1000′ höher, als sie in der Ebene zu finden sind [1]).

Die Unregelmässigkeit des Streichens und Fallens der Schichten zwischen Marburg, Arnfels und Leibnitz findet eben darin ihre Erklärung, dass die Richtungen der Spalten von Mahrenberg, der von

[1]) Dr. Rolle, mündliche Mittheilungen.

Gratz und Strass, Strass und Radkersburg, sich in dieser Gegend begegneten. Etwas Abnormes scheinen die Schichtenstörungen im Becken von Lungau, nördlich von Tamsweg und im Ennsthale bei Ober-Lengsdorf zu bieten. An beiden genannten Stellen sieht man, dass das Streichen der gestörten Schichten gerade senkrecht steht auf der Streichungslinie der benachbarten Spalten. Wenn man sich aber etwas weiter umsieht, so gewahrt man, dass in der Fortsetzung dieser Richtung im Ennsthale das Gesäuse zu liegen kommt und in der ganzen Einsenkung der Mur und Mürz, in deren Verlängerung die Wiener-Neustädter Haide sich befindet, alle Braunkohlen-Schichten nach Süd fallen. Auch das merkwürdige Vorkommen der Braunkohle von Gloggnitz liegt gerade in dieser Einsenkung.

II. THEORIE.

A. Altersbestimmung.

a) Gebilde des offenen Meeres.

Dass die Tegel-, Sand- und Schotter-Ablagerungen des Wiener und der angrenzenden Becken wirklich tertiär sind und der jüngeren Epoche dieser Formation angehören, ist eine schon längst erwiesene Thatsache.

Der untere Tegel bildet die tiefste älteste Lage dieser Gebilde; der obere Tegel ist jünger. Noch jünger ist der Sand, in dessen untersten Lagen man noch dieselben Knochenreste findet, die für den oberen Tegel charakteristisch sind. Als die jüngste tertiäre allgemein verbreitete Schichte gilt der Schotter.

Der Leithakalk entspricht [1]) an einzelnen Punkten (Nussdorf) dem oberen Theile des unteren Tegels, an andern aber (Bruck a. d. L.) dem oberen Tegel.

b) Randgebilde.

Bei den Randgebilden kommt es darauf an, die in denselben vorkommenden Braunkohlenlager ihrem Alter nach zu bestimmen.

Es ist freilich schwer, nach den bisherigen mangelhaften Untersuchungen und wegen der Seltenheit oder gänzlichen Abwesenheit von charakteristischen Versteinerungen das Alter der verschiedenen

---

[1]) Siehe oben S. 496.

Braunkohlen-Ablagerungen zu bestimmen [1]; es kommt aber auch nur darauf an, beiläufig zu zeigen, mit welchen Ablagerungen des offenen Meeres diese verschiedenen Braunkohlenlager ausser und in den Alpen zu parallelisiren sind, um so ihr gegenseitiges Alter und ihr Alter im Allgemeinen zu bestimmen.

Nach den Beobachtungen von M. V. Lipold kommen Braunkohlenlager im Lavantthale in den untersten dortigen tertiären Gebilden vor, die, wie wir gesehen haben, mit dem Tegel bei Baden von gleichem Alter sind. Nach den Mittheilungen von Bergrath Cžjžek kommen die Braunkohlen von Thallern in einem Tegel vor, den man, nach den darin vorgefundenen Versteinerungen, den Schichten von Gainfahren und Enzersfeld gleichstellen muss. Die Braunkohlenlager bei Fohnsdorf im Judenburger Becken liegen unter einer Muschelschichte, die nur aus Schalen von der *Congeria triangularis* Partsch besteht. Aber diese *Congeria* kommt nach den freundlichen Mittheilungen von Dr. Hörnes immer nur in den sogenannten Congerien-Schichten vor; ihre Verbreitung ist über Österreich, Mähren, Ungern, Bosnien und Albanien bekannt und sie kann daher als eine sichere Leitmuschel bei der Erkennung der Congerien-Schichten angenommen werden. Die Lignite bei Göding in Mähren liegen nach Fr. Foetterle auf einem Tegel mit Congerien im Sande, in welchem man ebenfalls die Congerien findet.

Das Gleiche scheint bei Zillingsdorf und Neufeld zu sein, indem man auch dort in dem Tegel, der unter den Kohlen liegt, Congerien erbohrt hatte.

Diese Beispiele beweisen, dass die Braunkohlenlager durchaus nicht einem und demselben Zeitabschnitte angehören, und dass die Bildung der Braunkohlen durch die ganze Dauer der jüngeren Tertiär-Epoche fortdauerte. Zugleich geht aus diesen Beispielen hervor, dass die Lignite der oberen, die schwarzen eigentlichen Braunkohlen der unteren Tegelbildung angehören. Wie aber zur Zeit der Ablagerung der unteren Tegelbildung Ruhe geherrscht zu haben scheint, während bei der oberen Tegelbildung aber lebhaftere Strömungen wegen der deutlich ausgesprochenen wellenförmigen Ablagerung der Schichten [2] angenommen werden müssen, so scheint auch die Bildung

---

[1] Siehe oben S. 497—509.

[2] J. Cžjžek, Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt II, b, 81 und 82.

Die Conglomerate im Wiener Becken bedecken die Lignit-Ablagerungen der Jaulingwiese [1]) und in der Umgebung und sind daher jünger als die Lignite und dürften gleichzeitig sein mit dem oberen Sande. Den Conglomeraten des Wiener Beckens entsprechen die des Lavantthales, des Ennsthales und die im Becken von Lungau.

Der Schotter des offenen Meeres und der der Randgebilde in und um die Alpen sind gleichzeitig.

Der Süsswasserkalk ist das jüngste Glied der Tertiär-Formation.

B. Niveauverhältnisse des neogenen Meeres.

Auffallend ist die Aufeinanderfolge der Ablagerungen des offenen Meeres, dass zu unterst die Tegelbildung, darauf Sand und zuletzt die Schotterbildung folgte. Im Tegel sind Schotter- und Sand-Ablagerungen nur selten, und dies gewöhnlich in einer untergeordneten Weise vorhanden. Eben so herrscht der Sand in der Sandbildung vor und im Schotter trifft man nur selten dünne Lagen von grobem Sande. Die Ursache dieser Erscheinung kann man nur in den Meeren suchen, aus denen sie abgelagert wurden. In der gegenwärtigen Periode bildet sich unter unseren Augen an ruhigen und an sumpfigen Stellen Schlamm; bewegteres Wasser ist im Stande gröbere Theile mit sich fortzuführen; zur Bildung von gröberem Gerölle ist eine Bewegung nothwendig und nur starke Strömungen können das Gerölle fortbewegen und horizontal ablagern. Eine mächtige Schichte von Schlamm erfordert eine lange Zeit der Ruhe an dem Orte, an welchem sie sich ablagerte; eine mächtige Schichte von ausschliesslich vorherrschendem Sande erfordert eine gleichmässige andauernde Bewegung des Wassers, aus dem sie sich absetzte; eine mächtige Schichte von groben Geröllen erfordert eine gleichmässig andauernde starke Strömung. Da aber diese Schichten von Tegel, Sand und Schotter in dem ganzen Gebiete der tertiären Ablagerung allgemein verbreitet sind, so erfordern sie auch, dass die sie bedingenden Verhältnisse an allen Orten des tertiären Meeres geherrscht haben; folglich haben wir in den tertiären Meeren eine Epoche der Ruhe, eine der Bewegung und eine der Strömung.

In den Alpen, z. B. im Becken von Lungau, nehmen die sandigen Mergel und Tegel nur die tiefsten Stellen des Beckens ein und ihre

[1]) Zepharovich, Jahrb. der k. k. geolog. Reichsanstalt, IV, 712.

horizontale Verbreitung ist auch nur sehr gering. Mehr verbreitet sind die Conglomerat- und Sandstein-Schichten, sie nehmen etwas höhere Partien des Beckens ein und man findet häufig die Conglomerate unmittelbar am Gneissgebirge ohne Zwischenlage von Mergel oder Tegel aufgelagert. Endlich findet man den Schotter, der die Conglomerate, Tegel und Mergel gemeinschaftlich überlagert, auch dem krystallinischen Gebirge unmittelbar aufgelagert. Seine Verbreitung ist ausserordentlich und bedeutend grösser als die der Conglomerate, Mergel und Tegel, und die Höhe bis zu welcher er sich hinauf zieht, übersteigt das Nivean der Mergel und Conglomerate um 1000′.

Ganz dasselbe sieht man im Becken des Ennsthales. Die Mergel und Sandsteine, ferner die Tegel mit Braunkohlen nehmen nur die tiefsten Stellen des Beckens ein, die Conglomerate am Grimming steigen um 500′ höher, und den Schotter findet man bis zu einer Meereshöhe von 3600′. Es folgt daraus, dass der Schotter unter einem viel höheren Niveau des Wassers abgelagert werden musste, als die Conglomerat-Mergel und Tegel. Denn nähme man einen gleich hohen Wasserstand für die Bildung der Tegel, Mergel und Schotter an, so müsste man die Mergel gleichmässig, wie im Wiener Becken es der Fall ist, überall und allgemein verbreitet finden, an allen Stellen, wo der Schotter abgelagert, was aber nicht der Fall ist. Daher haben wir für die drei Bildungen des neogenen Meeres drei verschiedene Wasserstände anzunehmen. Combinirt man diese Folgerungen mit den vorangehenden, so hat man zu Anfang der neogenen Ablagerungen ein ruhiges nicht sehr tiefes Meer, späterhin ein bewegtes Meer mit einem höheren Wasserstande, und endlich ein stürmisches, strömendes Meer, mit dem höchsten Wasserstande.

Wir haben ferner gesehen, dass die Korallenbänke des tertiären Meeres, der Leithakalk nämlich, 900′ an Mächtigkeit besitzen. Dies eben gibt den Fingerzeig, da die Korallen in einer Tiefe von 900′ unter der Meeres-Oberfläche nicht leben können, dass entweder allmähliche oder von Zeit zu Zeit auf einander folgende Senkungen des Bodens im tertiären Meere stattfinden mussten. Folglich ist es wahrscheinlich, dass die drei im obigen nachgewiesenen auf einander folgenden Wasserstände als Folge von drei auf einander folgenden Senkungen des Bodens zu betrachten sind.

Die Leithakalke entsprechen als Äquivalente nur der Tegelbildung, sowohl der unteren als der oberen. Es lässt sich daher vermittelst des Leithakalkes das Sinken des Bodens nur während der Tegelbildung nachweisen. Man weis aber dass die Conglomerate zwischen Vöslau, Pottenstein und Wöllersdorf die Lignitablagerungen dieser Gegend bedecken. Der Tegel mit den Ligniten lagert aber unmittelbar auf dem Dolomit und nicht auf Conglomeraten einer vorangehenden Bildung, so folgt daraus, dass nach der Ablagerung der Lignite erst und nicht früher ein höheres Niveau des Meeres zu herrschen anfing, welches an den Kalkwänden dieser Gegenden anprallen, sie zum Theile zerstören und das Conglomerat bilden konnte. Dass aber das Niveau der Conglomerate mit dem des Schotters in den Alpen nicht gleich war, lässt sich dadurch nachweisen, dass, da der Schotter viel höher steigt als die Conglomerate, auch der ihm entsprechende Wasserspiegel höher stehen musste, mithin wären alle die Wände, die das Material zur Conglomeratbildung lieferten, tief unter die Grenze der Ebbe und Fluth zu liegen gekommen oder die Bildung der Conglomerate wäre eine unmögliche gewesen.

Die verschiedene Mächtigkeit der drei verschiedenen Ablagerungen der Neogen-Formation spricht dafür, dass die Zeiten der Dauer der drei verschiedenen auf einander folgenden Niveaus verschieden waren. Die kürzeste Epoche war die des letzten höchsten Wasserstandes, in welcher sich der Schotter ausserhalb und in den Alpen bilden konnte. Eben so lange oder länger dauerte die Epoche der Sand- und Conglomerat-Bildung; die längste war die Epoche der Tegelbildung.

Auffallend ist der Unterschied zwischen der oberen und unteren Tegelbildung, in dem die letztere eine rein marine Bildung ist, während der obere Tegel mehr brakischen und süssen Gewässern seine Entstehung verdankt. Gewiss ist es, dass der obere Süsswasser-Tegel mit einer marinen Bildung, dem jüngeren Leithakalk, in einem und demselben Becken gleichzeitig gebildet ist. Folglich lässt sich nicht annehmen, dass das Wasser des tertiären Meeres zur Zeit der Ablagerung des oberen Tegels in allen seinen Theilen brakisch oder gar süss war, es ist vielmehr wahrscheinlich, dass sich grössere Süsswasser-Ströme in das Meer des oberen Tegels ergossen, und den marinen Charakter desselben stellenweise zum Theil oder ganz

verändert haben. Für die Annahme von Süsswasser-Strömen zur wesentlichen Veränderung des Charakters der oberen Tegelbildung spricht insbesondere die Ablagerung des Lignits.

Auffallend ist jedenfalls der Mangel an Congerien-Schichten und Leithakalken im oberen Donau-Becken und dieser Umstand, wenn er richtig zu deuten ist, kann zur Erklärung der Süsswasser-Epoche in der Tegelbildung dienen. Der Mangel an Leithakalk an Korallenbänken im tertiären Meere des oberen Donau-Beckens lässt sich nur dadurch erklären, dass hier die nothwendige Bedingniss, das Sinken des Bodens nicht stattfand; die Strömungen des offenen salzigen Meeres und steile Küsten waren während der unteren Tegelbildung gewiss vorhanden.

Dadurch nun, dass der Boden des oberen Donau-Beckens dem Einsinken nicht unterworfen war, wurde dieses Becken bis zu einer gewissen Höhe mit den Ablagerungen des unteren Tegels ausgefüllt. Das immer und immer weniger werdende Meereswasser wurde endlich durch die vielen kleinen Zuflüsse aus den umgehenden Gebirgen ganz süss. Das nunmehr süsse Wasser des oberen Donau-Beckens musste bei dem langsamen Sinken des Wiener Beckens in dieses letztere abfliessen. Dieses und das vom offenen Meere gleichzeitig zufliessende Salzwasser mögen den Zustand der Dinge hervorgebracht haben, der zur Ablagerung des oberen Tegels und seines Äquivalentes, des jüngeren Leithakalkes, nothwendig war. Für diese Erklärung spricht das häufige Auftreten der Congerien-Schichten zwischen Wien, Brunn und Bruck am Leithagebirge, gerade der Einsenkung zwischen dem Kahlenberge und Bisamberge gegenüber, wo die Communication zwischen dem Wiener Becken und dem oberen Donau-Becken schon zu dieser Zeit gewiss hergestellt war. Ganz analog ist das Vorkommen der Congerien bei Gaja, nördlich bei Göding, in Verbindung mit den Leithakalken, bei Nikolsburg und südlich. Nimmt man alle diese Thatsachen über das Auftreten des Congerien-Tegels zusammen, so muss man es eingestehen, dass sie zur Erklärung dieser Erscheinung nicht hinreichen und die Beantwortung dieser Frage daher noch fernerhin offen bleiben muss.

C. Niveau-Verhältnisse der Alpen zur Neogen-Zeit.

Wir haben gesehen, dass die unteren Schichten im Becken des Lavantthales um 1000′ höher liegen, als die gleichzeitigen bei Baden.

Es lässt sich kaum annehmen, dass sie beide in ihrer jetzigen Lage zur Zeit ihrer Ablagerungen sich befunden haben; denn der ihnen gemeinschaftliche Wasserspiegel müsste wenigstens 1200′ über den Schichten bei Baden und 1000′ über den Leithakalken gestanden haben. Daraus folgt, dass die Ablagerungen des Lavantthales gehoben worden, d. h. die Terrainsverhältnisse der Alpen der Jetztzeit sind ganz verschieden von denen der tertiären Periode. Es haben, wie wir schon Thatsachen mitzutheilen Gelegenheit hatten, seit der tertiären Periode bedeutende Hebungen in den Alpen stattgefunden.

Wir müssen daher von den nach-tertiären Hebungen abstrahiren und denken uns das Becken des Lavantthales gleich hoch mit dem Wiener Becken und der steierischen Bucht gestellt; theils über Marburg, St. Lorenzen und Hohenmauthen (südlich an der Makenberger Spalte), theils über Windischgratz und Lavamünd mit dem offenen Meere des ungrischen Beckens in Verbindung. Die Höhen Glockner und Venediger mögen 10.000′ über der damaligen Meeresfläche sich erhoben haben.

Es fragt sich nun, wie weit reichte das Meer der Tegelbildung in die Alpen?

Da wir im Becken des Lavantthales mitten in den Alpen wirkliche Meeres-Versteinerungen finden, so ist es einerseits gewiss, dass hier ein salziges Meer herrschen musste; anderseits beweist dieser Umstand, da sich an anderen Stellen der Alpen bis jetzt keine marinen Versteinerungen vorfanden, wo sie sich eben so gut wie im Lavantthale entwickeln konnten, dass das salzige tertiäre Meer der Tegelbildung in die übrigen Theile der Alpen nicht hineinreichte. Was daher mit dieser Bildung des unteren Tegels in den übrigen Theilen der Alpen gleichzeitig abgelagert worden war, verdankt seine Entstehung nur süssen Gewässern einzelner nicht zusammenhängender Becken. Für diese Annahme spricht auch die Lagerung der einzelnen Braunkohlen-Mulden im Gebiete der nordöstlichen Alpen, da sich keine gemeinschaftliche Reihenfolge der Schichten für alle zusammen aufstellen lässt, und es scheint, dass sich die Schichten in jeder einzelnen Mulde ganz unabhängig von den andern abgelagert haben.

Das Einsinken des Bodens im Wiener Becken pflanzte sich durch die Einsenkung der Mur und Mürz bis in das Judenburger Becken fort, so dass endlich das salzige Wasser des Lavantthales das Torflager von Fohnsdorf überschwemmen und mit neueren dem

oberen Tegel parallelen Ablagerungen überdecken und die zur Existenz der Congerien nothwendigen Bedingnisse herzustellen vermochte. In diese Zeit sind die Lignit-Ablagerungen wie auch wahrscheinlich die erste Überschwemmung des Beckens von Klagenfurt zu versetzen.

Zur Zeit des höheren Niveaus des Meeres, unter welchem in offenem Meere die Ablagerung des Sandes erfolgte, mussten sich die Alpen im betrachteten Gebiete um ein beträchtliches senken; dadurch war das Meer gezwungen, sich in das Innere der Alpenthäler tiefer hinein zu ziehen, als dies bis dahin der Fall war, dieselben auszufüllen und darin die Ablagerungen der Conglomerate und grober Sandsteine, wie im Ennsthale, bei Leoben, Judenburg, Ob-Wölz, in Lungau und südlich von Klagenfurt, abzulagern. Zu dieser Zeit möge der Glockner und Venediger 8—9000′ über der damaligen Meeresfläche sich erhoben haben.

Nach der Ablagerung des Sandes folgte eine abermalige Senkung der nordöstlichen Alpen.

Es war dem Meere gestattet, in alle einzelnen Thäler der Alpen vorzudringen und in den jetzigen Alpengegenden eine Inselwelt zu bilden, die nur mit dem jetzigen Norwegen eine Ähnlichkeit besitzt. Die Höhen Glockner und Venediger mochten 6000 — 6500′ Meereshöhe besitzen. Diesem Niveau des tertiären Meeres haben die Schotter-Ablagerungen, deren Verbreitung [1]) wir bis in die innersten Thäler der Alpen verfolgten, ihre Entstehung zu verdanken.

Dass der Schotter nicht aus grossen Flüssen abgelagert wurde, lässt sich mit Sicherheit nachweisen. Vor Allem müssen hier die Vorkommnisse des Schotters auf Wasserscheiden hervorgehoben werden. Auf dem Iselberge, der Wasserscheide zwischen der Drau und Möll östlich von Lienz, ist der Schotter in 3684′ Meereshöhe abgelagert. Lienz liegt 2057′ hoch im Drauthale, und die Möllbrücke nördlich von Lainach 2466′ hoch über dem Meere. Folglich musste der Fluss, welcher den Schotter des Iselsberges abgelagert hatte, im Drauthale wenigstens 1627′ und im Möllthale wenigstens 1218′ tief gewesen sein, wenn man die später erfolgte Ausfüllung des Thales gar nicht in Rechnung zieht. Lässt man dieses noch als möglich zu, so wird man einsehen, dass der 1218′ tiefe Möllfluss auch zur Zeit der

---

[1]) Seite 516, 517, 518.

Schotter-Ablagerung nur aus dem jetzigen Wassergebiete des oberen Möllthales sein Wasser besitzen konnte, und es lässt sich kaum annehmen, dass zu dieser Zeit dieselbe Gegend 1000mal mehr Wasser liefern konnte, als sie es jetzt im Stande ist. Dass hier nirgends Thalsperren zur Bildung von einzelnen Seen Gelegenheit geben konnten, ist klar, indem man im ganzen Verlaufe der Drau $2B$ von Silian bis Klagenfurt keine Spur von einer solchen findet. Und dort wo sie wirklich vorhanden waren, wie zum Beispiel in Lungau, an der Stelle der Spalte südlich von Tamsweg, liegen die Schotter hoch oben über der Thalsperre und überschreiten dieselbe. Ganz das letztere ist der Fall an der Drau zwischen Lavamünd und Marburg.

Und wenn man diese Beobachtungen alle als zu wenig Geltung besitzend verwerfen würde, so sind doch noch wichtigere vorhanden, deren Beiseitelegung wohl nicht angeht. Das Wasser des Möllflusses musste mit dem des Drauflusses zur Zeit der Schotter-Ablagerung in Communication stehen, weil nicht nur die Wasserscheide selbst, sondern auch höher gelegene Punkte am Iselberge mit demselben Schotter bedeckt sind. Eben so musste der grosse tertiäre Fluss des Gailthales mit dem des oberen Drauthales communiciren, weil man auf der Wasserscheide zwischen dem Gailthale und der Drau westlich von Tilliach 142′ hoch über dem tiefsten Punkte der Wasserscheide noch die Schotter-Ablagerungen findet. Ebenso musste der Fluss des Tefferecken-Thales mit dem Fluss von Artholz, der Salza-Fluss mit dem im Zillerthale und dem im Ennsthale, der des Ennsthales mit dem des Windisch-Garstner Thales und mit dem des Murthales, der Mur-Fluss mit dem Draufiusse, und dieser mit dem offenen Meere, zur Zeit der Ablagerung des Schotters im Zusammenhange gewesen sein, indem man in allen diesen Gegenden gerade auf den Wasserscheiden die Schotter-Ablagerungen findet. Aber ein solches Flusssystem, wo die Spiegel aller Flüsse einen und denselben Spiegel bilden, kann nur ein allgemein verbreiteter See gewesen sein.

Nach kurzer Dauer der Ablagerung des Schotters aus diesem Meere folgte endlich die letzte Hebung der Alpen und des sie umgebenden Continentes, nach welcher die Alpen ihre jetzige Höhe und Gestalt erhielten.

Die Grösse der Senkungen und der letzten Hebung der Alpen und des sie umgebenden Continentes zu berechnen ist eine Unmög-

lichkeit. Hätte man es blos mit einer Continental-Hebung und Senkung zu thun, so wäre die Aufgabe möglich. Wir haben aber gezeigt, dass während das Klagenfurter Becken, das blos mit den jüngeren Ablagerungen ausgefüllt ist, nahezu gleich hoch liegt mit dem Wiener Becken: das dazwischen gelegene mit dem Wiener Becken gleich alte Becken des Lavantthales über beiden nahezu um 1000 Fuss höher gehoben ist. Das Becken des oberen Lavantthales, in welchem man dieselben Ablagerungen findet, wie im unteren, liegt um 5—600′ höher über dem letzteren. Das heisst: die Grösse der letzten Hebung der Alpen ist an verschiedenen Orten eine verschiedene.

Wenn man die Vorkommnisse der Schotter-Ablagerungen im Innern der Alpen in Bezug auf ihre jetzige Meereshöhe mit einander vergleicht, so gelangt man zu demselben Resultate. Fasst man aber insbesondere nur solche Punkte ins Auge, die in den verschiedenen Gegenden die höchsten Vorkommnisse des Schotters darstellen, so gewinnt man die Überzeugung, dass die Grösse der Hebung der Alpen in dem Verhältnisse wächst, als man sie von den Rändern der Alpen in das Innere derselben, und von Ost gegen West verfolgt.

Um einen beiläufigen Werth für die Senkungen und die Hebung angeben zu können, glaube ich die Verhältnisse im Ennsthale als normal annehmen zu können; indem hier die Verschiedenheiten in der Grösse der letzten Hebung nur sehr gering zu sein scheinen. Darnach würde die Grösse der ersten Senkung (nach der Ablagerung des Tegels) 500′ und die der zweiten Senkung (nach der Ablagerung des Sandes, der Sandsteine und Conglomerate) 1000′ und die der letzten Hebung der Alpen (nach der Ablagerung des Schotters in und um die Alpen) 3600′ betragen. Mit Bestimmtheit lässt sich sagen, dass der Glockner zur Zeit der Ablagerung des Schotters bis zu der jetzigen Meereshöhe von 5300—5400′ vom Merre bedeckt war, also 6500′ Meereshöhe besass; was als beiläufiger Massstab für die Beurtheilung der Höhen des übrigen festen Landes dieser Epoche dienen mag.

D. Die Folgen der zwei Senkungen und der letzten Hebung.

Schon in der ersten Epoche der neogenen Formation zur Zeit der Tegel-Ablagerung scheint das langsame Sinken des Bodens endlich die gänzliche Veränderung der Fauna hervorgerufen zu haben. Eine

Senkung deren Werth wir auf 500' angegeben haben, musste jedenfalls noch grössere Veränderungen hervorbringen. Man findet in der That in dem oberen Sande keine Spur mehr von den vielen Meeresthieren, die die tertiären Becken zur Zeit der Tegel-Ablagerung bewohnten; man findet nur in den untersten Schichten desselben Überreste von Säugethieren, die ihren Untergang eben dem plötzlich veränderten Meeres-Niveau zu verdanken haben. Die durch die plötzliche Einsenkung des Bodens der Alpen entstandene Tiefe musste vom Meere ausgefüllt werden und es mussten Bewegungen des Meeres entstehen, die aus der Ferne den feineren Sand mitführen und ihn nach entstandenem Gleichgewichte ablagern konnten. Die lebhaftere Bewegung des Meeres und das erhöhte Niveau desselben konnten leicht die Ablagerung der Conglomerate ausserhalb und innerhalb der Alpen bewirken. Auch die üppige Flora an den Rändern des Meeres wurde bis zu eine Höhe, wohin das Meer reichen konnte, zerstört und wir finden in den groben Sandsteinen der Conglomerate im Ennsthale und *im* Becken von Lungau die Blattabdrücke und verkohlte Stücke derselben.

Die zweite Einsenkung, deren Grösse wir muthmasslich auf 1000' angegeben haben, musste noch viel schrecklichere Folgen nach sich ziehen. Man kann sich leicht vorstellen, mit welcher Gewalt die Wassermassen des tertiären Meeres in die entstandenen 1000' messende Vertiefung hinein stürzten und dass sie die Thäler der Alpen in ihre innersten Winkel ausfüllten. Auf diesem Wege wühlten sie die tertiären Ablagerungen insbesondere den Sand auf, und bildeten in den Alpen den ersten Anfang zur Schotter-Ablagerung. Um das Gleichgewicht herzustellen, entstanden starke Strömungen in allen benachbarten und entfernteren tertiären Meeren. Diese Strömungen wälzten Massen von abgelösten Gebirgsgesteinen ihrer Gegenden mit sich, rollten dieselben ab und führten sie, die Fremdlinge [1]), in das betrachtete Gebiet, füllten damit alle entstandenen Vertiefungen aus und lagerten dieselben, gleich einer, die älteren neogenen Ablagerungen überlagernden Decke, ohne aller Schichtung ab. Alle die üppige Vegetation, dessen Überreste Professor Unger in der Parschluger Ablagerung aufbewahrt fand, musste zu Grunde gehen, und es konnten sich nur Pflanzen, die in dem unbedeckten Theile des Glockners und des übrigen Festlandes sich aufhielten, erhalten haben.

---

[1]) J. Cžjzek, Erläut. der k. k. geol. Reichsanstalt von Wien. Seite 18.

Endlich kam die letzte Hebung, sie befreite die Alpen von dem sie umgebenden Wassermantel; die Spaltenbildung ist mit ihr Hand in Hand gegangen. Mit eben der Raschheit mussten die Gewässer abziehen, mit welcher sie in die Alpen eindrangen. Sie wühlten den Boden besonders an den Stellen, wo auch die tertiären Ablagerungen durch die Spaltenbildung aufgelockert waren, auf, und führten das Material mit sich, um es in anderen Gegenden als Diluvial-Schotter und Lehm abzulagern. Nun folgten aber auch die Entleerungen der Wassermassen, die in den verschiedenen Alpenthälern zurückgeblieben und mitgehoben worden waren. Aus einigen Becken, wo nämlich der Ausgang durch die ungleichen Hebungen nicht versperrt worden war, konnten die Wassermassen zugleich mit dem grossen allgemeinen Zurückweichen des Meeres sich entleeren. Aus anderen Becken konnte dies langsamer nur durch die entstandenen Spalten erfolgen. Noch andere Becken mussten sich durch Erosion Bahn brechen [1]). Diese entweichenden Gewässer der alpinen Becken führten theils das aufgewühlte Gerölle der Becken, theils die Bruchstücke, die durch Sprengung der Spalten entstanden waren, lagerten sie, den jetzigen Wildströmen gleich, in der Form von ausserordentlich niederen und verlängerten, folglich horizontale Flächen bildenden Schuttkegeln [2]) in den durch das Entweichen der Gewässer des offenen Meeres entstandenen und gewöhnlich an den Spalten einmündenden tieferen Rissen ganz eben ab. Nachdem die erste Wuth dieser Gewässer nachgelassen, konnte sich das nachfliessende Wasser in die Ablagerungsfläche der eben erst gebildeten Diluvial-Schuttkegel tiefer einfressen, das aufgewühlte Material des Schuttkegels weiter abwärts führen und so die Terrassenform dieser Ablagerung erzeugen. Durch manche Spalte und längs manchem Thale suchten die Gewässer mehrerer durchgebrochenen Seen hinter einander ihren Ausweg und konnten ganz auf dieselbe Weise mehrere unter einander folgende Terrassen erzeugen.

Der grossen Hebung der Alpen folgte die langsame Hebung des ganzen Continentes. Während dieser Zeit mussten die Ablagerungen des Löss, der erratischen Blöcke und der Moränen erfolgen, in deren nähere Auseinandersetzung hier nicht eingegangen werden kann, indem diese Gebilde über die ganzen Alpen verbreitet, im betrachteten

---

[1]) Dr. Stur. Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanstalt, V, 851, Taf. VI.

[2]) S. Seite 521—524.

Gebiete aber jedenfalls zu wenig entwickelt sind, als dass man die Erklärung nicht erst von einer allgemeinen, ihre ganze Verbreitung betrachtenden Arbeit erwarten sollte.

E. Die alten Spaltenrichtungen.

Wir haben im Früheren [1]) über die nach-tertiären Spalten gesprochen, deren Entstehung ausser Zweifel in die Zeit der letzten Hebung der Alpen zu versetzen ist. Die Richtungen, nach welchen sie vorzugsweise entstanden sind, haben wir ebenfalls angegeben, als: W., N. 45° in W., und N. 45° in O.

Aus der Stellung der Mergelschichten bei Tamsweg und im Ennsthale, gerade senkrecht auf die dortigen Spalten, liesse sich annehmen, dass die nach N. gerichteten Spalten zuerst entstanden waren und die Bildung der nach W. streichenden unmittelbar folgte.

Diese Richtungen walten aber auch bei allen älteren Spalten der Alpen vor; nach ihnen haben einzig und allein die Formationen ihre Begrenzungen angenommen. So finden wir in der Einsenkung der Mur und Mürz die tertiären Gebilde abgelagert. Von West nach Ost läuft die Grenze zwischen den tertiären Ablagerungen und dem Wiener Sandstein im oberen Donau-Becken. Gerade in W. schneidet der Wiener Sandstein am Alpenkalk ab; die Grenze zwischen dem Alpenkalk und der Grauwacke hat im Allgemeinen dieselbe Richtung und ist aus den Richtungen N. 45° in W, und N. 45° in O. zusammengesetzt. Dieselbe Beschaffenheit zeigt die Grenze zwischen der Grauwacke und dem krystallinischen Gebirge. Ja die Längenaxen der Centralgneiss-Massen liegen ebenfalls in den Richtungen N. 45° W., und N. 45° in O.

Fasst man alles dies zusammen, so scheint die ursprüngliche Kruste der Erde im Gebiete der Alpen schon nach den Richtungen W., N. 45° in W., N., N. 45° in O., in unregelmässige, aber nach diesen Richtungen begrenzte, tafelförmige Stücke zersprungen zu sein, und obwohl diese Sprünge immer wieder frisch ausgefüllt und ausgeglichen wurden, so hat sich doch jede folgende Erschütterung, Senkung oder Hebung der Alpen immer wieder an diesen Stellen und in diesen Richtungen am stärksten kundgegeben und bemerklich gemacht. Und nur in dieser Art sind auch die jüngsten Spalten der Alpen aufzufassen.

---

[1]) S. Seite 527.

In Bezug auf das Alter der Entstehung der vielen tiefen Seen, die man in den Kalkalpen antrifft, kann ich nichts als einige Fragen aufstellen und die Beantwortung derselben sowohl als die Erklärung dieser Erscheinung offen lassen.

Ist die Entstehung dieser Seen gleichzeitig oder jünger als die der nach-tertiären Spalten der Alpen?

Wenn ihre Bildung gleichzeitig ist, warum ist der Traunsee nicht von dem Diluvium, welches aus den Gegenden von Hallstatt, Aussee, Gosau und Ischl gerade die Richtung über den Traunsee einschlagen musste, um auf die Welser Haide zu gelangen, warum frage ich, ist der Traunsee von demselben nicht ausgefüllt worden?

Oder ist der Traunsee als die Mündung eines unterirdischen Canals zu betrachten, durch welchen sich die Gewässer benachbarter abgesperrter, tertiärer Wasserbecken entleerten, die Ausfüllung des Sees verhinderten und die Beförderung des Materials zur Bildung von Diluvial-Ablagerungen der Welser Haide vermittelten?

F. Die Entwickelungsgeschichte der betrachteten Gebilde im Gebiete der niederösterreichischen Alpen.

Nachdem eine mechanisch zerstörende Kraft von ungeheuerer Wirkung nach der Ablagerung der Kreide und der eocenen Gebilde [1]) die bisher nur wenig gestörte Ordnung der Dinge, die regelmässige Übereinanderfolge der älteren Formationen durch einander geworfen, das Jüngste unter das Älteste gelagert, kurz, die fächerförmige Stellung der Schichten und die Querthäler der Alpen erzeugt hatte — nach dieser grossartigen Umwälzung — folgte die Ablagerung der tertiären Gebilde in und um die Alpen.

Die übereinander geworfenen und hoch emporgeschobenen Massen der so gänzlich veränderten Alpen fingen an langsam zu versinken. Ein subtropisches Klima gestattete einer üppigen Vegetation ein schnelles Gedeihen. In den abgesperrten Vertiefungen in den Alpen sammelten sich die süssen Gewässer der Umgegend und gaben Gelegenheit zur Bildung von Ablagerungen, die, die untersten Schichten ausgenommen, einen ganz ruhigen Charakter an sich tragen. Es lagerten sich mergelige, lehmige und sandige Schichten ab, wurden in ihrer Bildung durch das Auftreten und schnelle Gedeihen der Torf-

---

[1]) Dr. Stur, Jahrb. d. k. k. geolog. Reichsanstalt, V, 851, Taf. VI.

pflanzen auf kurze Zeit aufgehalten, oder ersetzte auch die Torfbildung der Ablagerung anderer Schichten ganz. Die abgefallenen Blätter und Früchte der am Rande dieser Süsswasser-Seen lebenden Pflanzen und die Thiere sowohl des süssen Wassers, als auch der Umgegend wurden durch Winde und angeschwollene Bäche in das Gebiet der Süsswasser-Becken gebracht und in ihre Ablagerungen begraben. Während dieser Zeit waren die Alpen an ihren Rändern von salzigen Gewässern des neogenen Meeres umgeben. Nur in das Lavantthal konnte das Meer tiefer in die Alpen hineinreichen, und dort wie auch um die Alpen herum seine Ablagerungen bilden. Es erfolgte die Ablagerung des unteren Tegels ganz ruhig. Hin und wieder an den Rändern und unruhigeren Stellen wurde der Tegel durch Sand ersetzt; doch waltete immer wieder die Bildung des Tegels vor. Bald traten die Korallen an den vom offenen Meere umgebenen Rändern des Wiener Beckens und der steierischen Bucht auf und bauten die Bänke des Leithakalkes. Schon während den ersten Ablagerungen des Tegels fanden Braunkohlen-Ablagerungen im Lavantthale Statt, und späterhin bei Thallern, so wie auch die seichten Ränder des Meeres, wo die einmündenden Flüsse den salzigen Charakter leicht mindern oder auch gänzlich aufheben konnten, zur Bildung der Torflager, wie bei Leiding, Schauerleithen, Eibiswald u. s. w., geeignet waren. Endlich war die Ausfüllung der Becken so weit gediehen, dass nur mehr ein seichtes Meer herrschte und durch den Zufluss aus den benachbarten Ländern beinahe ganz süss geworden war. Die fortwährend langsame Senkung des ungrischen und Wiener Beckens machte einerseits das Eindringen des süssen Wasserstromes aus dem oberen Donau- und angrenzenden Becken einerseits, als auch das Eintreten des salzigen Wassers des offenen Meeres in diese beiden Becken möglich und verursachte auf diese Weise einen Zustand, der für die Entwickelung der Congerien nothwendig war. Die dadurch verursachte Strömung konnte das Treibholz mit sich führen und an ruhigeren Stellen zusammenschwemmen, während die Bäche und Flüsse das Treibholz entweder den Strömungen zur weiteren Beförderung lieferten, oder dasselbe an seichten Rändern oder in einzelnen kleinen abgeschlossenen Becken ablagerten. So wie die Flüsse wieder anschwellen konnten, lieferten sie abermals Treibholz und förderten die schichtenweise auf einander folgende Ablagerung des Materials zur Bildung der Lignitflötze. Dort wo die Strömmungen stärker waren,

wurden die Lignite in einem dem Congerien-Tegel gleich alten Sande abgelagert. Durch die immerwährende Einsenkung des Bodens des Wiener Beckens begünstigt, bauten auch während der Ablagerung des oberen Tegels die Korallen ihre Bänke fort. Die langsame Senkung des Wiener Beckens setzte sich durch die Einsenkung der Mur und Mürz bis in das Judenburger Becken fort, so dass dieses auch, in welchem bis jetzt vorzugsweise eine ausgedehnte Torf-Ablagerung herrschte, von dem Meere des oberen Tegels überschwemmt werden konnte. In dieser Zeit scheint auch das Klagenfurter Becken zuerst überschwemmt worden zu sein, so dass hier die Ablagerung der Lignite beginnen konnte. In den übrigen abgesperrten Seen wurden mergelige und lehmige Schichten aus rein süssen Wässern abgelagert.

Nun erfolgte eine Senkung der Alpen und der sie umgebenden Länder; ihre Grösse mag beiläufig 500′, an vielen Stellen besonders im Innern der Alpen aber bedeutend mehr betragen haben. Im offenen Meere erfolgte die Ablagerung von vorherrschendem Sand, an den Rändern des Meeres von Conglomeraten; im Innern der Alpen wechselte die Bildung von Sand- und Conglomerat-Schichten ab. Die vielen Meeres- und Süsswasser-Bewohner starben unter dem hohen Niveau des neuen Meeres ab. Die Korallen mussten ebenfalls absterben. Die in die plötzlich ansteigenden Fluthen gerathenen Landesbewohner mussten ebenfalls ihre Existenz einbüssen und wir finden in den untersten Schichten des Sandes ihre Überreste.

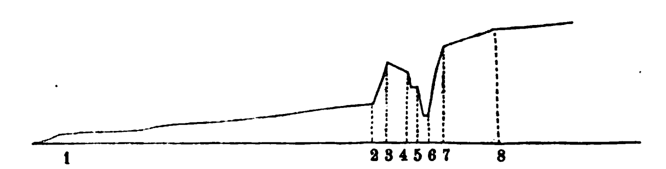
Und kaum dass die Zeichen dieser ersten Verwüstung verwischt waren, erfolgte abermals eine weit mächtigere Senkung der Alpen und ihrer Umgebung. Mit grosser Wuth stürzten die angrenzenden Fluthen in das Innere der Alpen und füllten die einzelnen Thäler aus. Eben so eilten in starken Strömungen die Gewässer der angrenzenden Meere herbei, das Gleichgewicht herzustellen. Diesen ausserordentlichen Bewegungen des Meeres verdankt der Schotter des offenen Meeres sein Material, welches meist aus entfernteren Gegenden herzurühren scheint, wie auch die Schotter-Ablagerungen im Innern der Alpen diesem ersten Eindringen der Fluthen hauptsächlich ihre Entstehung verdanken. Die ganze üppige Vegetation der unteren subtropischen Region wurde vernichtet, und nur die in den höheren temperirten Regionen herrschende, unserer jetzigen Ebenen-Flora — wahrscheinlich — gleichende, konnte auf dem Festlande dieser Epoche erhalten bleiben. Eben so gingen auch die Landthiere der tertiären Periode zu Grunde.

Endlich wollten die Alpen wieder in ihrer Pracht erscheinen; eine, die letzte, Hebung der Alpen erfolgte, gab ihnen ihre jetzige Form und befreite sie von dem sie bedeckenden Wassermantel. Schnell, wie es gekommen war, entfernte sich das Meer von den Alpen; die im Innern der Alpen befindlichen Becken entleeren sich ihrer Wassermassen, theils durch schon längst offene, theils durch eben erst gesprengte Öffnungen und erzeugten die Diluvial-Terrassen, die sich in den eben — theils durch die Erschütterung der Alpen, theils durch die Auswaschungen der abziehenden Meere — entstandenen Vertiefungen ablagern konnten.

Hierauf erfolgte die Ablagerung des Löss, der erratischen Blöcke und Moränen. Die üppige Vegetation war gänzlich vernichtet, und es fehlte auch das warme Klima, um die Entwickelung derselben zuzulassen. Diejenige Vegetation, die von dem Niveau des Meeres der Schotter-Ablagerung nicht erreicht und zerstört worden war, die also einer höheren Region entsprach, als die eben zu Grunde gerichtete üppige subtropische konnte nur der jetzigen Vegetation unserer Länder entsprechen. Schnell verbreitete sich dieselbe von der Höhe, in welche sie durch die letzte Hebung der Alpen gebracht wurde, nach abwärts, so wie sie an den Stellen, wo sie früher gedieh, jetzt in weit höhere Regionen gebracht und von dem rauhen, der Gletscherbildung huldigenden Klima daran gehindert, in ihrer früheren Üppigkeit nicht fortkommen konnte, langsam verkrüppelte und so unsere jetzige Alpen-Flora schuf. Endlich wichen auch die Gletscher zurück und die Alpen und ihre Umgebung nahmen ihre jetzige Gestaltung an, um den Menschen aufzunehmen.

Von der ältesten Periode bis zur erfolgten Ablagerung der eocenen Gebilde herab, fand in den Alpen und ihrer Umgebung ein Wachsen des Continentes Statt. Dieses Wachsthum hatte eben durch die mechanisch zerstörende Kraft ihr Maximum an Höhe und Ausdehnung erreicht. Nun folgte während der neogenen Formation ein theils beständiges, theils rückweises Sinken und Verschwinden des Continentes unter den Meeres-Fluthen, bis zur Ablagerung des Schotters. Dann folgte wieder das Entgegengesetzte: die letzte plötzliche Hebung der Alpen, begleitet von einer langsamen Erhebung und Erscheinung des Continentes während der Diluvial-Periode. Endlich kam der Mensch, um die letzten Spuren dieser langsamen Hebung zu beobachten.

Diese Bewegungen des Continentes der Alpen liessen sich folgendermassen graphisch darstellen:



1. Wachsthum des Continentes von den ältesten Perioden bis zur Ablagerung des Eocen.
2. Die Erhebung der Alpen durch die mechanisch zerstörende Kraft, dem Anfange der neogenen Ablagerungen.
3. Langsames Sinken der Alpen während der Ablagerung des Tegels.
4. Plötzliche Senkung vor der Ablagerung des Sandes.
5. Plötzliche Senkung vor der Ablagerung des Schotters.
6. Letzte Hebung der Alpen nach der Ablagerung des Schotters.
7. und 8. Langsames Wachsthum des Continentes während des Diluviums und der Jetztzeit.

Vortrag.

Eigene Bewegungen von Fixsternen, abgeleitet aus der Vergleichung der Histoire céleste mit den Argelander'schen nördlichen Zonen.

Von **Wilhelm Oeltzen,**
Assistenten der k. k. Sternwarte zu Wien.

Die bis jetzt bekannten eigenen Bewegungen der Fixsterne sind entweder zufällig aufgefunden, wenn Sternörter verschiedener Epochen behufs anderer Untersuchungen auf ein und dieselbe Lage der Fundamentalebenen zurückgeführt wurden, oder durch eine absichtlich zu diesem Zwecke unternommene Vergleichung eines Fixsternkataloges mit einem andern von entlegener Epoche. Vornehmlich sind dazu diejenigen Kataloge benützt, in denen jede einzelne Position das Resultat wiederholter Messungen ist, die daher im Allgemeinen eine grössere Genauigkeit darbieten, als die aus Zonen-Beobachtungen abgeleiteten, meist nur einmalige Bestimmungen enthaltenden Kataloge. Dennoch ist zu erwarten, dass auch die Vergleichung zweier solcher Beobachtungsreihen die Liste der beweglichen Sterne vergrössern wird. In diesem Sinne habe ich versucht, die Beobachtungen der *Histoire céleste française* mit den nördlichen Zonen-Beobachtungen von Argelander zu vergleichen und zunächst alle diejenigen Sterne ausgewählt, welche sich ausserdem nicht weiter beobachtet finden.

Die Reduction von 1800 auf 1842 ist nach den Formeln

$$\frac{42\,m}{15} + \frac{42n}{15}\,sin\;\alpha\;tg\;\delta \text{ für Rectascension}$$

und $42n\;cos\;\alpha$ für Declination berechnet, wo α und δ für die Mitte der beiden Epochen gilt, und

$$\frac{42\,m}{15} = 2^m\,8^s.94,\; lg\,\frac{42n}{15} = 1\cdot74943,\; lg\;42n = 2\cdot92553 \text{ ist.}$$

Das nachfolgende Verzeichniss von etwa 1700 Sternen enthält die Grösse nach Argelander's Angabe, dann die mit den obigen Formeln auf 1842·0 reducirten Lalande'schen Sternörter. Ferner die Differenzen, welche hervorgehen, wenn diese reducirten Örter von den Angaben des Argelander'schen Zonen-Kataloges subtrahirt

werden und endlich die Numer des Lalande'schen Kataloges. Bei mehrfachen Beobachtungen desselben Sternes ist das Mittel aus allen genommen.

Die als Unterschiede der beiden Kataloge zum Vorschein kommenden Werthe sind als eigene Bewegung in dem Zeitraume von etwa + 50 Jahren anzusehen, insofern man die Beobachtungen selbst und die Präcessionsconstanten als fehlerfrei voraussetzt. In den meisten Fällen grösserer Unterschiede wird es einer neueren Bestimmung bedürfen, um das Vorhandensein einer Bewegung oder eines Fehlers zu constatiren. Einige der grösseren Bewegungen haben sich durch Bestimmungen am hiesigen Meridiankreise vollkommen bestätigt.

Was die kleineren Unterschiede betrifft, so habe ich eine Anzahl von Declinationsdifferenzen mit Weglassung aller 10"0 übersteigenden, als nur von den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern herrührend, behandelt und aus der Summe der Quadrate die wahrscheinliche Differenz zwischen einer Lalande'schen und Argelander'schen Declination gefunden:

aus 150 Sternen von $0^h\ 0^m$ bis $1^h\ 19^m = 0{\cdot}6749\sqrt{\frac{2007{\cdot}76}{150}} = 2''468$,

„ 150 „ „ $6^h\ 0^m$ „ $9^h\ 1^m = 0{\cdot}6749\sqrt{\frac{2213{\cdot}45}{150}} = 2''591$,

„ 150 „ „ $12^h\ 0^m$ „ $17^h\ 15^m = 0{\cdot}6749\sqrt{\frac{2760{\cdot}26}{150}} = 2''893$

aus allen 450 Sternen = 2"657.

Der wahrscheinliche Unterschied ergibt sich aber auch aus der Combination der den beiden Beobachtungsreihen zugehörenden wahrscheinlichen Fehler.

Der wahrscheinliche Fehler einer Lalande'schen Declination ist von Lindhagen (Astron. Nachr., Bd. 28, S. 136) = 2"017 gefunden, wobei 15"0 als Grenze genommen war, von Fedorenko *(Positions moyennes etc. pag. XXII)* mit der Grenze von 10"0 = 1"917. Argelander gibt den wahrscheinlichen Fehler einer Declination = 1"030 an. Mit dem Werthe 1"917 findet sich nun der wahrscheinliche Fehler eines Unterschiedes zwischen einer Lalande'schen und Argelander'schen Declination $= \sqrt{1{\cdot}917^2 + 1{\cdot}030^2} \doteq 2''176$, also entschieden kleiner, als die oben gefundenen Werthe, so dass diesen noch andere Ursachen zu Grunde liegen müssen als die reinen Beobachtungsfehler.

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
7	0h	0m	5s.02	45°	48'	49".2	+ 0s.87	+ 7".5	47313
8		0	13·71	49	21	59·8	+ 0·15	— 3·0	47325
9		1	30·49	61	42	25·3	— 0·08	— 0·5	47367
8		1	40·10	50	32	36·9	+ 0·74	+ 0·6	47370
7		2	13·99	56	17	—	+ 0·77		2
8½		2	34·89	50	17	58·7	+ 0·26	— 4·6	15
7½		2	36·99	56	5	35·9	+ 0·98	+ 1·5	18
7		3	29·16	56	23	33·3	— 0·54	— 7·7	45
7½		4	27·14	56	20	51·3	+ 0·47	+ 4·1	80
7½		4	44·86	67	17	39·8	— 2·10	— 2·5	93
7½		4	49·35	61	9	45·0	+ 1·05	— 0·4	97
8		5	8·54	67	10	49·7	— 0·15	+ 2·8	112
8		5	45·18	59	50	29·7	+ 0·23	— 0·6	136
8		6	45·34	59	53	57·6	+ 0·67	— 1·1	173
7		7	30·14	60	7	20·0	+ 0·61	+ 0·1	199
8		8	41·59	56	1	57·9	+ 0·13	— 3·9	232
8		8	53·47	54	6	8·9	+ 0·11	+ 2·7	239
7		9	49·69	45	20	11·7	+ 0·52	+ 0·7	273
8		9	50·25	51	32	18·5	+ 0·43	— 6·8	274
7½		9	59·18	61	19	31·0	— 0·07	— 0·5	277
8		10	10·76	67	37	16·0	— 0·38	+ 1·2	284
7½		10	13·66	52	2	59·0	+ 0·72	— 2·6	287
8		10	18·90	67	32	39·9	— 0·80	— 2·0	289
8		10	33·85	51	17	49·2	— 0·09	— 7·0	302
7		10	44·04	58	49	44·6	+ 0·34	— 4·7	307
8½		11	26·20	49	52	24·8	+ 0·89	— 4·1	326
7		11	36·99	67	58	11·2	— 0·19	— 4·1	332
9		11	53·85	49	47	37·7	+ 1·14	+ 0·8	384
7		12	33·55	45	36	31·6	+ 0·41	+ 0·0	370
9		12	37·49	45	38	50·6	— 0·05	+ 1·4	371
8½		13	10·71	45	26	39·3	+ 0·44	+ 1·2	394
8		13	19·52	57	5	33·5	+ 0·86	— 6·9	398
6½		14	45·18	59	21	33·5	— 2·82	— 0·4	422
7		15	19·20	60	5	24·2	— 0·84	— 4·4	437
8½		15	22·58	69	5	39·9	— 0·22	— 0·9	438
7		15	38·83	59	34	35·7	+ 1·14	+ 1·7	450
7		15	42·65	52	56	56·9	+ 1·05	— 5·2	456
8½		17	21·14	48	46	48·4	+ 0·20	+ 3·3	511
7		17	31·68	54	36	52·2	+ 0·65	+ 2·8	517
8½		17	44·54	48	30	52·0	+ 0·26	— 3·1	528
8		18	27·43	59	47	32·1	+ 0·85	— 1·5	550
8		19	28·39	54	22	15·6	+ 0·26	— 0·8	586
8		20	0·52	46	51	8·6	+ 0·55	— 5·1	607
9		20	59·19	52	9	49·7	+ 1·10	— 21·3	603
7½		21	7·38	56	9	26·4	— 0·68	— 5·5	640
8½		21	41·08	45	4	43·8	+ 0·07	— 4·6	659
7		21	51·76	68	55	1·5	+ 2·04	— 9·2	660
7½		22	1·91	56	11	41·8	— 3·37	— 4·9	667
8		22	13·74	46	39	31·8	+ 0·06	+ 0·6	678
8		22	21·45	56	29	31·1	— 0·34	— 2·9	684
7½		23	18·80	47	47	2·7	+ 0·10	+ 2·1	726
8½		25	54·95	50	34	44·6	+ 0·94	+ 1·6	823
8½		25	58·58	68	51	54·5	+ 0·46	— 0·7	818
8½		26	25·62	55	12	42·3	+ 2·36	— 3·2	832
7½		26	31·17	50	58	25·8	+ 1·06	— 5·5	834[2]

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
7½	0h	27m	1s.30	68°	49'	3".1	− 0s.29	− 2".4	853
7		27	10·43	48	8	59·6	+ 0·29	− 0·3	864
8		27	45·48	55	16	15·9	− 0·04	− 1·7	889
8		28	40·62	58	17	57·3	+ 0·45	+ 6·1	924
7		29	12·54	46	38	9·9	+ 0·39	− 4·3	944
9		31	13·35	48	28	45·3	+ 0·07	+ 3·6	1006
7		31	19·67	58	35	48·5	− 0·16	+ 1·4	1008
7		31	23·67	58	38	43·4	+ 0·91	− 0·0	1015
8½		32	25·10	46	6	33·0	+ 0·40	− 2·1	1051
8½		33	22·24	46	6	27·5	+ 0·42	− 3·4	1089
8		33	38·72	56	43	40·6	+ 0·62	+ 2·3	1093
7		35	28·20	53	17	10·9	+ 0·73	− 1·3	1147
8½		35	40·35	59	26	28·0	+ 0·43	+ 9·5	1151
8½		36	8·16	64	13	32·9	− 0·02	+ 4·5	1166
8		36	36·48	45	26	20·2	+ 0·38	+ 0·7	1178
9		36	40·55	46	54	16·3	+ 0·70	+ 2·0	1183
6		36	47·58	68	27	32·8	+ 1·52	+ 0·9	1177
7		37	31·55	77	36	14·1	+ 2·24	− 0·6	1193
7½		37	56·73	59	24	13·8	+ 0·43	− 3·8	1223
7		38	41·44	64	15	24·3	+ 0·13	− 2·9	1244
8½		38	55·58	45	22	53·8	+ 0·46	+ 2·0	1256
8½		39	4·63	60	43	10·2	+ 0·10	+ 6·4	1258
8½		39	36·36	54	56	8·0	− 0·20	− 0·4	1280
8½		40	9·95	64	13	15·4	− 0·58	− 2·4	1292
8		40	41·01	45	38	47·8	+ 0·97	+ 1·2	1314
8		42	8·43	45	51	35·0	+ 0·64	− 1·7	1367
8½		42	53·25	65	1	53·9	+ 1·57	− 3·1	1388[a]
9		43	10·05	46	44	1·0	+ 0·96	− 0·6	1404
7½		43	41·95	51	25	7·2	+ 0·11	+ 0·3	1423
8		43	51·78	56	21	31·6	+ 0·55	+ 1·5	1426
6½		46	46·27	67	55	14·5	+ 0·77	− 4·4	1521
8		47	40·71	56	38	5·0	+ 0·12	+ 3·9	1560
7½		47	44·98	60	33	59·0	+ 1·44	− 0·1	1562
8½		48	51·13	54	58	1·1	+ 0·31	+ 3·7	1610
8		50	29·08	45	59	11·9	+ 0·35	− 1·5	1658
7½		50	59·09	47	10	2·6	− 0·21	− 4·5	1680
8		51	12·83	46	1	20·4	+ 0·68	− 1·9	1690
8½		51	19·76	65	1	16·3	+ 1·96	− 4·4	1685
8½		51	39·91	65	22	16·3	+ 2·92	− 0·8	1698
6½		52	21·05	48	41	31·0	+ 0·80	− 1·3	1727
7½		52	27·58	68	23	2·3	+ 2·09	− 9·0	1721
9		53	0·61	48	37	4·3	+ 0·83	− 2·1	1728
8		53	46·45	58	14	26·3	+ 1·42	+ 2·7	1768
5		54	47·07	51	39	21·0	+ 0·33	− 3·0	1809
8½		54	51·88	68	8	32·8	+ 0·34	− 7·4	1806
9		56	29·99	67	59	7·1	− 0·16	− 4·0	1864
8		56	31·36	56	54	32·5	+ 0·18	− 4·6	1870[2]
7		56	37·34	63	32	48·9	+ 0·97	− 0·1	1872
7		57	26·59	56	5	37·8	+ 0·64	− 6·5	1891
8		58	33·88	68	50	24·9	− 0·02	+ 3·6	1917
7		58	43·92	45	59	43·5	+ 0·16	+ 0·1	1943
8		58	44·60	54	18	40·7	+ 0·14	− 3·3	1940
8	0	59	24·18	47	34	34·6	+ 1·23	− 3·0	1970
7	1	0	0·68	56	30	27·8	− 0·20	− 3·8	1983
7		0	12·82	66	56	7·0	+ 2·65	− 0·2	1985

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
7½	1^h	0^m	23^s85	63°	$19'$	$53''8$	+ 1^s12	+ $0''2$	1996
9		0	39·90	51	11	23·8	+ 0·97	— 1·6	2010
7		1	15·70	50	10	10·4	+ 0·48	— 1·9	2042
8		1	20·25	48	26	25·7	+ 1·04	+ 2·5	2048
8		1	22·84	55	55	55·8	— 0·16	— 1·1	2045
9		1	32·99	46	31	3·4	+ 0·31	— 3·6	2055
7		2	2·46	45	20	32·8	+ 0·73	— 3·1	2072
8½		2	23·25	48	46	56·0	+ 0·48	— 2·4	2079
8½		2	34·14	61	2	35·8	+ 0·28	+ 0·8	2081
9		2	37·02	60	56	6·6	+ 0·70	— 6·0	2083
7		3	9·83	60	51	47·9	+ 0·57	+ 6·9	2110
8		3	33·54	56	44	54·3	— 0·15	— 3·1	2125
8		4	46·01	60	6	10·3	+ 1·08	— 5·0	2155
7		6	2·44	61	4	22·0	— 0·83	— 1·7	2194
8½		6	19·21	46	17	30·2	+ 0·79	+ 1·5	2206
8		6	39·52	54	26	25·4	— 0·30	+ 4·9	2212
7½		7	6·97	47	14	47·6	+ 0·62	— 4·0	2230
9		7	39·99	46	43	54·9	+ 0·74	— 5·5	2252
7½		8	0·15	60	52	54·4	— 0·04	+ 3·6	2260
7½		8	15·76	64	46	14·3	— 0·03	+ 0·1	2264
7½		8	12·62	78	11	38·1	+ 3·39	+ 3·8	2232
9		8	19·88	61	3		— 0·79		2272
8½		8	22·24	48	55	8·0	+ 0·56	+ 1·2	2279
7		8	24·62	56	58	7·4	+ 0·04	— 3·8	2277
8		8	39·69	46	50	45·1	+ 0·74	0·0	2288
9		9	9·40	60	51	39·1	— 0·42	+ 1·1	2302
9		9	31·34	60	44	45·6	+ 0·60	+ 0·8	2310
9		10	4·78	68	11	0·5	— 0·11	+ 8·3	2323
7½		10	19·24	64	14	58·2	+ 0·14	+ 3·8	2337
8½		10	31·04	67	14	11·9	— 0·09	+ 7·0	2341
8½		11	0·50	55	22	37·2	0·00	— 0·6	2357
7		11	22·67	53	47	52·2	+ 0·53	+ 0·2	2381
8½		11	29·10	46	13	49·3	— 0·05	— 6·7	2386
8½		11	39·82	67	44	8·1	+ 0·43	+ 3·0	2380
8½		12	10·96	47	15	1·0	+ 0·42	— 4·5	2402
8½		14	5·84	46	3	53·3	+ 0·78	— 3·2	2454
8		14	21·15	47	32	59·0	+ 0·81	— 3·9	2464
8½		14	47·75	47	27	41·2	+ 0·82	— 5·2	2478
8½		15	32·50	47	29	26·4	+ 0·72	— 6·0	2502
9		15	56·06	66	55	37·5	— 0·07	— 7·7	2503
7		16	17·07	46	17	35·2	+ 0·37	— 2·7	2530
8½		16	24·97	48	24	25·2	+ 0·55	— 3·3	2533
8½		17	7·98	47	9	13·2	+ 0·28	+ 4·7	2573
8		17	2·49	59	27	41·4	— 0·86	— 2·5	2566
8		17	30·16	44	51	11·3	+ 0·02	+ 1·3	2586
8½		18	22·37	57	0	1·5	— 0·17	— 2·2	2601
8		18	38·83	46	55	54·0	+ 0·35	— 4·3	2609[2]
6½		18	59·64	64	20	54·5	+ 0·62	+ 5·0	2613
9		19	5·41	51	3	41·0	— 1·52	+ 6·7	2630
9		19	28·56	65	25	17·0	+ 0·89	— 3·8	2633
6½		19	53·69	65	16	43·3	+ 0·91	+ 2·2	2651[2]
9		20	34·64	46	9	15·1	+ 0·44	+ 1·5	2680
8		21	5·93	60	44	1·6	+ 0·55	+ 3·8	2693
8		21	22·96	60	33	36·8	+ 0·96	— 0·8	2704
8		21	25·07	60	42	22·0	+ 0·90	+ 0·8	2707

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
8	1h	22m	12s·87	53°	12'	7"·2	+ 0s·97	+ 0"·8	2732
8½		22	26·63	45	34	57·1	+ 0·45	+ 2·2	2743
9		22	49·78	50	0	32·1	+ 1·04	— 0·5	2750
8½		23	1·45	67	38	49·7	— 0·23	— 2·5	2746
7		23	19·64	68	7	38·0	— 3·24	+ 3·2	2751
7		23	29·02	54	7	46·3	+ 0·17	+ 0·8	2765
8		25	3·03	66	48	14·5	+ 0·53	0·0	2803
8		24	49·00	48	45	4·9	+ 0·42	+ 1·2	2808
9		25	48·81	45	1	0·1	— 0·16	+ 1·1	2840
8½		26	21·94	66	46	56·4	— 0·05	+ 0·7	2843
8½		26	21·77	68	38	5·7	+ 0·38	+ 1·7	2841
7½		26	28·09	53	53	5·6	+ 0·14	+ 2·8	2856
8½		26	46·98	59	53	5·3	— 0·15	— 4·8	2863
6½		26	49·67	63	55	44·9	— 0·07	+ 1·4	2860
8		26	49·56	50	56	20·5	+ 0·56	— 0·5	2872
9		26	59·55	50	51	30·3	+ 0·23	+ 3·9	2887
8		27	0·83	64	43	34·3	+ 0·25	+ 2·4	2868
7		27	22·40	54	15	39·5	+ 0·09	— 1·8	2898
9		27	32·45	67	0	42·1	+ 0·20	+ 5·4	2892
9		28	39·86	64	20	20·8	+ 1·65	+ 13·9	2933
7½		28	31·60	60	16	22·1	+ 0·46	— 3·6	2931
8½		28	34·26	49	10	30·5	+ 1·77	+ 0·6	2938
8		28	42·97	51	37	24·0	+ 1·14	+ 21·4	2941
8½		28	45·10	51	47	42·0	+ 1·70	+ 20·3	2943
8½		28	53·61	45	37	17·4	+ 0·21	+ 0·3	2949
8½		29	53·99	63	22	3·6	— 0·21	+ 4·9	2972
8½		30	13·03	68	16	54·6	+ 1·93	+ 2·5	2981
9		30	33·04	50	6	48·4	+ 0·60	+ 2·7	3010
8		30	47·73	65	59	18·8	+ 1·59	+ 6·6	3007
9		30	52·28	50	12	21·0	+ 0·16	+ 3·3	3021
9		31	11·60	68	39	28·5	— 0·62	+ 3·9	3017
8½		31	10·40	48	28	40·8	+ 1·46	— 2·0	3030
8		31	15·67	48	18	3·6	+ 1·45	— 3·0	3033
8		31	59·68	48	30	9·7	+ 1·11	— 0·5	3050
7		32	15·76	60	37	10·5	— 0·38	+ 2·3	3052
7½		33	3·47	68	42	8·7	+ 0·20	+ 4·1	3067
8		34	14·41	63	45	43·8	+ 0·39	+ 3·5	3118
8		34	29·71	47	24	51·9	+ 0·30	— 3·3	3140
9		34	38·14	63	56	56·4	+ 0·21	0·0	3134
8		35	15·42	56	22	54·2	— 0·13	— 7·7	3155
8½		35	47·56	66	56	30·8	+ 0·53	— 1·3	3162
7		36	11·40	59	52	34·2	+ 1·10	— 4·3	3175
8		37	31·14	49	57	25·7	+ 1·65	+ 2·4	3214
9		37	57·02	64	3	13·8	+ 0·42	+ 1·4	3216
8½		38	0·18	66	51	49·0	— 0·28	+ 7·4	3215
8½		38	8·92	47	23	48·3	+ 0·80	— 4·1	3232
8½		38	44·57	45	7	22·8	0·00	+ 1·5	3252[2]
9		38	51·48	45	27	18·9	— 0·04	— 2·9	3257
9		39	26·96	48	38	13·6	+ 2·29	— 3·3	3266
8		39	38·27	67	34	30·5	+ 0·33	— 2·6	3260
8½		40	27·25	47	43	43·1	+ 0·91	— 2·5	3290
8½		40	32·47	45	31	34·3	— 0·44	— 2·0	3293
8½		41	1·19	45	36	15·7	+ 0·07	— 4·1	3317
7½		41	52·20	46	17	59·7	+ 0·05	+ 0·3	3340
8		42	7·27	68	23	59·0	0·00	— 1·7	3327

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
8	1^h	42^m	32^s88	67°	22'	6"0	− 0^s54	+ 1"9	3349
8½		43	21·34	56	45	16·5	− 0·75	+ 1·7	3389
7		43	55·40	49	9	38·2	+ 0·16	+ 0·5	3408
7		44	43·31	49	31	3·4	+ 0·59	− 5·9	3435*
8½		45	42·44	45	20	40·7	+ 0·48	− 0·8	3474
9		45	53·67	60	28	6·6	+ 0·64	− 2·3	3472
8½		45	58·52	64	37	58·9	+ 0·23	+ 2·0	3467
8½		46	1·29	67	45	44·2	− 0·39	− 2·2	3462
8		46	6·80	47	43	0·8	+ 0·61	− 1·8	3486
8		46	52·44	60	25	10·8	+ 0·68	− 9·1	3513
9		46	55·75	66	27	8·1	+ 0·66	+ 2·0	3505*
9		47	37·67	45	32	54·5	− 0·03	+ 1·5	3548
8		47	43·04	45	26	22·3	+ 0·26	+ 0·2	3553
7½		48	20·59	54	48	23·2	− 0·12	+ 8·8	3565
8		49	0·78	55	0	48·1	+ 0·03	− 2·3	3587
7		49	2·53	54	56	29·0	− 0·03	+ 5·5	3589
8½		49	17·64	63	57	0·9	− 0·02	+ 7·1	3588
8½		49	38·55	45	22	41·8	+ 0·71	− 0·7	3613
8½		50	52·87	68	48	57·3	− 0·17	− 4·6	3625
8½		51	13·95	68	10	56·8	+ 0·88	− 10·4	3641
8½		52	54·82	67	50	34·1	− 1·12	− 7·1	3685
7½		53	11·01	45	35	11·6	− 0·17	+ 1·5	3725
8		53	30·48	57	15	9·2	+ 0·57	− 3·3	3728
8		55	4·16	45	48	48·3	+ 1·40	− 1·7	3784
8		55	27·85	56	32	53·1	+ 0·20	− 6·3	3787
8		56	3·22	48	23	44·3	+ 1·26	+ 3·4	3802
7½		56	12·51	46	6	8·6	+ 0·13	− 4·2	3810
8½		56	18·67	46	11	52·4	− 0·04	+ 0·1	3814
8½		56	23·33	46	17	22·4	− 0·64	+ 3·7	3820
8½		56	25·23	50	34	9·0	+ 0·25	− 1·6	3816
7½		56	51·76	64	16	48·1	+ 0·79	+ 4·7	3822
7½		56	59·74	56	16	12·6	+ 1·70	+ 0·4	3828
8½		57	1·07	56	20	53·7	+ 3·39	+ 0·4	3829
9		57	22·60	50	20	31·0	− 0·05	− 4·6	3841
8		57	28·74	58	6	36·2	+ 0·69	− 2·9	3839
8		58	10·47	56	16	55·1	+ 1·46	− 3·6	3858
8		58	34·83	56	14	18·2	+ 0·24	− 3·1	3868
8½		58	59·02	58	23	51·4	+ 0·84	− 1·3	3881
8		59	1·63	58	11	0·0	+ 0·65	+ 4·5	3885
8½	1	59	53·47	47	50	58·7	+ 0·60	− 0·8	3915
7½	2	0	19·63	50	18	16·3	+ 0·72	− 2·4	3929
8½		0	52·94	46	35	17·2	+ 0·59	− 3·4	3946
8		1	28·20	46	27	33·3	+ 0·50	+ 2·4	3965*
8		1	48·18	64	6	32·6	+ 0·06	+ 1·0	3961
8		1	51·60	65	59	1·1	+ 1·61	+ 0·9	3960
7½		1	53·00	56	28	6·6	+ 2·06	− 4·9	3972
8		1	59·74	58	3	9·5	+ 0·56	+ 2·0	3975
7		2	34·60	57	48	53·9	+ 1·23	− 0·4	3996
7½		2	38·55	65	34	34·2	+ 0·22	− 0·1	3984
9		2	44·39	57	59	55·7	+ 1·16	− 2·3	4002
8		2	50·35	48	38	15·9	+ 0·71	− 3·0	4012
6½		2	48·65	66	56	46·7	+ 4·37	− 14·7	3987
8		4	9·24	66	32	30·9	− 0·42	+ 1·2	4037
7½		4	10·77	53	47	23·2	+ 0·64	− 4·7	4054
6		4	22·24	54	20	39·3	− 0·11	+ 3·8	4059

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N°.
8	2h	4m	50s·68	57°	33'	8"·7	+ 1s·19	+ 0"·3	4079
8½		5	4·34	57	40	6·3	+ 1·01	— 2·2	4090
8		5	16·94	64	31	24·6	+ 0·06	+ 0·7	4088
7½		5	37·90	51	8	37·8	+ 0·22	— 3·2	4112
8		6	57·50	63	12	42·6	+ 0·52	+ 3·8	4137
7½		7	5·04	45	6	3·4	— 0·05	+ 1·2	4159[3]
8		7	29·26	51	2	49·3	— 0·25	— 6·1	4165
7		8	36·67	63	8	26·9	— 0·09	+ 3·7	4197
8		8	55·34	75	24	18·6	+ 1·6	+ 0·5	4173
7		10	5·70	54	40	36·8	+ 0·07	+ 4·6	4258
8		10	54·70	63	6	34·6	+ 0·40	— 1·1	4273
8		11	10·35	62	52	30·7	+ 0·43	— 2·8	4283
9		11	31·37	63	0	14·1	+ 0·40	— 3·8	4294
8		12	0·55	57	21	49·0	+ 0·26	— 2·4	4317
7½		12	16·72	62	48	40·2	— 0·31	+ 2·1	4319
7		15	6·39	56	30	33·3	+ 0·37	— 0·6	4395
7½		15	29·91	56	57	33·9	+ 0·13	+ 3·9	4408
8		15	53·98	58	23	36·1	+ 1·40	— 1·8	4416
8½		15	59·66	58	15	23·8	+ 1·68	— 1·6	4414
8		16	22·16	61	30	1·3	— 0·51	+ 3·7	4424
8		16	56·32	56	33	34·0	0·00	+ 1·9	4447
8		17	12·51	47	31	6·2	+ 0·52	— 5·0	4459
9		17	17·33	47	29	2·1	— 0·02	— 2·8	4464
7		17	39·37	52	21	14·0	+ 0·93	+ 3·8	4472
8		18	10·63	47	34	53·9	— 0·09	— 2·2	4489
8½		18	54·15	52	20	54·3	+ 1·90	+ 7·8	4511
8½		18	58·61	63	49	19·2	+ 0·04	+ 0·2	4505
7		19	31·95	45	19	30·8	+ 0·62	— 2·3	4535
9		19	35·61	62	42	26·9	— 0·13	+ 7·6	4522
9½		19	42·12	54	50	42·7	— 0·66	+ 7·3	4534
8½		20	30·27	54	34	47·3	+ 0·02	+ 2·2	4561
8½		20	47·61	60	44	59·2	+ 0·30	+ 5·5	4566
7		20	59·52	45	41	18·8	+ 0·71	+ 0·9	4589
7		21	2·54	54	45	13·1	+ 1·06	+ 1·8	4580
8		21	24·83	67	2	35·2	— 0·04	— 1·5	4576[2]
7		21	35·29	45	52	49·7	+ 0·33	+ 1·7	4601
9		21	50·32	54	37	25·1	+ 0·05	— 1·7	4603
8½		22	4·91	64	5	13·2	— 0·44	+ 2·1	4597
7½		22	18·28	65	20	54·9	+ 0·13	+ 0·6	4605
7		22	19·79	67	40	6·9	+ 0·83	+ 2·2	4600
8		22	48·19	47	2	14·0	+ 1·25	+ 4·5	4649
7½		23	11·53	48	48	36·5	+ 2·21	— 8·2	4655
8		23	15·19	62	32	34·7	— 0·36	+ 1·3	4648
8		23	56·95	68	21	42·8	+ 0·33	— 0·9	4656
8		24	13·11	62	48	1·5	+ 0·20	+ 0·9	4678
8½		24	13·68	62	25	34·0	— 0·35	+ 8·7	4674
6½		24	45·99	65	3	1·4	— 0·30	— 1·1	4694[2]
9		24	55·78	64	38	39·5	+ 0·08	+ 4·9	4699
8½		25	10·42	64	37	38·0	— 0·22	— 1·0	4705
7		25	38·41	59	23	43·9	— 0·26	— 7·4	4729
7		26	40·79	61	54	3·3	+ 2·78	+ 1·4	4756
8½		26	49·27	61	53	0·0	— 0·20	+ 7·6	4758
8		27	32·81	58	9	19·9	+ 0·91	— 5·8	4783
8		27	41·00	69	1	24·2	+ 0·28	— 0·3	4771
7½		27	45·27	61	54	47·8	0·00	+ 2·9	4786

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. No.
7½	2h	27m	53s92	45°	22'	43"2	+ 0s58	— 0"5	4805
8½		28	19·29	56	59	41·2	— 0·58	— 0·5	4809
7½		28	47·33	45	30	56·1	+ 0·28	— 1·1	4835
7		29	9·92	56	37	27·7	+ 0·89	+ 0·2	4839
7		29	42·03	48	52	33·4	+ 0·12	— 4·5	4864[2]
7		29	45·35	55	35	7·0	+ 0·80	+ 2·8	4857
7½		30	9·12	61	40	30·5	— 0·29	— 1·2	4867
8		30	29·07	51	59	12·9	+ 1·01	— 2·5	4891
8½		32	1·22	55	49	23·5	+ 0·14	+ 1·2	4923
8		32	3·07	46	20	58·5	+ 0·63	+ 1·3	4930
7½		32	7·82	61	34	45·1	— 0·32	— 4·3	4918
9		32	53·64	65	3	2·3	— 0·41	— 1·2	4937
8½		33	1·10	51	16	55·4	+ 0·63	— 3·2	4961
8		33	4·44	46	18	8·9	+ 0·43	+ 5·8	4967
9		33	54·77	55	53	16·7	— 0·12	+ 4·9	4985
7		34	2·79	46	10	17·1	+ 1·08	— 4·3	5001
9		34	45·20	64	0	56·4	— 0·14	— 3·9	5002
8		34	59·57	52	33	48·4	+ 0·95	— 3·7	5024
9		35	2·03	48	17	7·2	+ 0·61	— 1·1	5028
7		35	5·07	59	53	59·9	+ 0·35	+ 1·3	5014
8		35	12·75	57	3	39·9	— 0·09	+ 5·3	5025[2]
8		35	15·91	52	29	33·0	— 0·22	— 5·9	5031
7		35	23·71	53	24	22·7	+ 0·16	+ 1·2	5032
8½		35	44·92	57	0	24·9	+ 0·18	+ 1·7	5035[2]
8		36	31·16	54	56	48·4	+ 0·36	— 0·2	5060
9		36	41·94	48	24	19·8	+ 0·07	— 2·8	5073
8½		36	49·30	55	6	20·6	+ 0·46	+ 4·4	5071
8½		37	14·35	68	10	6·5	— 0·09	— 1·4	5065
8		37	14·49	57	22	10·2	+ 1·44	— 10·4	5082
8½		37	47·38	57	13	20·5	+ 1·08	— 3·9	5104
8½		37	55·94	62	52	35·9	+ 0·78	+ 7·2	5101
8½		38	7·66	62	58	59·5	+ 0·62	— 0·9	5108
8½		38	35·95	54	50	0·5	— 0·15	+ 3·2	5124
7		38	36·42	46	33	12·5	+ 0·62	+ 2·9	5136
8		39	0·44	46	28	45·3	+ 1·03	+ 4·3	5153
8½		39	27·38	47	29	11·4	+ 0·52	— 2·3	5168
7½		39	36·21	62	45	32·2	+ 1·16	— 11·9	5156
7		39	56·70	57	39	18·1	+ 0·50	+ 1·1	5172
8½		39	59·53	47	37	58·0	+ 0·03	— 8·6	5182
8½		40	44·58	62	59	30·5	+ 0·10	— 0·3	5190
9		40	50·49	56	35	58·7	+ 0·06	+ 2·3	5202
6½		41	8·57	46	11	6·1	+ 0·36	+ 1·6	5221
9		41	28·94	63	38	45·8	+ 0·52	— 0·6	5207
8		41	54·96	48	9	48·2	+ 0·24	— 3·7	5238
8		42	26·69	63	30	18·0	— 0·15	+ 3·3	5237
6½		42	37·24	47	55	1·0	+ 0·18	— 1·8	5258
8		42	40·84	68	11	14·7	+ 0·98	— 2·8	5235
6½		43	26·49	63	41	2·3	+ 0·08	— 1·2	526
6½		43	27·66	60	52	10·4	+ 1·53	+ 4·5	5273[2]
7½		43	52·50	61	57	45·8	+ 0·07	— 5·1	5282
9		44	55·86	55	31	50·1	— 0·36	+ 3·7	5319
7		44	57·54	63	46	24·2	— 0·26	+ 1·5	5310
8½		45	48·92	68	51	43·9	+ 0·24	+ 1·6	5328
9		46	29·09	55	13	23·4	+ 0·02	+ 5·6	5356
8½		48	11·57	68	35	38·8	— 0·47	+ 0·2	5391

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
7½	2h	47m	55s.15	57°	1'	30".0	+ 1s.23	− 0".7	5407[2]
8½		48	30·47	54	23	4·4	+ 0·24	+ 5·4	5422
8		49	50·29	47	27	36·8	+ 0·35	− 3·8	5467
8½		49	52·73	47	15	4·4	+ 0·49	− 0·7	5469
9		50	2·78	58	59	43·9	+ 0·17	− 3·7	5462
8		50	55·24	53	43	54·6	+ 0·33	+ 5·3	5495
7		51	11·50	61	7	0·6	+ 5·48	− 33·4	5490[2]
7		52	8·10	46	29	6·2	+ 0·59	− 1·7	5543
8		52	22·80	62	24	18·9	+ 0·12	− 2·5	5530
9		52	38·62	56	57	53·4	− 0·02	+ 0·2	5545
7		53	8·70	47	13	22·1	+ 0·72	− 0·9	5563[2]
9		53	35·55	62	11	23.2	− 0·03	+ 4·2	5561
7		53	44·55	52	0	26·0	+ 0·95	− 9·9	5582
7		54	10·05	63	26	10·2	+ 0·26	+ 2·2	5579
8½		54	21·03	56	53	14·4	+ 0·21	+ 0·4	5589
8		54	27·97	52	5	8·0	+ 0·78	− 1·9	5597
8½		54	32·58	69	9	24·3	+ 0·8	+ 7·1	5578
9		54	43·95	56	51	9·2	+ 0·36	− 3·2	5600
7		56	4·30	61	46	6·9	− 0·25	+ 3·3	5610
7		56	6·45	63	41	10·7	+ 0·42	− 2·8	5641
7½		56	40·99	57	44	11·6	+ 0·83	− 6·1	5666
6½		56	59·69	46	41	32·3	+ 0·59	+ 0·7	5690
7½		57	9·11	58	8	39·7	+ 0·72	− 1·0	5685
7		57	36·43	64	17	12·1	− 0·24	− 1·0	5689
8		58	23·92	60	20	48·2	+ 0·42	− 0·6	5715
7½		58	37·05	64	28	38·3	− 0·94	− 3·2	5714
7½		58	57·56	60	1	44·2	+ 0·43	− 2·2	5733
7½		59	18·22	57	17	43·1	+ 0·74	+ 2·5	5740
7½		59	19·68	67	55	26·5	− 0·32	− 8·1	5727
8		59	33·06	52	32	19·9	+ 0·34	− 10·2	5755
7		59	39·29	45	19	52·8	+ 0·13	+ 0·2	5769
8½	2	59	40·53	57	34	28·4	+ 0·21	− 9·4	5754
8½	3	0	39·52	55	32	49·1	+ 0·50	− 4·5	5786
8		1	13·00	52	16	47·9	+ 1·10	− 7·1	5802
7		1	14·19	45	31	30·0	+ 0·35	+ 3·2	5816
9		1	36·50	68	44	8·5	+ 0·40	− 4·6	5794
7		1	39·37	58	57	47·8	+ 1·06	− 0·9	5814[2]
8		1	44·99	61	6	54·6	− 0·27	+ 2·7	5815
8½		2	15·21	64	18	53·3	+ 0·29	− 1·4	5838
8		2	28·41	51	11	13·3	+ 0·50	− 2·2	5856
8		2	42·64	68	51	54·6	+ 0·4	+ 3·0	5842
7		2	50·96	46	12	44·1	+ 0·30	+ 2·7	5876
8½		3	38·96	64	31	32·1	− 0·24	+ 4·7	5878
8½		3	58·45	46	33	36·1	+ 1·08	− 0·9	5917
9		5	7·15	64	19	12·3	+ 0·01	− 3·2	5930
7		6	14·23	67	52	29·4	− 0·05	− 3·1	5948
7½		6	46·35	46	21	37·1	+ 1·30	+ 1·3	5992
8		7	42·85	46	18	16·3	+ 1·86	− 2·7	6022
8½		8	13·17	64	33	23·9	+ 0·62	+ 2·3	6011
7½		8	18·86	61	24	39·7	− 0·01	+ 28·6	6024
8½		8	26·32	64	44	4·6	+ 0·16	+ 7·0	6021
8		8	28·48	54	57	12·0	+ 0·17	+ 7·1	6034[2]
8		9	0·13	51	2	22·8	− 0·49	− 3·7	6054
9		9	2·89	64	37	17·4	− 0·31	+ 1·4	6039
8		9	21·04	46	11	59·8	+ 0·70	− 4·3	6078

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N°.
8	3h	10m	12s58	52°	9'	24"1	+ 0s98	— 9"0	6101
8½		10	14·45	55	0	28·0	— 0·08	+ 2·4	6098[2]
7½		10	21·56	71	38	18·3	— 0· 4	+ 4·2	6061
8		10	20·38	52	2	49·5	+ 1·79	+ 1·1	6103
8½		10	24·52	60	42	35·8	— 0·08	+ 7·5	6094
8½		10	39·75	64	40	46·5	— 0·13	+ 17·6	6096
8½		11	16·60	60	57	29·2	— 0·50	+ 29·9	6110
9		11	24·72	55	33	18·6	— 0·04	— 5·0	6118
9		11	54·91	54	1	13·8	+ 0·80	+ 2·3	6133
8		12	15·50	51	12	3·0	+ 0·26	— 4·8	6151
8½		12	49·30	60	52	48·3	— 0·48	+ 5·5	6156
9		13	27·02	54	7	34·0	+ 0·21	+ 0·2	6183
7		14	1·85	53	21	27·4	+ 0·10	— 1·8	6201
8½		14	11·89	55	34	25·8	+ 0·21	+ 11·9	6204
8		14	13·41	52	45	31·6	+ 1·34	— 3·9	6212
8½		14	18·36	56	51	11·9	+ 0·49	— 2·5	6207
8		14	37·49	50	50	58·7	— 0·75	+ 5·0	6225
8		15	16·44	44	44	10·6	+ 0·33	+ 0·4	6243
8½		15	17·84	67	52	41·7	+ 1· 1	— 4·0	6218
6		18	25·63	46	23	8·0	+ 1·18	— 2·4	6336
7		18	53·52	61	43	5·1	— 0·73	+ 0·7	6333
8		19	20·81	65	0	18·8	+ 1·06	+ 2·8	6343
7		19	25·28	46	30	43·9	+ 0·92	— 0·3	6368
9		20	4·30	61	41	3·2	+ 0·26	+ 2·7	6373
9		20	7·97	68	14	28·6	— 1· 0	— 5·8	6355
9		20	18·69	61	37	1·4	— 0·42	+ 0·5	6376
9		20	37·13	54	38	18·2	— 0·36	+ 7·6	6395
8½		20	51·15	51	31	16·8	— 0·28	— 1·7	6401
8		20	57·85	63	20	52·8	0·00	— 5·4	6394
8½		21	24·98	55	0	55·0	+ 0·38	+ 4·9	6412
8½		21	31·15	67	24	49·9	+ 0· 9	— 3·9	6398
7		21	39·79	54	25	50·5	— 0·24	+ 5·2	6422
7½		22	29·69	62	44	56·5	— 0·01	+ 4·7	6435
8½		22	59·52	48	4	44·8	+ 0·06	+ 0·2	6473
8½		23	3·80	67	27	41·8	0· 0	— 2·1	6446
7		24	40·26	52	23	45·5	+ 0·55	+ 4·8	6513
8½		24	55·45	59	8	19·7	+ 0·66	+ 3·9	6512
7½		25	24·70	56	12	33·2	+ 0·02	— 1·8	6536
7		25	56·66	56	24	19·1	+ 0·31	+ 0·3	6561
8		25	57·76	59	3	23·3	— 0·05	— 3·7	6558
8		26	6·29	63	45	37·1	+ 0·01	+ 1·6	6554
7		26	43·31	58	55	5·4	+ 0·19	+ 1·9	6579
8		26	54·53	48	33	14·2	+ 0·24	+ 3·2	6593
8½		27	5·33	47	3	7·7	+ 1·67	— 6·3	6601
7		27	6·92	48	40	41·1	+ 0·52	+ 4·3	6598
8		27	19·65	52	17	40·9	+ 0·45	— 7·4	6606
8		29	18·97	65	27	54·7	— 0·18	— 1·1	6648
8		29	28·43	68	18	30·4	— 0· 3	— 6·7	6646
9		29	58·17	62	35	45·6	+ 0·34	+ 1·7	6660
9		30	32·60	55	53	26·6	+ 0·20	— 0·1	6681
7		30	51·35	51	47	8·1	+ 0·05	— 0·8	6695
9		32	17·40	59	50	33·2	— 0·19	+ 1·0	6733
9		32	55·69	55	40	49·0	+ 0·58	+ 9·5	6753
8		32	58·60	58	21	19·3	— 1·02	— 3·0	6751
6½		33	37·45	45	35	36·9	+ 0·62	— 2·2	6791

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N°.
8	3ʰ	33ᵐ	39ˢ58	45°	32'	7"7	+ 1ˢ57	— 7"9	6793
9		33	46·98	55	51	31·3	0·00	— 2·1	6787
9		33	43·91	61	58	17·5	— 0·87	+ 2·1	6773
7		35	11·18	55	25	25·9	+ 0·30	— 1·9	6842[2]
8		35	22·73	68	36	35·7	0· 0	— 2·9	6814
7½		35	47·85	62	48	16·3	+ 0·66	— 3·8	6854
8		36	16·74	68	1	3·9	— 0· 2	— 3·3	6858
8½		36	33·21	61	18	43·9	+ 0·59	— 8·6	6878
8		36	53·03	56	37	39·5	+ 0·11	+ 5·2	6898
8		36	54·24	51	19	43·8	— 0·79	— 0·1	6906
8		37	29·79	67	4	2·8	— 0· 2	+ 4·2	6895[2]
8		37	35·49	46	11	21·9	+ 1·05	— 1·2	6930
7½		37	49·57	46	18	31·1	+ 1·03	+ 4·5	6937
8		38	13·74	65	2	38·9	+ 0·63	+ 0·5	6926
8½		38	18·10	62	7	11·8	+ 0·10	— 3·6	6933
8		38	43·64	61	51	25·0	— 0·21	+ 4·2	6945
8½		39	17·36	62	59	46·3	— 0·56	+ 8·9	6971
8		40	24·10	46	36	45·5	+ 0·91	+ 0·5	7017
6½		40	55·50	57	29	54·9	+ 0·88	+ 3·1	7019
9		41	27·12	60	42	7·1	+ 3·14	— 9·2	7036
8½		41	31·47	65	55	54·2	+ 0·38	— 9·5	7028
8½		42	14·22	56	57	56·9	+ 0·30	— 0·7	7067
7½		42	15·05	46	25	25·7	+ 0·41	— 2·0	7087
8		43	9·50	56	26	38·0	+ 0·03	+ 8·7	7100
7		43	12·50	59	9	27·5	— 1·56	+ 11·5	7097
8½		43	21·34	67	33	20·5	— 0· 1	— 0·4	7088
8½		43	52·44	62	18	11·4	— 0·70	+ 7·9	7115
7½		43	55·69	48	34	0·6	+ 0·49	— 0·9	7134
8½		44	7·89	65	6	35·2	+ 0·83	— 4·9	7119
9		45	55·33	68	23	16·4	+ 0· 1	— 7·2	7155
8½		46	3·23	51	39	42·2	+ 1·25	+ 3·3	7188
8½		46	24·13	53	36	37·5	+ 0·44	— 0·7	7197
7		46	27·82	53	31	31·3	+ 0·09	— 3·9	7200
8		47	1·38	51	2	8·3	+ 0·42	— 0·3	7213
9		47	21·47	63	26	22·7	— 0·61	— 3·7	7207
9		47	23·85	62	10	49·5	— 0·03	— 2·7	7211
8		47	52·09	48	18	4·3	+ 0·41	— 1·4	7244
8½		48	8·72	62	3	28·7	+ 0·63	— 1·9	7235
7½		48	49·72	55	34	58·5	+ 0·04	+ 2·5	7268
8		49	6·86	61	58	13·0	— 0·22	— 6·6	7267
8½		49	25·64	53	24	37·4	+ 0·70	+ 1·1	7285
6		50	15·95	68	14	2·5	+ 0· 3	+ 1·0	7284
8½		50	20·44	55	48	19·1	+ 0·28	— 4·5	7320
8		50	58·39	47	3	27·2	+ 0·29	— 1·1	7353
8½		51	56·92	58	12	[illegible]0·8	— 0·11	+ 4·1	7371
7		52	12·36	54	37	24·2	+ 0·75	— 1·0	7382[2]
8		52	19·60	63	18	15·5	— 0·33	+ 0·4	7374
7		52	21·91	61	39	36·9	— 1·01	— 4·8	7378
9		52	23·24	52	32	15·8	+ 0·96	+ 4·2	7390
8½		53	2·93	58	51	5·5	— 0·49	+ 5·2	7405
9		53	14·03	58	49	54·6	— 0·04	— 5·9	7408
9		53	32·56	61	57	17·9	— 0·20	— 7·0	7413
8		53	32·03	52	38	0·3	+ 0·92	+ 3·1	7432
8		53	58·44	61	53	52·3	— 0·89	— 6·1	7430
8		53	59·55	61	53	30·3	0·00	+ 5·3	7433

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. No.
9	3h	54m	52s·52	60°	26'	33"·1	− 0s·11	− 1"·3	7454
7		56	27·09	52	56	3·3	+ 0·51	− 19·7	7527
6½		56	55·22	54	24	16·8	+ 0·80	− 6·3	7539
6½		57	2·73	68	4	40·9	− 1·0	− 0·8	7506[2]
7½		57	24·30	77	40	10·6	+ 3·7	− 1·6	7461
9		57	40·25	59	44	55·0	+ 0·34	+ 0·8	7557
9		57	41·44	64	32	21·2	+ 0·7	− 3·6	7544
8	3	57	57·30	59	39	25·8	− 0·27	+ 2·4	7573
8½	4	2	1·49	48	40	51·4	+ 0·33	− 0·4	7726
8½		2	26·13	66	41	10·5	− 0·5	− 4·2	7714
8½		2	43·78	54	33	20·6	+ 0·08	+ 0·6	7749
8		3	58.79	56	50	7·5	+ 0·63	+ 4·7	7793
7½		3	59·48	45	54	21·9	+ 0·92	+ 1·9	7810
8		4	26·89	56	46	29·6	+ 0·25	+ 3·0	7812
8		4	44·97	63	33	34·5	− 0·06	− 1·7	7807
7		4	47·28	45	43	43·0	+ 1·25	− 3·1	7837
8		5	0·28	60	5	36·6	− 0·30	+ 2·8	7830
9		5	30·49	52	44	11·8	+ 0·21	+ 3·3	7852
8½		5	55·10	45	49	47·1	+ 0·96	+ 2·4	7877[2]
7		5	58·93	45	49	3·8	+ 0·67	− 0·3	7881[2]
8½		6	1·99	64	29	38·9	+ 0·2	− 1·9	7848
8½		6	20·31	67	20	13·7	− 0·2	− 4·2	7851
8½		6	20·20	52	34	25·7	+ 0·94	+ 7·8	7889
8½		7	28·80	68	44	36·4	− 0·1	+ 0·2	7897
7		8	11·86	56	19	14·8	+ 0·36	+ 4·9	7941
8½		8	33·57	67	32	23·4	− 0·2	+ 2·7	7924
8		9	0·65	53	18	47·6	+ 0·16	− 0·5	7977
6½		9	1·94	56	7	2·2	+ 0·47	+ 4·4	7975
8		9	35·69	45	4	47·7	+ 0·66	− 6·9	8015
9½		10	8·45	61	38	9·1	− 1·34	+ 6·7	8005
8½		14	35·97	67	39	50·7	+ 0·9	− 0·2	8003
7		11	42·85	53	7	12·9	+ 0·73	− 7·6	8084
9		13	53·14	53	13	53·7	+ 0·48	− 0·3	8145
7½		14	5·24	45	46	20·2	+ 0·62	− 2·4	8163[2]
8½		14	25·24	45	51	47·5	+ 1·01	− 2·0	8177[2]
8		15	39·84	48	25	26·7	+ 0·07	+ 1·3	8236
7		15	53·97	46	30	15·9	+ 0·43	− 13·3	8248
8		16	16·53	54	38	13·9	+ 0·05	+ 8·9	8253
8½		16	28·86	46	34	19·5	+ 0·26	− 2·5	8276[2]
8		16	38·40	52	1	30·6	+ 0·78	+ 7·0	8274
9		17	43·46	68	49	55·0	− 0·3	+ 4·1	8271
7½		18	16·92	64	38	29·8	+ 1·0	− 5·6	8304
8½		18	26·17	51	56	50·7	+ 1·03	+ 7·8	8327
8		19	1·95	45	47	58·6	+ 1·02	− 6·3	8353[2]
7½		19	31·42	79	19	40·8	+ 2·1	− 0·3	8252
8½		20	10·95	64	9	30·0	− 0·3	− 2·4	8369
8½		21	11·83	67	56	36·0	+ 1·4	− 0·8	8394
7½		21	15·18	44	33	26·6	+ 0·16	− 9·1	8430
9		21	32·08	68	12	29·3	− 1·6	+ 3·0	8403
6½		21	37·93	63	55	19·9	+ 0·4	+ 0·1	8416
7		21	45·31	44	34	56·9	+ 0·43	− 3·8	8451
7		21	55·76	57	5	2·0	+ 0·49	− 2·4	8438[2]
7½		22	20·85	61	1	11·8	+ 0·01	+ 13·4	8445
8½		22	44·33	56	57	40·7	+ 0·42	+ 5·4	8471
8		22	56·65	44	40	3·5	− 0·05	+ 1·5	8500

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N⁰.
8½	4h	23m	27ˢ91	57°	1'	13"0	+ 0ˢ72	— 4"5	8503
8		23	53·99	52	32	23·9	+ 0·26	+ 6·0	8522
8		24	36·84	47	1	18·9	+ 0·19	— 1·8	8553[2]
8		24	38·34	47	2	14·4	+ 0·23	— 0·4	8555[2]
8		24	57·79	56	46	45·5	— 0·16	+ 3·1	8551
9		25	47·57	53	27	10·9	+ 0·21	+ 5·7	8579
8½		26	9·41	52	25	30·2	+ 0·90	+ 6·0	8594
7½		26	35·56	45	54	25·3	+ 1·03	— 2·9	8615[2]
8½		27	27·60	67	49	57·2	0·0	+ 0·6	8600
7		27	33·83	57	33	30·3	— 0·91	+ 2·6	8628
8½		27	33·38	52	29	42·5	+ 1·07	+ 6·4	8672
8		27	50·24	57	35	31·1	+ 0·18	+ 4·9	8635
9		27	55·39	53	8	49·9	— 0·13	+ 2·1	8653
8½		29	29·71	53	16	21·8	— 0·37	— 2·3	8695
8½		29	49·60	56	53	7·2	— 0·35	— 1·7	8700
8		31	8·81	62	57	19·3	+ 0·1	— 3·2	8731
8		31	45·48	59	34	1·4	+ 0·26	+ 0·5	8756
8½		31	59·58	47	52	52·2	+ 0·10	— 3·4	8774
7½		32	10·10	67	28	4·9	+ 0·3	— 3·8	8751
7		32	35·47	47	52	19·8	+ 0·27	+ 0·8	8796
8½		32	43·85	56	53	36·4	+ 0·02	— 10·1	8787
9		33	28·33	52	28	47·6	+ 1·07	— 11·8	8811
8½		33	46·98	47	10	31·6	— 0·15	— 4·6	8825[2]
7½		34	47·72	59	12	19·0	+ 0·41	— 3·7	8841[2]
9½		38	46·10	54	42		+ 0·57		8953
8		39	7·78	54	37	27·0	+ 0·24	+ 4·2	8967
9		39	12·70	61	10	35·9	— 1·35	+ 8·0	8956
8½		39	20·09	67	16	29·6	+ 0·2	+ 1·4	8945
7		39	27·88	61	12	21·9	— 1·35	+ 2·3	8964
8½		40	10·63	54	45	57·2	— 0·76	+ 9·7	9006
8		42	10·20	65	0	54·1	+ 0·7	+ 1·2	9033
8½		42	25·06	67	9	37·9	+ 0·2	— 4·7	9035
6		43	28·72	58	51	30·0	+ 0·50	— 3·2	9085
8		43	52·34	51	49	56·6	+ 1·12	+ 10·9	9113
8		45	16·62	47	37	8·2	+ 0·40	— 0·3	9160
9		45	52·38	56	20	34·8	+ 0·21	+ 7·5	9163
8½		46	49·03	52	14	28·6	+ 0·83	+ 4·7	9205
8½		47	16·77	54	12	4·8	+ 0·35	+ 0·6	9218
7½		48	25·47	56	53	19·5	+ 3·28	— 3·7	9242
8		48	42·86	55	19	50·5	+ 0·40	+ 1·4	9251
9		49	4·87	45	0	31·8	+ 0·42	— 2·7	9275
8		49	34·21	48	34	42·9	— 0·45	+ 1·9	9288
8½		49	47·66	45	12	6·0	+ 0·29	+ 0·9	9306
9		49	55·54	51	25	33·6	+ 0·58	+ 13·0	9302
8		50	21·50	54	40	54·8	+ 0·81	— 1·6	9314
8½		51	14·69	54	37	50·1	+ 0·41	— 2·8	9344
9		51	45·25	54	45	15·1	+ 0·10	+ 8·2	9361
7½		53	32·74	54	10	36·7	+ 0·36	— 0·7	9423
8½		54	9·17	48	25	53·2	+ 0·12	+ 7·8	9464
9		54	23·57	48	20	5·4	— 0·58	+ 0·7	9456
7		54	24·49	64	42	37·0	— 0·2	— 7·3	9428
7		54	29·35	55	19	1·3	+ 0·07	— 1·1	9448
7		54	40·86	55	32	11·8	+ 0·45	+ 0·7	9455
9		54	46·91	63	36	51·1	— 0·7	+ 2·3	9441
7½		56	2·81	67	28	17·7	— 2·7	— 7·0	9471

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
8½	4h	57m	21.91	64°	4'	48.8	− 0.1	− 0.4	9525
8½		57	33.64	48	10	33.9	− 0.02	+ 5.9	9554
8		57	48.28	67	16	47.4	+ 0.5	− 2.0	9530
8½		58	6.71	67	29	41.5	− 0.2	− 3.0	9537
9		58	24.88	52	33	21.3	+ 1.09	+ 7.5	9583
8		58	29.63	67	9	28.3	+ 0.3	+ 0.7	9548
8		58	50.48	53	1	40.0	+ 0.56	− 2.0	9591
8	4	59	50.20	62	55	36.1	− 1.4	+ 0.1	9611
8½	5	0	42.77	56	18	32.4	− 0.03	+ 1.7	9655
7½		1	18.55	59	12	35.2	+ 0.41	− 0.6	9664[2]
8		1	37.41	51	14	18.1	+ 0.83	− 0.6	9696
8½		2	34.36	51	7	58.1	+ 0.29	+ 7.0	9727
8		3	8.91	67	48	43.7	+ 0.1	− 2.1	9708
7		3	26.84	46	58	59.8	+ 0.12	− 2.7	9753[2]
8		3	35.61	51	45	51.7	+ 0.44	+ 9.3	9751
7½		6	30.02	48	44	36.8	+ 0.62	+ 1.3	9803
8		8	20.93	59	7	19.3	+ 1.04	− 8.6	9828
8		13	0.83	78	14	33.9	+ 2.7	− 18.7	9884
8		13	25.07	46	47	0.7	+ 0.54	− 2.3	10004
8½		17	29.22	47	51	49.7	+ 0.50	− 3.4	10141
8½		18	52.43	47	46	32.6	− 0.14	− 0.1	10188
8		20	19.05	47	3	51.7	+ 0.58	− 1.8	10243[2]
8		20	57.88	56	8	48.6	+ 0.63	− 0.1	10256[2]
8½		20	59.64	59	24	9.5	+ 0.28	− 0.7	10251
8		21	19.39	46	45	26.3	+ 0.49	+ 1.1	10286
9		21	19.44	59	38	28.4	+ 0.48	+ 4.4	10260
8		24	45.18	45	33	28.7	− 1.28	− 3.7	10398
8		25	36.93	46	42	48.9	+ 0.62	+ 2.0	10431
8		26	46.25	63	12	39.7	− 0.9	− 13.4	10442
8		27	30.42	55	0	22.8	− 1.07	− 3.7	10484
8½		29	29.83	59	51	14.3	+ 0.48	− 4.5	10552
8		29	44.03	48	22	15.3	+ 0.12	+ 4.0	10579
8		30	28.46	55	14	42.1	+ 0.33	− 7.6	10595
6½		30	41.63	64	41	11.6	0.0	+ 3.0	10580
8		31	28.53	68	36	53.2	0.0	− 7.5	10593
7		33	17.94	58	42	33.9	+ 0.62	− 1.8	10687
8½		33	28.00	48	54	28.9	− 0.05	− 3.3	10723
7		34	11.48	62	44	19.9	− 1.1	− 1.1	10722
8½		34	41.23	48	35	44.2	− 0.52	− 0.3	10771
8		34	57.28	47	23	41.6	− 0.45	+ 0.1	10783
8½		36	2.10	46	55	8.2	− 1.19	− 2.8	10819
8		38	29.93	45	1	56.1	0.00	+ 1.4	10902[2]
8		38	57.22	67	28	39.9	− 0.6	− 4.8	10870
9		39	21.39	44	54	4.1	+ 1.14	− 0.3	10944
8		40	24.31	68	1	43.3	+ 0.2	− 3.4	10924
7½		40	31.46	46	45	33.1	+ 0.34	+ 1.1	10982
9		43	15.59	48	57	51.0	+ 0.76	+ 0.8	11069
8½		44	26.17	47	40	46.2	− 0.15	+ 1.6	11097
7		44	56.23	48	59	39.7	+ 0.15	+ 8.6	11113
8	5	49	26.85	67	39	1.3	+ 0.6	− 17.5	11206
8	6	1	17.48	68	21	26.4	+ 0.2	− 1.4	11623
9		3	53.95	45	38	59.1	+ 0.05	− 2.6	11767
9		8	39.67	47	10	37.4	+ 0.21	− 0.7	11941
7½		10	40.28	46	15	27.7	− 0.12	− 1.6	12015
8½		12	38.32	47	11	35.4	+ 0.71	− 4.7	12078

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N⁰.
8	6ʰ	12ᵐ	55ˢ36	45°	14′	23″0	+ 0·19	— ″1	12099
8½		14	33·00	46	53	1·9	+ 0·20	— 0·6	12159[2]
8		15	31·52	48	51	23·7	+ 0·60	+ 4·3	12192
9		21	24·06	48	28	36·5	+ 0·46	+ 4·8	12397
8		21	26·46	47	19	19·9	+ 0·95	+ 4·9	12401
8½		23	15·83	48	3	39·0	+ 0·17	+ 3·9	12466
9		24	8·45	77	35	25·7	+ 0·8	— 31·3	12381
8		28	46·16	77	23	24·1	0·0	— 31·9	12547
7½		29	58·81	47	55	52·2	— 0·32	+ 3·7	12706
7½		30	16·06	45	52	19·1	+ 0·12	+ 3·6	12713
7½		30	44·23	47	52	47·7	+ 0·36	+ 2·3	12728
8½		32	23·64	47	50	7·5	+ 0·05	+ 1·0	12790
8½		33	22·39	46	7	31·8	— 0·03	+ 2·4	12829
8½		33	35·65	47	13	3·6	— 0·35	+ 3·9	12837
8½		34	24·52	47	26	46·1	+ 0·41	+ 2·5	12864
8½		35	10·55	46	10	55·8	+ 0·26	+ 2·7	12894
8		36	0·39	48	9	55·2	+ 0·36	+ 1·4	12924
7½		37	55·01	68	25	44·1	— 0·9	— 2·4	12948
8		40	12·19	68	22	41·0	— 0·1	+ 2·3	13022
7½		42	7·38	68	56	39·0	+ 2·0	+ 2·8	13082
8		42	3·19	49	5	34·1	— 0·19	— 3·4	13153
7		43	37·28	46	1	4·8	— 0·23	— 2·4	13193
8½		43	41·82	45	50	2·2	+ 0·83	+ 6·4	13201
7		44	50·40	46	27	59·9	+ 0·33	— 0·3	13242
7		45	13·29	46	54	3·4	— 0·53	+ 8·6	13263
8		45	28·96	47	28	24·1	— 0·18	+ 1·7	13271
8½		46	1·72	48	41	40·5	+ 0·03	+ 2·7	13293
6½		47	9·50	52	46	35·6	+ 0·31	+ 3·0	13327
7½		47	22·77	67	40	11·7	+ 0·8	— 4·7	13298
8		47	40·99	48	49	45·4	+ 0·21	— 0·5	13347
8½		49	29·45	48	36	48·1	+ 3·30	— 18·1	13427
8½		50	4·15	50	17	30·5	+ 0·28	+ 2·8	13445
8½		50	9·87	47	19	22·6	— 0·56	— 5·0	13455
8½		50	12·57	54	15	54·2	— 0·26	+ 0·2	13441
8		50	17·73	50	51	57·0	+ 0·59	+ 4·2	13454
8½		51	5·05	46	10	26·6	+ 0·18	— 3·5	13479
8		52	35·70	45	17	10·4	+ 0·54	+ 2·2	13537
8½		54	6·72	54	42	57·3	— 0·80	+ 6·2	13572
8		54	33·80	45	5	36·5	+ 0·28	— 1·9	13604
9		55	38·44	45	37	46·9	— 0·52	— 0·8	13649
8½		55	38·21	54	22	2·0	+ 1·06	+ 5·5	13633
8½		55	44·85	48	1	41·4	+ 0·08	— 5·3	13651
8½		56	26·81	54	15	58·6	+ 0·22	— 2·6	13662
7½		57	4·38	57	35	40·4	— 0·01	+ 7·2	13698
8½		58	10·80	57	56	37·9	— 0·28	+ 7·2	13711
9		58	13·63	50	9	44·3	+ 0·27	+ 2·4	13766
8½		58	31·37	57	45	21·7	+ 0·20	— 0·5	13726
8½	6	59	15·37	48	10	4·6	— 1·06	— 9·9	13770
8	7	1	27·14	50	48	53·8	+ 0·22	+ 5·7	13842
8½		1	43·07	57	32	29·0	+ 0·47	— 7·0	13839
8		2	0·38	57	33	28·9	+ 0·07	+ 6·0	13858
8		3	29·64	57	55	11·8	+ 0·02	— 1·4	13907
8		3	50·97	58	19	9·8	— 0·24	— 3·1	13916
8		4	20·60	45	28	26·5	0·00	+ 0·5	13955
7		5	23·95	48	44	5·3	+ 0·40	+ 1·6	13992

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. Nº.
8	7h	6m	8s53	50°	46'	36"1	+ 0s36	+ 2"5	14012
6½		6	30·08	49	44	16·1	+ 0·33	+ 2·5	14028
8		10	20·48	57	52	10·9	— 0·03	— 0·4	14149
9		13	40·21	57	26	35·1	— 0·72	— 0·8	14266
8½		13	59·13	48	59	25·2	— 1·74	+ 2·9	14290
7½		14	0·20	48	50	59·9	— 0·09	+ 1·8	14293²
9		14	1·92	48	48	47·7	+ 0·41	+ 3·2	14296
8		15	15·73	57	58	4·5	— 0·10	— 1·5	14325
9		15	26·96	52	40	36·3	+ 0·33	— 1·0	14338
8		16	4·71	57	58	5·1	+ 0·11	— 2·1	14353
8½		16	9·53	53	30	49·7	+ 0·44	— 1·8	14361
9		16	23·65	57	52	33·8	— 0·27	— 2·6	14362
6		18	37·77	52	19	8·3	+ 0·36	— 3·0	14429
8		18	38·13	50	15	20·2	+ 0·40	+ 6·5	14432
8		19	1·02	50	22	6·7	+ 0·75	+ 2·4	14447
8		23	17·27	49	0	44·4	+ 0·69	+ 4·5	14612
8		23	42·08	57	53	54·4	+ 0·59	— 9·2	14613
9		24	1·01	57	46	49·0	— 0·03	+ 4·0	14627
8		25	1·01	52	32	56·9	— 1·13	— 8·7	14671
8		26	2·68	52	26	1·3	+ 0·62	— 4·8	14712
7		26	5·21	49	7	8·8	+ 0·55	— 0·3	14716
7½		26	12·64	52	13	17·5	+ 0·27	— 3·2	14718
7		26	35·98	48	6	16·3	+ 0·09	— 12·9	14738
7½		26	54·44	52	55	1·7	+ 0·27	— 0·4	14745
8		27	0·49	57	36	47·6	+ 0·23	— 1·9	14739
8		27	20·59	50	52	51·8	— 0·24	— 5·0	14759
8		27	49·09	48	19	42·5	— 0·75	— 9·4	14779
7½		28	50·04	52	52	4·3	+ 0·50	— 2·5	14813
7½		30	7·92	52	40	32·8	+ 0·44	— 11·7	14867
9		30	12·92	50	55	42·7	— 1·32	— 8·2	14871
9		30	59·97	57	11	5·8	— 0·67	— 4·5	14889
8½		31	6·69	46	51	11·5	— 0·26	— 2·2	14898
8½		32	29·63	56	59	12·5	+ 0·08	+ 3·0	14922
8½		33	3·79	51	13	8·4	— 0·08	— 0·9	14936
8		33	22·94	48	45	42·8	— 0·39	+ 2·4	14949
7		34	10·76	51	23	51·1	— 0·24	+ 2·3	14966
8		35	19·77	50	28	58·2	— 0·43	— 6·3	14995
8½		35	49·02	57	14	55·5	— 0·42	— 10·3	14999
8		35	53·11	57	9	45·2	— 0·45	— 3·9	15005
9		38	28·48	50	58	41·9	— 0·05	— 3·6	15099
8		39	35·63	47	31	30·3	— 0·06	+ 1·2	15143
8½		40	0·60	52	1	34·4	+ 0·78	— 5·4	15154
7½		42	2·57	46	8	23·6	— 0·14	— 2·5	15233
8		42	23·46	58	54	55·2	— 0·19	— 10·7	15255
8		43	37·08	48	33	10·4	+ 0·64	+ 2·1	15280
8½		44	59·76	49	59	36·3	+ 0·74	— 4·5	15336
9		46	30·83	50	40	25·0	— 0·06	— 3·7	15396
9		46	38·73	46	51	14·1	+ 0·75	— 5·7	15405
8		47	30·27	50	45	48·0	— 0·38	— 0·3	15427²
8½		52	5·79	49	3	14·2	+ 0·02	— 29·9	15589
8½		52	48·61	51	22	19·5	— 0·11	+ 1·2	15610
7		52	57·55	50	40	29·4	— 0·30	— 0·4	15622
8½		53	35·71	48	20	41·5	+ 0·49	— 3·1	15650
8		55	49·18	47	16	3·3	+ 0·03	— 0·3	15724
8		56	46·08	47	23	23·9	— 0·15	— 9·9	15756

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N⁰.
8	7h	56m	48s42	49°	28'	17"4	− 0s6	− 4"4	15754
7½		58	8·52	46	13	16·9	− 2·77	− 0·6	15812
8½		58	16·29	48	49	54·1	− 0·68	− 2·5	15813
8	7	59	20·17	52	29	12·0	+ 0·42	− 1·1	15850
7	8	0	38·05	49	25	10·5	+ 0·13	+ 3·1	15895
7½		0	45·43	47	24	16·6	+ 0·41	− 1·1	15905
8		0	50·46	50	28	21·1	+ 0·26	− 1·9	15902[2]
7		1	59·83	48	44	49·7	+ 0·10	− 1·7	15943
9		2	20·66	51	18	39·4	+ 0·04	− 3·7	15953
7		4	53·56	47	16	41·3	+ 0·11	− 4·7	16055
8½		8	11·85	57	26	26·7	− 0·36	+ 2·4	16143
8		8	12·86	51	46	26·8	− 0·30	− 4·0	16150
8½		9	41·12	57	19	48·0	+ 2·16	− 4.4	16201
9		10	13·66	50	50	57·6	− 0·12	− 3·8	16230
8		10	30·60	62	47	43·6	− 0·15	+ 1·9	16219
8½		10	53·67	49	58	25·3	+ 0·19	− 1·3	16265
8		12	0·99	48	36	4·1	+ 0·18	+ 0·8	16306
9		15	21·88	61	27	11·0	+ 1·0	+ 7·1	16396
8		15	29·14	50	4	4·8	+ 0·06	+ 27·7	16427
9		15	48·42	50	26	5·4	− 1·31	− 6·8	16435
7		15	56·00	53	58	11·1	− 0·40	− 4·3	16434
8		16	52·11	50	12	11·4	− 0·13	− 4·4	16474
8		17	0·99	46	45	47·1	+ 0·51	− 0·4	16485
8½		17	50·68	52	34	3·5	+ 0·46	+ 2·8	16515
8½		19	10·35	50	48	44·4	+ 0·75	− 4·0	16572
7½		19	34·28	47	16	10·3	− 0·35	− 0·5	16591
8½		19	44·51	49	50	16·6	− 0·13	− 0·8	16594
8½		20	8·51	51	13	57·4	+ 0·19	− 0·9	16606
7½		20	22·51	51	9	36·6	− 0·24	− 14·8	16616
9		21	12·43	51	17	17·4	− 0·10	− 1·3	16646
8½		21	20·71	52	11	36·7	+ 0·56	− 2·0	16648
7		23	20·99	47	40	21·1	+ 0·48	− 3·9	16730
7		23	30·00	52	44	6·3	− 0·10	− 0·6	16729
8		24	10·28	49	47	44·5	+ 0·95	− 5·5	16759
8		25	23·78	60	59	13·0	+ 0·32	+ 0·3	16782
8		26	24·38	47	40	1·0	+ 0·16	− 8·1	16822
7		29	58·81	61	29	13·5	+ 0·12	− 0·5	16945
8		31	47·46	48	45	20·5	− 0·18	− 1·6	17044
7		31	59·20	47	27	42·8	− 0·01	− 0·6	17049
7½		34	27·85	46	44	23·1	+ 0·27	+ 0·8	17136
7½		37	1·26	62	24	22·1	− 0·65	+ 6·6	17205
8½		37	32·62	50	0	51·8	+ 0·08	− 2·9	17244
7		40	33·06	46	31	6·8	+ 0·01	− 3·7	17334
8		41	14·56	55	31	45·2	+ 0·29	+ 30·1	17350
8½		41	24·60	50	31	52·1	+ 0·42	− 2·6	17367
7		41	24·82	45	54	2·5	+ 0·55	− 3·1	17374
6½		41	34·86	52	57	57·7	+ 0·05	+ 35·5	17373
8		44	37·28	60	48	48·9	+ 0·48	+ 2·0	17506
8		46	17·86	49	4	43·4	+ 0·18	+ 0·1	17551
7		47	20·79	62	33	11·4	− 0·38	− 4·6	17567
7		48	40·42	46	20	48·0	− 0·09	− 5·0	17627
7		52	3·87	53	43	28·0	− 0·16	+ 2·7	17743
7½		57	18·52	48	3	9·1	+ 0·09	+ 0·6	17918
8		57	59·32	49	55	46·1	+ 0·05	− 1·0	17931
8	8	59	10·67	47	38	44·1	+ 0·06	− 1·4	17974

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N^o^
8½	9h	0m	48s·20	62°	24'	18"·8	+ 0s·10	— 1"·7	18008
7		1	0·71	57	35	4·5	— 0·53	— 5·0	18021
7½		1	15·06	45	27	55·9	+ 0·79	— 2·1	18043
6½		2	49·50	70	31	23·6	+ 0·6	0·0	18053
8		3	44·27	53	22	17·6	— 8·32	— 36·8	18122
8		6	9·12	58	33	50·8	— 0·57	— 6·7	18195
7		9	58·91	69	31	47·5	— 0·3	— 0·1	18291
8		14	59·34	44	41	33·7	— 0·16	— 0·4	18474
8		17	25·90	46	26	16·3	— 0·32	— 14·2	18554
7		22	52·11	46	12	32·0	— 0·24	— 0·2	18691
7½		22	53·64	53	8	27·9	— 0·12	— 6·1	18687
8		23	41·07	45	59	2·6	— 0·44	— 3·6	18716
7		23	55·31	47	36	17·6	+ 0·22	— 22·5	18722
8		27	3·28	69	14	36·2	— 1·70	+ 2·2	18801
8½		27	34·20	46	36	45·1	— 0·16	— 5·1	18844
7½		29	53·9	71	8	51·6	+ 0·3	+ 2·5	18878
8½		30	13·35	53	20	5·1	— 0·40	— 6·8	18916
8		33	51·88	53	30	40·4	+ 0·49	+ 2·6	19030
8		37	0·00	70	56	20·6	+ 0·40	— 0·2	19094
8		37	36·85	71	8	31·7	+ 1·14	+ 1·5	19111
8		37	43·73	54	59	38·1	— 0·81	— 1·3	19139
8		44	30·93	69	13	35·5	— 1·62		19315
6½		45	33·18	53	0	52·0	+ 0·03	+ 0·7	19368
8		52	36·75	47	7	12·4	— 0·69	— 1·8	19562[1]
8		53	7·16	46	57	22·3	— 0·73	— 1·3	19569[1]
9		56	10·41	69	12	55·7	— 3·30	— 20·6	19627
7		56	58·18	69	26	9·7	— 1·57	— 7·8	19653
7		57	17·33	45	49	36·2	— 0·19	0·0	19692
8	9	58	46·11	53	48	52·9	+ 0·27	+ 4·3	19725
7½	10	7	9·42	48	6	4·7	— 0·51	— 12·0	19915
7		9	12·87	47	33	2·9	— 0·33	— 2·0	19964
8½		9	51·08	72	57	46·2	+ 2·41	— 2·4	19954
8½		10	8·63	72	2	55·0	+ 1·27	+ 5·6	19970
6½		19	3·89	46	0	58·7	— 0·36	+ 2·3	20258
7		20	24·11	46	39	34·3	— 0·78	— 2·4	20300[2]
8		25	34·46	54	35	11·6	+ 0·54	+ 1·1	20433[2]
7½		35	31·39	53	47	39·5	+ 0·39	— 3·7	20590
7½		44	38·49	48	30	34·3	— 0·04	— 4·2	20922
6		49	55·57	52	43	34·7	+ 0·09	+ 1·3	21055
8		50	15·71	44	43	8·2	— 0·46	+ 1·0	21065
8		50	32·46	44	39	7·2	— 0·01	+ 28·3	21076
8½		51	31·87	71	14	45·9	+ 0·75	+ 1·2	21087
8½		53	41·80	53	7	45·0	+ 0·18	+ 2·2	21153
8½	10	56	38·25	72	58	33·4	+ 1·60	+ 4·4	21213
7	11	1	26·88	48	39	1·3	+ 0·15	— 0·1	21347
8		1	29·18	72	26	57·1	— 0·13	+ 2·6	21340
8		2	14·14	72	28	10·0	+ 0·74	+ 3·0	21355
9		3	9·98	72	21	57·4	+ 2·13	— 23·8	21379
9		3	39·89	72	37	59·9	+ 2·76	— 1·3	21391
8½		3	48·29	66	33	51·4	— 0·03	— 3·4	21402
7		4	25·97	72	51	59·9	+ 1·83	— 1·2	21415
8½		8	59·09	65	1	27·4	— 0·12	— 6·1	21529
7½		9	55·65	71	48	40·5	+ 0·56	+ 2·2	21549
8		11	22·17	72	35	18·8	+ 2·10	+ 1·8	21572
7		11	47·10	45	51	53·6	— 0·39	— 6·1	21502

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N°.
8	11h	14m	37s·4	45°	41′	26″·2	− 0s·10	− 1″·0	21653
7		17	3·69	53	0	5·7	− 0·01	− 3·2	21725
8		18	23·79	65	4	21·7	− 0·37	+ 2·3	21758
8½		32	58·92	52	51	27·6	+ 0·57	− 4·1	22121
8		35	56·57	45	21	54·9	− 0·96	+ 3·3	22189
8½		36	10·93	67	44	53·0	+ 1·29	− 29·4	22196
9		45	51·28	66	6	2·1	− 0·55	− 1·7	22419
7½		47	14·57	68	8	35·6	+ 0·33	+ 4·4	22452
6½		48	15·06	66	7	26·6	+ 0·19	− 4·3	22487
9		49	31·65	67	57	31·8	− 0·30	+ 4·2	22517
7		53	11·93	67	0	6·5	+ 0·88	+ 3·8	22600
7		53	28·66	65	49	20·1	− 0·68	− 6·8	22609
9		55	38·71	66	5	5·1	+ 0·42	− 3·2	22657
8½		56	30·94	67	12	45·4	− 0·34	+ 7·3	22680
8½		58	52·40	48	45	21·9	+ 1·18	− 2·6	22738
8½	11	58	56·64	48	1	27·8	+ 0·04	− 7·9	22740
8½	12	0	22·33	64	45	52·7	− 0·01	− 1·5	22780
7		0	36·89	66	13	42·4	+ 0·24	+ 1·2	22785
8		1	19·73	54	16	51·6	+ 1·12	− 9·7	22800
8½		2	43·77	66	32	34·8	− 2·74	+ 0·4	22845
8		4	6·16	47	28	47·8	− 0·56	− 0·8	22885
8½		4	54·93	66	44	48·0	+ 1·17	+ 0·9	22904
8		6	22·62	66	59	16·8	− 0·21	+ 1·8	22942[a]
7½		6	27·18	47	55	43·5	− 0·04	− 5·0	22946
7½		6	43·09	47	53	40·6	+ 0·75	− 5·2	22949
6		7	21·04	47	59	46·8	+ 0·30	− 6·3	22963
6		9	40·02	54	4	19·4	+ 0·43	− 3·4	23026
7½		11	23·70	66	14	47·2	− 0·48	− 6·6	23078
8		12	1·42	48	40	57·3	+ 0·47	− 4·5	23105
6		14	9·78	48	3	43·3	+ 0·19	− 6·9	23159
8		21	10·68	65	20	56·4	− 0·52	− 6·2	23350
8½		25	32·29	46	12	28·4	− 0·06	+ 7·3	23474
6½		26	28·92	47	37	24·6	− 0·27	− 6·3	23506
7		27	7·87	47	52	55·2	+ 0·06	− 9·9	23528
7		28	18·44	46	39	3·8	+ 0·01	+ 0·4	23569[a]
8½		29	10·69	46	23	20·5	− 0·69	+ 6·0	23594
8		29	59·76	46	7	18·6	− 0·08	+ 6·4	23612
7		31	3·43	46	5	19·3	− 1·25	− 1·3	23640
7½		39	15·24	48	14	18·3	+ 0·38	− 4·7	23842
8		40	10·24	53	43	33·1	− 1·62	− 0·7	23876
7		46	3·17	47	31	3·1	+ 0·48	− 6·3	24039
7		47	13·11	47	38	20·3	+ 0·37	− 10·2	24063
8½		49	30·42	46	28	4·0	+ 0·07	+ 4·8	24132
7	12	55	34·65	46	14	2·8	− 0·02	+ 2·3	24296
8	13	5	21·65	63	59	17·3	+ 1·26	− 3·9	24562
6½		14	17·95	48	6	7·1	+ 0·77	− 10·7	24797
7		15	55·17	64	46	47·8	+ 0·25	− 6·6	24839
6		16	18·21	47	49	45·7	+ 0·52	− 3·1	24842
8½		19	33·72	63	56	52·2	+ 0·56	− 2·4	24916
8½		20	35·96	45	31	28·2	+ 1·50	+ 5·3	24935
8		21	19·01	63	49	54·8	+ 1·11	− 2·3	24966
8		22	57·88	53	59	43·3	− 0·03	− 0·2	25003
8		27	8·10	46	24	39·7	+ 1·43	− 2·1	25124
8		29	17·76	45	49		+ 0·09		25174
7		33	42·17	45	47	25·6	+ 0·79	− 4·5	25278

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
6½	13h	34m	0.79	47°	5′	2″3	− 0·05	− 7″4	25286
7½		34	4·46	53	54	46·4	− 0·35	+ 0·6	25290
7		34	17·72	53	59	30·3	− 0·06	+ 7·5	25321
7		36	53·26	46	19	0·0	− 0·27	+ 2·5	25355
7½		40	48·47	48	31	19·7	+ 0·64	− 8·9	25458
8		41	46·31	64	19	18·0	+ 1·09	− 2·3	25488
8½		42	7·04	45	57	26·7	+ 0·25	+ 2·1	25486
8	13	43	45·12	63	38	13·0	+ 1·84	− 6·5	25526
7½	14	1	3·95	54	3	52·2	− 0·15	+ 0·2	25954
6½		1	57·65	48	57	55·9	− 0·96	− 6·8	25981
7		7	49·69	47	3	57·8	− 0·82	− 5·2	26126
6½		9	56·65	46	17	52·1	+ 0·07	+ 3·3	26170
8		15	46·33	57	54	29·0	− 0·43	+ 0·4	26324
7		31	19·06	48	54	22·9	+ 0·88	+ 5·6	26712
8		32	55·75	46	0	47·3	− 0·22	+ 6·2	26751
7		35	21·12	46	6	8·4	− 0·93	− 7·7	26831
8		36	50·21	52	40	49·5	− 0·60	+ 0·7	26881
8		38	13·90	52	35	17·0	+ 0·21	− 12·2	26891
8		44	38·95	57	33	22·8	+ 1·17	− 3·3	27111
8		45	14·17	53	3	51·9	+ 0·02	+ 1·9	27128
7		45	45·27	45	34	55·2	+ 0·14	+ 6·0	27136
7½		47	9·76	53	14	10·9	− 0·43	− 0·5	27175
7½		48	47·40	45	56	22·8	− 0·49	+ 4·0	27232
8		52	8·01	54	2	10·0	− 0·43	− 21·0	27332
8		52	59·72	54	16	42·2	+ 1·14	+ 0·8	27357
8½	14	54	51·30	54	30	9·1	+ 0·86	− 9·5	27416
8	15	0	36·42	68	31	21·0	+ 0·4	− 6·3	27627
8½		2	11·27	53	55	31·1	+ 0·31	− 4·5	27651
7½		3	57·31	53	51	55·8	− 0·04	− 1·1	27712
8½		9	32·94	50	28	53·9	+ 0·09	+ 2·1	27886
8½		12	28·82	48	19	30·0	+ 0·78	− 3·2	27983
8½		15	24·99	47	29	54·9	+ 0·42	− 4·2	28071
7		15	32·57	46	14	11·9	+ 0·31	+ 1·3	28074
8½		18	59·29	50	5	2·5	+ 0·39	+ 1·3	28176
7		22	14·87	54	34	27·8	+ 0·02	− 0·8	28265
7½		25	15·74	57	58	47·9	− 1·65	+ 10·0	28358
8½		31	33·29	50	37	1·4	+ 0·43	− 2·1	28559
7½		33	15·38	50	36	56·4	+ 0·58	− 12·9	28602
8½		35	28·86	48	33	38·6	+ 0·06	+ 4·8	28680[2]
8		42	39·06	52	27	57·3	− 0·41	+ 3·1	28874
8½		43	0·68	52	34	7·4	− 0·26	− 1·3	28884[2]
8½		44	28·55	66	3	53·5	− 0·4	+ 0·8	28941
8½		44	38·68	66	20	59·4	+ 0·3	− 0·8	28944
8		45	6·89	66	21	1·3	+ 0·4	+ 2·1	28960
7		51	58·02	65	45	1·0	− 0·4	+ 1·8	29197
9		53	34·85	47	34	23·5	− 0·24	− 2·5	29181
8½		57	12·14	52	34	3·0	+ 0·34	− 7·5	29324
9		57	34·09	51	47	12·2	− 0·63	+ 1·8	29329
8		57	43·17	66	29	58·3	− 0·2	+ 1·1	29560
7	15	59	26·24	65	23	24·6	− 1·3	− 2·7	29430
8	16	0	15·58	52	34	37·3	− 0·39	− 5·2	29434
9		0	50·90	52	28	56·8	− 0·35	− 4·6	29451
7½		2	37·28	49	30	27·0	+ 0·59	− 0·6	29497
9		3	57·11	52	45	0·2	− 1·03	− 3·5	29542
8		4	36·86	65	6	26·3	− 0·2	+ 2·6	29593

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
8	16h	5m	45s·41	57°	17′	11″·8	− 0s·38	+ 4″·5	29620
8		6	29·12	48	28	13·2	+ 0·28	+ 3·0	29629
9		6	42·08	52	32	59·4	− 0·86	− 0·3	29634
8½		6	52·11	48	10	34·8	+ 0·23	+ 5·0	29636
8½		8	7·87	49	52	40·1	+ 0·29	+ 3·1	29676
9		8	58·53	67	46	25·3	+ 0·1	+ 1·5	29723
9½		10	10·41	52	22	8·8	+ 0·26	− 4·9	29730
9½		11	14·26	52	25	18·0	+ 0·08	+ 8·7	29756
7½		13	52·20	65	27	40·8	+ 0·4	− 1·3	29841
8½		13	55·71	67	38	35·4	+ 0·8	− 1·7	29849
8½		13	58·11	57	18	12·0	− 0·01	+ 5·6	29833
8½		15	52·33	49	25	38·3	+ 1·15	+ 3·5	29873
8		16	10·79	57	57	52·6	− 0·04	+ 50·3	29892
8½		16	31·62	67	37	0·9	− 3·3	+ 7·4	29917
9		17	14·03	54	45	15·1	+ 0·37	+ 18·0	29914
8½		18	4·65	67	38	30·3	− 0·3	− 5·8	29965
9		21	48·73	49	2	15·2	− 0·13	− 0·2	30043
8½		22	27·99	48	52	16·7	− 0·02	+ 3·3	30056
7½		24	6·52	58	35	46·5	+ 0·26	+ 1·8	30116
7½		25	39·93	58	35	12·9	+ 0·83	+ 3·7	30159
7½		27	56·33	65	7	10·1	− 0·5	+ 16·0	30237
8½		28	13·14	65	11	36·5	+ 0·3	+ 13·3	30253
7		28	26·71	58	10	33·1	+ 0·27	+ 1·0	30242
8		28	41·85	58	6	5·9	− 0·41	+ 1·7	30252
8		30	6·54	51	17	56·8	− 0·39	+ 0·7	30282
8½		30	43·04	48	45	4·8	+ 0·59	+ 4·0	30306
8½		32	55·80	52	34	25·9	+ 0·07	+ 6·1	30382
8½		33	6·76	67	3	37·8	− 0·4	− 4·3	30413
8		33	54·03	46	42	25·8	+ 0·47	+ 2·4	30404
7		35	0·33	51	8	24·5	− 0·07	− 2·0	30440[2]
7		38	16·19	50	14	33·2	+ 0·76	− 5·2	30540
8		39	4·09	57	28	52·9	+ 0·71	+ 5·6	30569
9½		41	3·51	51	42	13·4	+ 0·87	− 3·0	30626[2]
8		41	14·17	46	19	55·4	− 0·04	+ 4·4	30624
8		42	13·51	61	15	30·8	+ 0·13	+ 2·8	30669
7½		43	2·10	68	22	5·2	− 2·2?	+ 21·7	30699
8		44	19·94	48	4	25·5	− 0·14	+ 3·0	30702
8		45	45·47	53	11	31·4	− 0·84	− 4·3	30757[2]
8½		46	1·40	68	32	14·5	+ 0·2	− 1·4	30797
8		46	18·34	66	19	6·5	− 0·1	+ 1·0	30798
7½		46	31·85	48	36	55·1	+ 0·62	− 3·7	30775
8½		47	0·42	51	24	2·0	− 0·33	− 6·5	30791
8½		47	40·26	48	31	0·9	+ 1·49	− 2·4	30806
6		48	52·46	47	40	13·7	+ 0·46	+ 9·7	30842
8		49	33·14	67	51	51·9	− 0·3	− 6·3	30895
9		51	9·85	52	13	6·9	− 0·57	− 5·4	30915
7		51	40·66	47	37	9·6	− 0·30	+ 2·5	30922
8½		51	43·89	67	54	2·4	+ 0·1	+ 30·6	30966
7		52	6·82	68	10	15·6	+ 3·6	+ 3·9	30981
9		52	26·79	50	14	13·3	+ 0·69	− 1·1	30952
8		53	24·27	52	8	37·8	+ 0·03	+ 2·9	30984[2]
7½		54	15·08	50	56	11·8	+ 0·33	+ 2·2	31013
7		58	8·29	47	15	32·1	+ 0·97	+ 41·6	31132
7		58	10·40	49	49	24·3	+ 0·71	− 4·8	31136
9		58	24·98	52	10	18·5	− 0·53	− 2·2	31139

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N°.
9	16h	58m	28s41	68°	56'	9"6	+ 0s4	— 4"1	31185
8	16	59	57·03	68	54	29·0	+ 0·2	+ 0·1	31233
7	17	6	11·95	46	45	22·4	+ 0·61	— 2·1	31353
8		7	19·43	48	58	24·3	+ 0·42	— 3·1	31385
7		8	51·56	45	33	30·4	+ 0·63	+ 3·3	31425
7		9	19·83	58	9	8·4	+ 1·04	+ 2·4	31460
8½		9	52·13	45	22	10·6	+ 0·77	+ 2·7	31459
8½		10	1·33	52	29	13·0	— 0·38	+ 0·6	31472
8½		10	17·78	67	0	26·3	+ 0·3	— 0·2	31519
8		10	41·85	66	26	39·6	+ 0·7	— 0·6	31526[2]
8½		10	59·70	58	42	25·6	+ 0·54	+ 2·9	31521
9		11	35·43	44	56	7·7	+ 0·72	0·0	31522
8		12	46·06	50	46	22·5	+ 0·94	+ 2·6	31573
8		12	57·21	67	48	5·3	+ 0·7	— 2·4	31615
8½		13	34·79	69	29	37·7	— 0·5	— 14·3	31655
8		15	5·17	66	49	43·5	+ 0·3	+ 0·8	31691
8½		15	45·41	66	47	48·4	— 0·1	+ 2·9	31717
8½		16	13·21	52	2	37·4	— 0·29	— 1·4	31698[2]
8½		16	46·76	46	18	23·4	— 0·74	+ 1·7	31710
7½		17	27·51	62	42	32·9	— 0·1	— 0·1	31757
8½		18	18·29	62	46	36·2	— 0·4	— 6·2	31778
8		19	28·93	64	52	21·0	— 0·7	— 5·9	31828
8		19	52·12	69	2	0·4	+ 0·4	— 5·2	31861
8		20	17·42	65	47	26·3	+ 0·3	+ 0·1	31864
8½		20	35·57	64	44	10·8	— 0·9	— 9·3	31870
7		20	52·82	66	42	32·2	+ 0·7	+ 2·2	31884
8		21	9·85	74	18	13·2	— 1·9	— 8·1	31928
8		21	53·91	49	47	3·8	+ 0·07	+ 7·8	31871
7		21	55·70	52	56	1·6	— 0·71	— 8·8	31889
8½		21	56·94	63	35	17·6	— 0·5	— 5·2	31915
8½		22	51·96	63	27	45·4	— 0·8	— 4·6	31945
8½		23	25·33	52	1	19·3	— 0·27	— 4·3	31935[2]
8½		23	48·24	46	11	39·5	— 0·01	+ 2·7	31946
9		24	23·13	52	8	51·5	+ 0·28	— 1·3	31971
7½		25	11·18	50	12	50·3	+ 0·48	— 3·2	31993
8		25	49·82	57	14	12·3	+ 0·15	+ 4·3	32027[2]
9		27	9·67	65	13	11·4	+ 0·3	+ 1·4	32090
7½		27	44·47	50	47	50·6	+ 0·47	— 0·8	32079
6½		28	11·59	57	59	39·6	+ 0·25	+ 0·9	32109
7		28	14·04	54	28	16·3	+ 0·26	— 1·1	32103
8½		28	35·15	54	28	38·4	+ 0·20	+ 3·6	32117
8		28	35·76	47	59	54·5	+ 0·31	+ 7·0	32107
9		28	43·09	52	42	29·1	— 0·34	— 7·6	32118
9		28	56·78	52	12	24·8	— 0·68	— 0·4	32125
9		28	58·64	68	37	14·5	+ 0·4	— 2·1	32181
8½		29	21·25	68	56	11·2	+ 0·1	— 7·9	32196
8½		29	25·29	66	0	31·5	— 0·5	— 0·1	32189
8½		29	29·93	65	13	38·8	+ 0·3	+ 0·6	32190
8		29	57·86	61	47	27·7	+ 0·9	+ 8·2	32193
9		30	35·55	68	54	32·7	— 0·2	— 4·4	32239
8½		30	49·48	65	27	4·2	0·0	+ 0·3	32234
8		31	26·24	68	51	41·4	— 0·3	— 5·6	32270
7		32	8·42	60	11	58·3	— 0·40	— 5·1	32268
7		32	16·92	49	32	46·6	+ 0·55	— 4·4	32251
9		33	11·99	77	13	50·2	+ 1·6	— 1·1	32409

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N^o.
8½	17ʰ	34ᵐ	1ˢ95	65°	21'	37"4	— 0ˢ4	+ 1"5	32363
7½		34	18·32	55	49	56·3	+ 0·99	+ 1·5	32342
9		34	37·71	62	28	49·4	— 0·4	— 3·0	32377
8½		34	57·87	47	19	52·1	— 0·11	— 1·7	32360
9		34	58·58	68	52	27·5	+ 0·3	— 2·4	32412
8		34	59·77	48	31	53·8	+ 0·33	— 2·8	32361
9		35	17·98	51	48	8·9	— 0·78	— 6·0	32374
7½		35	50·89	49	51	50·1	+ 0·51	+ 2·0	32391
8½		36	9·01	68	53	53·8	+ 0·1	+ 5·2	32447
8		37	28·65	68	27	56·8	— 0·8	+ 4·2	32488
9		38	30·18	77	11	58·1	+ 1·7	— 8·9	32590
8		38	38·41	52	7	37·3	+ 0·14	+ 7·5	32489[2]
8½		39	1·57	64	37	6·9	— 0·8	+ 5·6	32532[2]
9		39	3·22	56	9	6·1	+ 0·91	— 39·1	32512
7½		39	15·46	73	9	47·0	— 0·5	— 5·4	32583
8		39	49·67	55	42	12·3	— 2·52	— 7·2	32541
9		40	0·95	69	16	29·2	+ 2·7	— 5·4	32586
8		40	20·78	74	5	35·5	— 1·0	— 5·6	32630
9		40	38·45	51	51	20·7	+ 0·12	+ 1·4	32563
7		40	40·82	53	52	16·1	+ 0·73	+ 2·2	32566
8		41	17·04	56	15	45·3	+ 0·66	— 0·7	32593
7		41	22·13	69	13	7·1	+ 1·1	— 1·6	32635
9		41	35·09	51	51	21·3	— 0·43	— 2·3	32597[2]
8½		42	37·67	52	32	28·1	— 0·27	0·0	32637
8½		42	36·61	60	38	20·2	+ 4·64	+ 0·7	32663
8½		42	51·80	60	22	9·1	— 1·25	+ 7·4	32676
8		43	10·56	53	38	23·1	— 0·11	— 0·7	32672
8		43	13·25	73	2	6·8	+ 0·3	+ 0·4	32733
9		43	34·85	69	11	48·0	— 0·4	— 0·1	32719
9		43	51·04	56	11	47·8	+ 0·41	— 1·7	32698
9		44	49·29	48	46	52·6	— 0·04	+ 2·3	32713
7		44	51·78	59	18	12·9	— 0·89	+ 3·1	32738
8		45	4·23	69	8	8·8	— 0·4	— 2·3	32783
9		45	18·49	67	27	43·2	+ 0·1	— 9·9	32786
8½		46	36·00	67	40	47·4	+ 0·2	+ 0·9	32842
7		46	52·71	56	52	21·1	— 1·1	+ 1·5	32814
7½		46	55·56	51	17	5·0	+ 0·42	— 2·1	32805[2]
6½		47	51·40	62	50	21·4	— 0·5	+ 1·5	32871[2]
8½		47	54·89	51	9	19·7	+ 0·08	— 3·2	32853[2]
7½		47	56·24	59	4	55·3	— 0·20	+ 3·1	32863[2]
8		48	3·65	64	48	38·9	— 0·3	— 2·3	32883[2]
9		48	39·94	69	47	43·0	— 1·3	— 0·1	32926
8		48	44·34	74	38	3·5	— 1·3	+ 1·7	32953
8		48	56·88	56	38	34·4	+ 0·60	— 6·8	32899
8		49	47·54	68	22	59·2	+ 0·6	— 1·3	32955[2]
8½		49	56·17	52	25	4·8	— 0·34	+ 1·0	32924[2]
9		50	11·77	75	33	15·2	+ 0·7	+ 0·8	33030
7½		50	24·05	68	43	25·7	— 0·2	+ 1·0	32987[2]
8		50	42·29	72	41	13·9	+ 1·4	— 1·2	33024
8		51	27·32	63	10	25·1	— 0·2	— 4·3	33011
8		52	16·01	63	5	56·8	— 1·1	— 6·0	33046
5		52	29·55	55	59	17·8	+ 0·85	+ 1·1	33032
8		52	54·10	66	26	47·5	+ 0·5	— 2·0	33083
9½		53	1·95	56	2	56·8	+ 0·80	+ 4·8	33057
8½		53	29·80	64	6	24·7	+ 0·4	— 3·3	33099

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N°.
	h	m	s	°	'	"	s	"	
8	17	54	0.86	72	30	56.6	+ 1.5	— 3.0	33146
7		54	41.03	80	19	38.6	+ 1.0	— 3.6	33277
8		56	17.66	50	55	52.3	+ 0.36	— 5.5	33166
9		56	23.44	78	24	41.2	+ 4.6	+ 8.8	33311
8		56	55.33	58	46	11.1	— 0.19	— 3.1	33196
9		57	25.83	56	57	21.2	+ 0.21	— 2.2	33217
8½		57	32.16	59	10	32.5	+ 1.04	— 2.4	33225
8		57	52.92	63	50	58.3	— 0.6	+ 2.0	33209
8½		58	1.97	59	31	42.0	— 1.09	+ 0.9	33248
7½		58	10.32	63	57	42.6	— 0.6	+ 5.1	33224
8		58	21.37	69	8	49.8	— 0.8	+ 2.6	33230
7½		58	33.41	56	58	2.1	+ 0.11	+ 0.3	33265
8		58	37.21	51	38	22.9	+ 0.50	— 5.3	33258[a]
8	17	59	15.04	63	33	5.0	— 0.4	— 1.9	33315
7	18	0	11.58	58	37	11.3	+ 0.14	+ 3.4	33331
8½		0	32.39	65	53	46.8	+ 0.5	— 5.4	33369
8½		0	34.71	45	41	37.3	+ 0.63	— 6.0	33326
9		1	8.06	51	52	33.5	— 0.27	— 6.9	33354
9		1	23.86	63	35	15.9	+ 0.8	+ 0.7	33409
8		1	36.59	60	7	16.1	— 0.23	+ 0.4	33399
8½		1	46.27	76	4	33.1	+ 0.3	— 1.4	33486
8		1	52.87	68	34	48.5	+ 0.2	+ 7.9	33445
7½		1	54.55	51	55	46.0	— 0.22	+ 3.0	33389
9		2	2.34	51	59	42.7	— 0.05	+ 3.2	33398
8½		2	32.71	46	45	27.3	+ 0.66	+ 6.8	33420
8		2	56.44	64	51	8.1	+ 0.1	— 2.1	33464
7		3	6.70	50	47	54.8	— 0.12	+ 2.4	33442
7½		3	26.95	78	41	2.3	+ 8.1	— 3.8	33593
8		3	37.87	63	46	50.2	— 0.6	— 1.8	33485
9		4	1.14	50	51	57.0	— 0.25	+ 0.6	33471
9		4	6.23	75	38	2.5	+ 2.3	+ 1.0	33582
8		4	9.97	52	0	15.2	+ 0.27	+ 1.6	33479
7		4	32.62	47	5	42.1	— 0.13	— 0.4	33487
9		4	45.53	64	0	43.6	+ 0.5	— 3.6	33527
7½		4	56.73	65	42	13.1	+ 0.5	+ 1.2	33551
8½		5	2.80	65	3	16.8	— 0.7	+ 4.7	33553
7½		5	53.19	64	11	50.9	— 0.6	— 3.4	33587
8½		6	37.67	51	52	9.2	— 0.39	— 6.2	33586
8		6	46.82	65	51	37.6	— 0.1	+ 3.1	33630
7		7	22.65	51	42	15.3	+ 0.74	— 1.4	33619
8½		7	44.99	46	42	8.2	— 0.33	— 7.0	33625
8		8	8.54	67	22	40.4	+ 0.5	+ 27.1	33698
9½		9	4.58	65	17	32.5	+ 0.4	— 2.3	33722
6½		9	14.26	60	22	14.1	— 1.45	— 0.8	33711
8½		9	30.93	67	57	11.2	+ 0.5	— 2.7	33750
8½		9	42.36	68	32	52.6	— 0.2	— 5.2	33764
8		10	7.92	65	20	21.3	— 0.6	+ 3.5	33768
8½		10	30.98	67	44	54.7	+ 0.4	— 7.2	33791
8		11	8.08	52	30	37.5	+ 0.43	— 5.8	33774
7½		11	19.03	47	30	36.1	+ 0.05	+ 1.9	33773
7½		11	40.91	66	5		— 0.6		33826
7		12	12.41	50	28	50.3	+ 0.99	— 5.6	33811
7½		12	12.63	76	5	45.7	+ 0.8	+ 0.8	33930
8½		13	26.22	59	51	4.4	— 0.47	+ 5.5	33882
8½		13	33.65	64	41	49.8	— 0.6	+ 5.8	33900[a]

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. Nº.
	h	m	s	°	′	″	s	″	
8½	18	13	46·81	66	25	6·1	0·0	+ 3·6	33922
8½		14	39·37	77	55	17·1	+ 4·7	— 1·0	34056
9		15	21·76	64	0	34·7	+ 0·1	+ 2·0	33980
7		15	48·51	52	35	8·4	— 0·06	— 0·4	33969
8½		15	49·84	64	28	25·7	— 0·4	+ 2·3	34008
9		16	10·84	66	59	12·9	+ 1·0	— 0·3	34032
7		16	15·13	70	46	40·7	— 1·3	— 5·0	34050[2]
9		18	1·74	59	57	46·6	+ 0·08	— 3·1	34091
8		18	21·17	58	35	4·9	+ 0·43	+ 5·7	34109
8		19	23·86	69	56	35·4	0·0	— 11·2	34194
8		19	29·23	64	7	35·7	— 1·4	— 2·3	34166
8½		19	50·30	65	14	37·2	— 0·3	+ 0·1	34187
8½		19	50·67	66	42	29·2	+ 0·1	+ 3·6	34198
8½		20	3·25	51	33	27·9	+ 0·70	+ 6·3	34161[2]
8		21	40·84	58	43	20·6	— 0·51	+ 41·5	34246
8		22	21·02	69	59	35·9	+ 0·3	— 11·0	34314
9		23	49·87	79	20	58·0	— 1·0	+ 4·6	34470
7		24	10·19	46	19	23·3	+ 0·24	— 5·7	34321
7½		24	31·40	64	44	35·3	— 0·8	— 10·1	34377
8		25	33·26	73	37	29·6	— 0·7	— 2·3	34471
7		25	34·25	78	59	7·8	+ 0·6	— 0·3	34539
9		26	33·01	78	53	3·7	+ 8·7	— 3·4	34567
8		29	14·76	52	16	27·2	+ 0·11	+ 4·7	34541
8½		29	30·57	72	17	41·3	— 0·8	+ 2·9	34611
8½		30	18·03	52	13	52·5	+ 0·82	— 0·2	34579
7½		31	47·94	77	27	9·4	+ 0·9	— 1·8	34738
9		31	55·76	73	39	16·5	— 0·2	— 1·2	34702
8½		32	26·73	48	43	20·4	— 0·07	+ 2·5	34649
8½		32	35·23	79	3	50·3	+10·4	— 4·4	34806
9		32	54·04	48	55	3·7	+ 0·76	+ 0·5	34662
7		33	46·42	66	13	41·5	— 0·2	+ 0·3	34732
7		34	1·50	51	48	32·6	— 0·20	— 1·2	34708
9		34	16·07	72	57	16·4	+ 4·1	— 2·1	34802
8½		34	26·66	77	1	2·4	0·0	— 2·4	34850
9		45	5·44	46	5	40·9	+ 1·10	+ 1·2	34744
8½		35	27·76	76	6	14·0	+ 0·9	— 6·5	34886
8		35	55·89	45	57	0·1	+ 0·84	— 2·8	34783
7		36	23·11	66	46	36·1	+ 0·5	— 0·6	34856
9		36	45·67	77	8	17·1	+ 1·3	+ 1·3	34972
7½		37	0·99	79	30	18·6	— 1·2	+ 4·7	35017
8½		37	0·41	45	40	18·0	+ 1·35	— 3·3	34827
8		37	6·41	45	46	2·5	+ 1·40	— 3·0	34829
9		37	40·50	72	23	49·1	+ 2·2	+ 1·7	34954[2]
7½		37	42·84	70	19	40·0	+ 0·5	— 8·7	34937
8		38	0·08	72	7	55·9	— 1·0	+ 6·5	34973
9		38	35·50	79	39	56·3	+ 1·1	+ 3·0	35082
8½		38	48·16	49	17	15·6	— 4·21	+ 9·4	34913
9		39	39·97	72	6	59·1	+ 1·4	+ 7·6	35041
8		44	25·09	70	24	13·3	— 0·11	— 6·8	35232
9		44	38·07	71	29	17·4	+ 0·5	+ 1·3	35246
7		45	2·09	77	31	40·0	+ 1·3	+ 3·0	35323[2]
8		46	24·01	75	7	37·2	+ 2·9	+ 5·5	35357
8½		48	18·56	70	12	33·5	+ 0·2	— 5·4	35399
8		51	2·88	51	6	6·5	+ 0·17	+ 5·2	35442[4]
8		51	42·62	45	17	52·1	+ 2·04	+ 2·2	35466

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N°.
8	18h	51m	53s11	49°	35'	44"1	0s00	+ 0"5	35479
9		52	22·68	70	7	53·4	+ 0·2	− 1·1	35563
8½		53	11·74	51	17	44·9	+ 1·62	+ 0·4	35531
7		53	57·58	66	44	52·8	+ 0·1	0·0	35627
8		54	44·56	70	15	48·3	+ 0·1	− 4·5	35675
8		55	15·07	71	34	55·9	+ 3·9	− 6·2	35708
6		55	43·11	62	2	48·1	− 0·7	− 0·7	35695
8½		56	32·02	64	37	11·2	− 0·2	− 6·4	35723
7		56	40·87	79	44	34·7	+ 1·0	+ 7·9	35869
9		57	1·97	64	51	13·8	− 0·6	0·0	35751
8½		58	26·19	69	22	33·4	− 0·3	− 5·8	35835
8½		58	51·58	78	37	38·8	+ 7·6	+ 2·0	35967
8½		59	20·99	78	45	15·7	+ 8·0	+ 7·3	35997
	18	59	50·63	69	18	28·4	+ 0·1	− 10·1	35905
8	19	1	8·08	52	31	14·7	− 0·85	+ 4·1	35915
9		1	35·41	45	34	37·4	+ 0·80	− 5·8	35930
9		2	10·71	71	16	47·8	− 0·4	− 4·0	36042
8		2	37·37	48	40	55·6	+ 0·46	− 2·2	35982
8½		2	49·81	45	40	51·1	+ 0·01	− 1·7	35987
8½		3	15·04	46	47	13·1	− 0·15	+ 3·3	36012
9½		3	16·82	64	48	19·7	− 1·1	+ 4·2	36058
8½		3	26·34	64	57	51·6	− 0·5	+ 0·4	36064
9		3	46·71	64	38	38·9	+ 0·5	+ 0·4	36078
7		6	34·17	73	7	58 2	+ 3·7	− 4·8	36273
9		9	28·15	65	50	9·6	0·0	+ 5·3	36354
8		10	14·99	72	0	22·3	+ 1·6	− 1·4	36425
8½		11	34·48	48	54	1·3	− 0·23	+ 7·1	36408
8		12	6·02	71	58	31·4	+ 1·0	+ 0·4	36519
9		12	33·16	71	50	19·0	+ 0·6	− 0·4	36534
8		14	48·75	65	49	59·9	+ 1·2	+ 1·8	36608
7½		15	8·02	44	44	19·0	− 0·44	− 2·1	36571
8		18	17·00	76	35	7·7	+ 3·1	+ 3·8	36851
8		19	17·75	66	40	33·9	+ 0·5	− 3·2	36822
9½		22	43·05	67	23	48·4	+ 1·6	− 2·5	37035
9		23	8·25	65	17	54·0	+ 2·0	− 3·4	56988
8		23	23·3	76	18	27·0	+ 1·3	− 0·6	37063
8		24	21·30	52	26	16·4	− 0·90	− 0·4	37005
8		24	40·43	76	29	7·8	0·0	− 0·8	37129
8		25	31·28	46	37	8·9	+ 0·46	− 4·6	37032
9		26	3·46	52	14	54·5	+ 0·47	− 5·5	37072
7		28	1·32	45	58	28·4	+ 0·37	− 7·4	37164
7½		30	2·58	46	7	24·0	+ 0·50	− 5·8	37260
8½		30	14·06	65	55	8·8	+ 0·1	− 2·3	37308
8½		30	46·64	46	4	56·8	+ 0·16	− 7·8	37286
8½		30	48·79	65	36	6·0	+ 0·3	− 3·1	37339
8		30	49 90	46	14	24·1	+ 0·48	+ 2·5	37288
7½		30	56·29	47	5	25·7	+ 1·17	− 6·4	37293
8½		31	18·61	46	15	17·9	+ 0·65	+ 0·5	37309
9		31	23·33	77	48	55·5	+ 3·4	+ 2·1	37454
7		31	40·82	45	26	41·4	+ 0·63	+ 0·5	37332
8		31	56·41	71	55	32·2	0·0	+ 6·1	37418
9		32	2·49	65	40	28·1	− 0·1	+ 0·3	37389
8		32	58·26	65	10	55·3	+ 0·2	+ 3·6	37429
7½		33	17·73	45	31	42·6	− 0·42	− 5·0	37400
7½		36	15·06	48	8	40·7	+ 0·87	+ 2·3	37528

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N°.
9	19h	36m	38s·07	77°	55'	7"·6	+ 6s·0	+ 7"·3	37669
7		36	48·28	46	57	31·7	+ 0·40	+ 0·1	37554
9		37	25·4	78	4	4·2	+ 4·6	— 2·1	37703
7½		38	6·78	46	50	11·3	+ 0·62	— 3·5	37610[2]
8½		38	42·33	46	52	14·3	+ 0·03	— 4·1	37628[2]
8		40	16·68	77	41	45·2	+ 3·3	+ 1·4	37806
8		42	11·16	49	36	56·6	+ 0·45	+ 33·1	37777
9		42	50·27	66	9	46·5	— 2·7	— 0·7	37818
8½		43	42·78	51	30	23·2	+ 1·42	+ 0·1	37827
9		45	11·25	52	39	19·8	+ 0·19	— 8·0	37886
8½		45	37·91	47	59	38·7	+ 0·29	— 5·8	37893
6		47	12·80	46	37	25·2	+ 0·68	— 2·1	37957
8		47	14·21	50	14	52·4	— 0·54	+ 1·4	37964
8½		47	24·37	74	56	12·9	+ 2·2	+ 0·4	38071
8		47	27·10	50	6	42·1	— 0·33	+ 1·2	37976
8		49	11·00	47	52	41·0	+ 0·08	+ 1·8	38058
8		49	23·19	45	35	41·9	+ 0·29	+ 1·6	38062
9		49	37·51	45	35	25·6	+ 0·30	+ 4·0	38070
7		49	56·20	65	8	24·6	— 0·1	— 1·5	38125
7½		51	6·61	46	40	22·4	+ 0·22	— 0·5	38133
8		51	37·18	66	17	33·6	+ 0·4	+ 1·7	38201
9		51	47·32	66	39	23·8	— 0·4	— 2·9	38213
9		53	28·97	66	13	37·1	+ 0·2	— 1·0	38278
7		54	3·48	66	19	40·5	— 0·2	+ 0·4	38306
7½		54	45·04	50	13	56·8	— 0·40	+ 4·2	38300
8½		57	23·74	52	37	12·7	+ 0·02	— 3·1	38421
8		58	23·36	46	33	32·1	+ 0·35	— 0·7	38448
8		58	47·02	50	1	17·4	+ 0·09	+ 5·4	38469
8		59	18·35	45	52	57·6	+ 0·48	— 3·0	38492
7		59	44·20	46	23	4·6	+ 0·15	— 6·2	38519
6		59	44·22	47	46	58·9	+ 0·60	— 1·5	38525[2]
8	19	59	45·40	45	54	46·2	+ 0·42	— 1·5	38521
8½	20	0	17·05	52	45	35·7	+ 0·82	+ 2·6	38562
8½		0	30·54	46	13	19·3	+ 0·65	+ 2·2	38563
8½		0	31·04	76	0	57·3	+ 1·6	— 1·4	38662
7½		0	59·94	48	6	58·1	+ 0·38	— 2·7	38578
8		2	32·98	47	44	5·6	+ 0·67	— 1·2	38645
8		2	52·30	45	32	23·9	+ 0·50	— 2·4	38658
9		3	49·65	51	16	18·3	— 0·71	+ 4·9	38709
9		5	25·23	50	51	45·6	— 0·25	+ 0·2	38781
8½		5	40·14	65	50	53·0	— 0·4	+ 1·7	38832
9		5	41·37	50	53	33·6	+ 0·07	+ 0·8	38793
6		5	46·46	47	45	54·9	+ 0·42	— 2·9	38790
8		6	16·85	51	55	2·3	+ 0·59	— 3·9	38822
8		7	23·82	51	12	44·7	+ 0·40	— 2·1	38867
8½		9	1·37	51	1	5·1	— 0·62	— 0·6	38950[2]
8		9	20·45	50	45	34·0	— 0·10	+ 2·5	38964[2]
8½		9	49·16	47	13	46·8	+ 0·49	— 1·0	38976
8½		12	43·68	45	56	44·4	+ 0·35	— 3·1	39105
8		13	4·23	50	39	44·1	+ 0·16	— 0·2	39124
6½		13	45·46	45	49	51·8	+ 0·70	— 6·4	39149
9		13	52·17	51	22	26·7	+ 0·48	+ 3·3	39158
8½		14	36·65	51	28	59·4	+ 0·76	+ 0·6	39184
8½		15	13·38	48	56	32·2	+ 0·56	+ 5·8	39206
6½		16	20·47	53	5	45·6	— 1·85	— 0·5	39260

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
8½	20h	16m	51s·47	74°	54′	54″·5	+ 2s·5	− 6″·1	39363
8		18	18·08	48	18	21·8	+ 0·13	− 2·0	39331
9		18	51·98	50	17	10·9	− 0·54	− 1·8	39369
9		19	19·44	75	18	34·5	+ 1·7	− 2·7	39455
8		19	44·60	48	10	53·1	− 1·05	0·0	39396
9		19	50·57	45	41	8·1	+ 0·44	+ 0·7	39400
8		20	59·73	47	27	13·0	+ 0·35	− 2·9	39439
8½		21	18·44	75	15	28·7	+ 1·8	− 3·5	39535
8		22	2·23	50	35	22·8	− 0·25	− 2·8	39490
8		22	5·52	47	24	18·7	+ 0·18	− 0·4	39487
8½		22	24·28	52	16	50·4	− 1·26	− 6·6	39503
8½		22	57·44	52	30	25·5	− 1·40	+ 0·2	39528
8		24	38·40	49	56	8·6	− 0·22	− 7·0	39592
8½		25	8·42	52	50	24·7	− 1·49	− 1·0	39623
8		26	56·31	49	0	33·1	− 0·38	− 1·5	39698
7		28	9·71	49	18	13·6	+ 0·10	+ 0·9	39749
7		28	33·63	49	34	45·7	+ 0·89	+ 5·4	39768
7½		29	30·13	52	3	32·9	− 0·21	− 1·5	39818
7		31	58·72	49	21	40·8	+ 0·36	− 2·8	39919
9		31	59·04	77	2	4·4	+ 0·2	+ 2·6	40004
8		32	54·41	46	20	4·6	− 0·21	− 1·7	39952
8		33	46·15	51	49	23·2	− 0·18	+ 3·1	39984[2]
9		34	37·06	77	11	27·3	+ 2·2	+ 0·9	40084
8½		34	56·84	45	0	45·6	− 0·08	+ 1·5	40021
9		35	49·57	76	53	17·8	+ 0·6	+ 1·7	40116
9		38	0·40	44	42	56·0	− 0·67	+ 8·0	40108
9		40	14·58	47	41	45·1	+ 0·78	+ 1·5	40178
7½		41	13·36	76	15	55·5	+ 3·4	+ 0·2	40304[2]
9		41	20·76	47	41	29·1	+ 0·64	+ 4·3	40226
8½		41	20·03	75	18	57·3	+ 3·4	− 1·8	40301
8		43	0·01	44	52	7·3	− 0·09	+ 6·4	40291
8½		43	12·18	49	24	53·7	+ 1·23	− 2·4	40302
8		43	37·02	47	39	0·6	+ 0·33	+ 0·3	40317
9		45	21·65	51	59	56·4	+ 1·31	+ 0·8	40378
7		45	43·30	47	26	15·5	+ 0·25	+ 4·6	40384
8		46	14·78	47	6	53·8	+ 0·24	+ 1·0	40407
9		46	16·00	74	49	59·6	+ 2·6	− 0·2	40486
8		46	36·06	46	8	34·4	− 0·02	− 2·3	40429
8½		46	41·57	49	6	21·3	− 0·09	− 0·5	40436
9		46	52·80	49	5	40·0	+ 0·65	+ 3·1	40439
9		47	39·69	49	11	41·8	− 0·08	− 2·1	40470
8		50	18·67	78	39	1·8	+ 4·4	+ 7·2	40694
9		51	36·78	45	56	23·8	+ 0·02	− 2·9	40648
9		51	56·35	45	54	8·1	− 0·15	− 6·9	40656
8½		52	32·49	45	51	32·2	0·00	− 3·2	40676
8		56	15·02	51	31	9·8	+ 0·45	− 3·9	40820
7		57	13·55	47	24	33·0	+ 0·18	− 3·9	40857
9		57	29·98	51	57	20·8	+ 1·32	− 8·0	40868
9		57	36·88	52	2	34·5	+ 0·99	− 1·1	40870
9		57	48·67	77	38	17·5	+ 4·23	+ 2·2	40976
9		58	5·83	52	9	26·0	+ 1·35	+ 0·5	40893
8½		58	41·00	48	36	46·7	+ 0·17	+ 3·0	40919
7½	20	59	26·64	50	9	23·5	+ 0·34	+ 0·1	40947
9	21	0	18·40	74	17	24·5	+ 0·3	+ 1·1	41040
8		0	32·91	47	24	51·4	− 0·47	− 2·9	40997

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δ α	Δ δ	Lal. N°.
8	21h	1m	20s·37	47°	33′	23″·0	− 0s·62	− 3″·4	41022
9		2	58·80	46	34	12·2	+ 0·80	− 1·7	41098
8½		3	53·65	78	40	35·0	+ 9·5	− 0·8	41244
8		4	59·79	47	0	49·9	+ 0·10	− 3·5	41171
7		5	1·76	47	2	57·0	+ 0·23	− 0·1	41178
9		5	40·46	78	39	9·7	+11·3	+ 10·5	41314
8		7	22·38	48	40	48·3	+ 0·41	+ 1·8	41280
8		7	39·37	51	10	41·6	+ 0·89	+ 1·4	41292
7		9	54·61	50	45	20·6	+ 0·83	− 1·7	41374
7		9	59·26	50	38	5·7	+ 0·08	− 30·2	41377
8		10	59·23	48	8	1·7	+ 0·28	+ 1·0	41413
8½		11	43·85	52	30	51·0	+ 1·56	− 1·5	41444
8		12	23·53	46	11	42·8	+ 0·34	− 1·4	41465
9		12	40·33	73	37	9·7	− 1·6	+ 1·6	41539
8½		13	16·62	46	20	38·4	+ 0·63	− 2·9	41502
7½		14	14·17	51	39	29·8	+ 1·38	− 2·1	41551
8½		14	24·00	74	8	30·8	− 0·3	+ 1·0	41602
8		15	6·06	46	16	23·1	+ 0·56	− 6·1	41574
8½		15	43·48	73	57	33·4	− 0·4	+ 2·1	41660
8½		15	48·12	46	21	25·2	+ 0·19	+ 2·8	41597
8		15	53·42	47	29	42·9	+ 0·04	0·0	41600
8½		16	11·96	52	37	11·1	+ 0·90	− 0·5	41626
9		16	17·37	46	13	19·3	+ 0·02	− 6·2	41623
8		18	8·85	46	29	23·7	− 0·11	− 6·7	41695
9		18	49·60	51	46	12·0	+ 1·16	+ 6·0	41730
8½		19	9·07	46	35	53·3	+ 0·28	− 1·7	41733
6		19	30·72	46	1	54·7	+ 0·71	− 0·7	41746
9		19	52·62	51	47	41·0	+ 0·38	+ 3·5	41754
9		20	16·34	46	4	21·8	+ 1·13	− 1·8	41763
6		21	14·51	48	8	57·4	+ 0·93	+ 0·8	41797
8		23	46·56	45	44	10·6	+ 0·54	− 3·0	41897
8½		26	22·56	45	33	38·4	− 0·46	+ 0·4	42013[2]
7½		26	35·23	47	44	53·3	− 0·21	+ 0·6	42024
7		27	26·60	47	36	21·4	+ 0·18	− 4·1	42050
8½		29	26·19	51	35	56·5	+ 0·78	− 0·1	42132
8½		30	10·56	72	57	48·4	+ 0·9	− 4·2	42208
7		30	33·91	49	47	42·3	+ 0·91	+ 0·4	42174
8½		30	33·94	75	36	39·1	+ 2·0	− 2·2	42236
8		30	39·33	59	57	54·7	+ 0·65	+ 26·1	42177[2]
8		32	43·29	48	0	11·8	− 0·01	− 1·0	42252
8		33	16·33	45	27	47·1	+ 0·20	− 3·5	42264
8½		33	43·07	46	29	10·1	+ 0·60	− 0·5	42291
9½		35	9·08	48	28	51·2	+ 1·51	+ 5·4	42346
7		35	15·94	46	49	45·7	+ 0·34	− 5·2	42349
8		36	2·27	48	34	56·6	− 1·15	+ 8·7	42378
7		36	6·43	45	2	52·7	0·00	+ 1·2	42376[2]
9		36	56·11	74	30	25·1	− 0·9	− 1·0	42446
9		38	3·88	46	6	38·5	+ 0·04	− 2·8	42438
8		39	38·09	45	2	14·1	+ 0·27	+ 0·9	42487
8½		40	27·59	45	1	6·2	− 0·45	+ 7·4	42517
9		42	19·04	46	5	30·7	+ 0·27	+ 4·2	42579
8½		42	52·22	46	10	13·0	+ 0·20	− 1·7	42599
8½		43	31·25	52	40	19·9	+ 0·90	− 1·3	42620
9		44	25·24	73	59	18·2	+ 0·2	+ 1·9	42682
8		44	37·76	73	50	53·7	+ 0·3	− 4·6	42695

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N⁰·
8	21h	45m	37s·91	45°	27'	33"·6	+ 0s·36	— 0"·6	42681
7		46	47·30	77	29	55·2	2·4	+ 0·6	42764[3]
8		48	10·88	46	15	34·2	— 0·89	— 2·7	42761
8		48	29·85	46	24	26·0	+ 0·60	+ 3·7	42769
7½		48	46·79	47	27	18·7	— 0·19	— 2·4	42785
8		48	51·76	48	48	30·5	+ 0·27	+ 1·7	42790
7		51	0·60	47	55	7·0	— 0·06	+ 0·8	42867
8½		55	20·53	47	32	18·0	— 0·28	+ 3·7	43014
8½		56	42·01	46	46	50·6	— 0·43	— 2·9	43045
8		57	18·07	47	55	20·2	— 0·80	+ 2·5	43072
8		57	47·92	51	57	34·0	+ 1·46	— 16·9	43087[3]
9		57	53·69	52	56	53·7	+ 0·84	+ 0·8	43095[2]
9	21	59	25·76	52	44	39·6	+ 0·86	— 1·6	43149[2]
7	22	0	9·55	52	51	25·7	+ 1·41	— 5·4	43177[2]
9		0	16·54	73	6	26·2	+ 1·94	+ 3·3	43216
7½		0	32.50	73	3	31·7	+ 0·32	— 1·1	43223
9		0	45·27	48	30	1·1	+ 2·42	— 4·7	43197
8		0	50·30	45	36	1·8	+ 0·05	+ 0·3	43201
8½		0	55·55	73	5	7·5	— 0·17	— 3·2	43244
8		2	47·06	47	44	32·9	+ 0·07	+ 5·7	43270
8½		3	8·02	46	8	53·1	+ 0·53	— 0·4	43278
8		4	12·77	46	21	59·6	+ 0·19	— 4·6	43321
7½		5	1·33	46	22	19·4	— 0·47	— 1·9	43346[2]
7		5	40·52	46	19	2·4	+ 0·16	+ 0·5	43376[3]
8½		8	56·33	50	42	8·6	+ 0·35	— 6·7	43498
8½		13	4·79	73	31	19·1	— 0·89	— 4·5	43646
8½		13	20·67	72	48	50·7	+ 0·16	+ 0·2	43653
8		13	38·42	52	5	21·5	+ 0·11	— 0·3	43637
9		13	51·80	52	4	48·9	+ 0·43	— 1·6	43644
9		14	9·82	73	18	49·8	— 0·75	+ 0·6	43685
7½		14	17·38	48	24	47·8	— 0·09	+ 3·3	43657
8		15	33·87	48	3	11·0	+ 0·85	+ 2·6	43712
8		15	53·54	48	2	43·3	+ 0·29	— 3·3	43728
9		16	33·26	45	54	15·9	— 0·41	— 1·7	43739
8½		17	1·99	45	11	37·7	+ 0·44	+ 2·9	43762
9		17	21·91	47	50	52·4	— 0·02	— 2·8	43774
8		17	47·15	48	1	18·6	— 0·79	+ 2·5	43792
8½		18	42·02	45	11	4·7	— 0·24	— 2·9	43826
8½		19	27·72	51	38	15·2	+ 0·28	— 1·1	43857
8		19	51·54	45	45	24·0	— 0·57	+ 9·4	43863[2]
8		20	16·52	51	33	24·5	+ 0·40	— 2·2	43883
8		20	23·87	44	59	14·2	— 0·51	— 0·3	43885
8½		21	58·73	47	44	8·5	+ 0·05	+ 6·8	43947
9		22	7·72	47	26	47·5	— 0·58	— 15·4	43952
8		22	13·78	52	3	31·2	+ 0·52	+ 1·3	43964
8½		22	51·52	51	57	39·2	+ 0·60	+ 4·8	43990
8½		22	58·76	46	57	25·6	— 0·01	— 1·5	43993[2]
6		23	38·16	48	32	59·8	— 0·94	— 1·4	44015
8		26	20·00	48	34	33·9	+ 1·22	— 1·2	44108
8		26	36·75	45	18	9·5	+ 0·22	+ 0·1	44114[3]
8		28	0·19	47	56	34·3	+ 0·31	— 3·8	44166
8½		28	1·00	46	42	19·4	+ 0·28	+ 2·0	44165
9		29	17·33	73	15	32·7	+ 0·67	— 0·5	44242
8½		30	6·92	47	3	57·5	+ 0·18	— 0·6	44243
9		32	16·90	48	16	34·4	+ 0·40	+ 3·7	44343

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
8	22h	32m	54s92	46°	14'	20"7	+ 0s54	— 3"7	44360
8½		34	43·76	49	16	4·8	+ 0·60	+ 2·1	44444
7		36	52·98	46	35	3·2	+ 0·28	+ 1·3	44509
7		37	33·78	48	34	57·8	+ 0·33	+ 6·0	44530
9		38	44·34	47	20	1·3	+ 0·24	— 5·3	44565
8		38	59·10	52	32	44·5	+ 0·83	— 1·6	44576
8		39	1·20	52	3	42·0	+ 0·89	— 0·6	44577
7½		40	43·61	52	33	2·9	+ 1·17	— 1·2	44639
7		41	13·95	51	8	52·2	+ 0·80	— 4·0	44654
7		41	20·31	48	45	0·1	+ 0·41	— 1·3	44656
8½		42	14·67	48	43	51·6	+ 0·53	+ 3·7	44671
8½		42	21·58	51	8	14·7	— 0·09	+ 2·1	44680
8		42	25·65	47	5	41·6	+ 0·11	+ 6·9	44681
8½		43	5·84	49	10	46·4	+ 1·43	— 1·2	44703
7½		44	1·20	51	12	57·9	+ 0·53	+ 6·2	44738
9		44	12·11	47	47	3·6	+ 0·48	+ 1·9	44745
7½		44	20·22	47	53	48·8	+ 1·06	— 0·2	44750
8		44	22·57	51	25	58·7	— 0·36	— 0·9	44752
8½		45	4·02	52	11	29·3	+ 0·73	— 0·4	44770
8½		49	36·22	46	31	44·7	+ 0·44	— 1·7	44898
8½		50	24·16	45	58	47·1	+ 0·32	— 2·0	44925
8½		51	48·22	75	5	54·8	+ 2·03	— 4·0	45010
8½		53	20·66	47	4	34·1	+ 0·21	— 4·5	45031
9		53	51·98	46	8	6·6	+ 0·23	— 9·4	45048
8½		54	22·20	45	59	3·5	+ 0·24	— 4·2	45068[2]
8		54	48·63	47	6	26·2	+ 0·39	— 1·4	45082
9		54	52·59	46	10	7·2	— 0·46	— 0·2	45085[2]
8		54	52·50	47	8	55·7	+ 0·31	+ 4·3	45087
8½		54	53·81	51	59	35·2	+ 0·78	+ 5·2	45091
8		57	59·08	48	12	5·7	+ 0·07	— 1·3	45187
9		58	19·88	45	52	10·3	+ 0·30	— 0·8	45194[2]
8½		58	57·72	73	37	25·4	+ 1·38	+ 4·1	45244
8		59	22·17	46	4	12·3	+ 0·19	+ 3·6	45229[2]
8½	22	59	25·48	46	5	23·1	+ 0·73	+ 0·2	45236
7	23	0	1·23	49	20	20·7	+ 0·48	+ 0·9	45267
7		2	57·23	49	7	42·2	+ 0·27	+ 20·1	45367
9		5	8·11	51	57	23·2	+ 0·02	+ 1·6	45441
9		6	9·25	52	15	33·4	+ 0·47	+ 16·2	45454
8½		11	1·61	46	23	53·3	+ 0·58	+ 3·3	45661
8½		11	31·26	46	30	38·9	+ 0·18	+ 0·1	45668
8		11	46·26	48	3	19·7	+ 0·71	+ 1·5	45679
8		13	48·48	73	3	43·6	+ 0·84	— 3·1	45769
8½		13	48·11	73	28	8·1	+ 1·29	— 1·7	45770
8½		14	34·02	73	10	31·6	+ 1·03	+ 0·4	45793
8½		14	42·26	72	59	17·5	+ 1·00	+ 0·5	45797
8½		14	41·25	48	40	34·4	+ 6·91	— 6·1	45784
8		16	1·31	51	14	15·3	— 0·46	— 2·5	45817
8		16	11·98	45	30	11·8	+ 0·27	— 5·6	45820
9		16	16·85	51	11	45·5	— 0·31	— 1·1	45826
8		17	50·92	48	46	35·4	+ 1·64	+ 5·7	45864
9		18	21·92	48	42	0·9	+ 0·52	— 1·3	45887
8		18	24·79	52	29	37·3	+ 0·46	+ 2·6	45891[2]
8½		19	5·85	46	25	56·3	+ 0·48	— 0·5	45915
8½		21	3·57	47	46	29·1	+ 0·43	— 2·6	45976
8½		22	37·46	73	6	46·9	+ 1·88	— 4·2	46044

Gr.	Lal. AR. 1842.			Lal. Decl. 1842.			Δα	Δδ	Lal. N°.
8½	23h	21m	45s07	52°	31'	58"8	+ 0s12	0"0	46001
8½		22	26·73	73	25	0·2	+ 0·29	— 2·1	46050
7		27	43·85	49	26	16·9	+ 1·20	+ 4·5	46234[2]
8½		29	14·50	45	19	6·0	+ 1·16	— 6·7	46269
8½		29	25·57	45	24	55·2	+ 0·25	— 7·6	46278
8		29	39·92	47	36	32·5	— 1·11	— 0·2	46287
8		29	50·74	47	39	54·7	— 0·31	+ 7·9	46293
7		30	9·94	45	19	34·1	+ 2·08	— 1·6	46300[2]
7½		33	8·14	51	40	50·5	— 0·31	+ 17·6	46410
8		33	23·51	45	20	44·1	— 0·17	— 4·1	46424[3]
8½		33	44·32	51	33	30·8	— 0·72	+ 0·4	46439
6		34	19·79	56	23	5·3	— 0·03	— 0·5	46456
8		34	58·58	50	33	2·4	+ 0·68	+ 0·7	46476
6½		35	23·24	51	3	49·0	+ 0·21	— 1·0	46486
9		35	28·88	46	9	22·5	+ 0·68	+ 1·2	46488
8		35	31·33	51	22	19·5	+ 0·26	— 3·2	46491
8½		37	45·56	56	29	41·5	— 0·69	+ 3·4	46560[2]
8		39	6·50	47	54	57·1	— 0·24	+ 31·8	46598
8		39	8·65	53	59	0·9	+ 0·57	+ 4·0	46602
8		39	9·00	50	21	9·7	+ 0·99	— 2·0	46600[2]
6		39	20·28	56	34	31·4	— 0·03	— 4·0	46607
8		39	42·07	48	24	49·2	— 0·33	+ 10·6	46617
8		40	46·83	54	46	18·5	+ 0·02	+ 0·2	46649
8		41	41·98	54	46	45·0	+ 0·14	+ 7·5	46677
9		41	50·08	52	26	13·9	+ 0·60	— 3·1	46679
9		43	18·23	51	12	53·3	+ 0·07	— 2·5	46728
8		44	13·31	49	14	11·9	+ 0·82	— 4·4	46757
9½		45	21·17	52	12	41·9	+ 0·71	— 1·9	46813
8½		45	32·25	52	14	40·0	— 0·31	+ 1·6	46819
8½		45	45·86	55	56	26·7	— 0·49	+ 0·3	46825
7		46	9·61	55	36	38·6	+ 0·22	+ 0·3	46839
8½		46	27·96	48	3	0·1	— 1·39	+ 3·1	46853
8½		46	27·42	46	5	16·8	+ 0·13	— 0·5	46852
8		46	30·35	47	45	9·8	— 0·20	— 1·8	46856
7		47	39·85	45	28	58·5	+ 0·62	— 10·8	46900
8½		49	34·02	47	11	29·1	— 0·47	+ 1·2	46957
7½		51	28·46	56	47	32·5	+ 0·12	+ 1·4	47035
8		53	15·56	45	51	11·3	+ 0·44	— 5·7	47097
6½		53	17·04	49	6	7·4	— 0·06	+ 3·1	47099
8		54	7·70	46	41	54·4	+ 0·88	— 2·2	47127
8½		54	31·27	54	41	36·2	+ 0·27	+ 3·8	47144
8		54	34·95	50	35	38·5	+ 0·94	— 2·7	47146
8		54	45·65	46	22	21·3	+ 1·41	— 0·6	47155
8		55	22·34	54	40	12·4	— 0·01	+ 6·5	47172
8½		57	23·35	45	46	55·8	+ 0·78	— 4·3	47237
8½		58	5·86	50	29	18·7	— 0·96	— 1·1	47255

Bemerkungen.

Lal. Nr.

3987. Die Unterschiede sind ohne Zweifel Folge der eigenen Bewegung. Es folgt nämlich

der Ort 1800 aus Lalande	1^h	59^m	33^s46	$+66° 44' 39''4$
aus Argel.		59	37·81	24·8
aus einer Wien. M. B. v. 1853		59	38·43	—

4655. Eine Wiener M. B. von 1853 gibt die Rectascension 1842 $= 2^h 23^m 14^s12$, der Stern scheint danach eigene Bewegung zu haben.

5490. Neuere Beobachtungen bestätigen die bedeutende eigene Bewegung. Es ist nämlich

der Ort 1842 aus Lalande	2^h	51^m	11^s50	$+61° 7' 0''6$
aus Argel. 3363		51	16·98	6·27·2
aus zwei Wien. M. B. v. 1853	9	51	18·05	6·20·6

6024. Der grosse Unterschied der Declination scheint von einem Fehler von 30″ bei Lalande herzurühren, da eine Wiener M. B. von 1853 die Declination 1″5 grösser als Argel. gibt.

6110. Eine Wiener M. B. von 1853 gibt für 142 $3^h 11^m 15^s57 + 60° 58' 3''7$.

6787. Der starke Unterschied in Declination scheint von einem Fehler von 30″ bei Lalande herzurühren, da eine Wiener M. B. von 1853 die Declination 1″6 kleiner gibt als Argelander.

7036. Dieser Stern scheint eine eigene Bewegung zu haben. Es folgt nämlich

der Ort 1800 aus Lalande	3^h	37^m	56^s50	$+60° 34' 3''0$
aus Argel. 4215 u. 4216 .		37	59·53	33 54·0
aus einer Wien. M. B. v. 1853		37	59·91	33 51·7

8953. Die Declination bei Lalande ist fehlerhaft.

9242. Der mittlere Ort 1800 folgt

aus Lal.	4^h	44^m	54^s91	$+56° 48' 54''6$
aus Argel. 5349		44	57·79	48·51·8
aus einer Wiener M. B. v. 1853 . .		44	57·98	48·51·4

12381.} 12547.} Der starke Unterschied der Declinationen hat seinen Grund in einem Fehler in der Reductionstafel zu H. C. p. 366, 12. August. Die Z. D. des letzten Sternes dieser Zone, der als einziger Fundamentalstern benutzt ist, ist nämlich fehlerhaft, wahrscheinlich um 30″.

13427. Der Stern scheint eine beträchtliche eigene Bewegung zu haben, da die Unterschiede in beiden Coordinaten erheblich sind.

17350. Eine Wiener M. B. von 1853 gibt die Declination 2″2 grösser als Argelander.

18111. Über diesen Stern mit bedeutender Eigenbewegung siehe Astronom. Nachrichten Nr. 880.

18722. Eine Wiener M. B. gibt die Declination 1″3 grösser als Argelander.

19627. Der bedeutende Unterschied, der sowohl in Rectascension als Declination stattfindet, scheint eine eigene Bewegung anzudeuten.

21076. Lalande ist wohl um 30″ falsch. Eine Wiener M. B. von 1853 gibt den mittleren Ort 1842 $= 10^h 50^m 32^s44 + 44° 39' 34''0$.

Lal. Nr.

21379. Eine Wiener M. B. von 1853 gibt die Declination 1″2 kleiner als Argelander.

22196. Eine Wiener M. B. von 1853 gibt die Declination 2″2 grösser als Argelander, so dass Lalande wohl um 30″ falsch ist.

22845. Die Zeit bei Lalande scheint fehlerhaft. Eine Wiener M. B. von 1853 gibt 0ˢ21 mehr als Argel.

29892. Die Declination bei Lalande ist fehlerhaft, da eine Wiener M. B. von 1853 1″0 mehr als Argel. gibt.

30699. Die Unterschiede rühren wohl von einer eigenen Bewegung her, da zwei Wiener M. B. von 1853, 5 als mittleren Ort 1842 ergeben $16^h\,42^m\,59^s.49 + 68°\,22'\,31''.8$.

30966. Aus einer Wiener M. B. von 1853 folgt die Declination 2″6 grösser als aus Argel.

32512. Die Declination bei Lalande scheint fehlerhaft zu sein, da eine Wiener M. B. von 1853 0″8 mehr gibt als Argel.

32663. Die Zeit bei Argel. scheint fehlerhaft, da eine Wiener M. B. von 1853 als mittleren Ort 1842 ergibt $17^h\,42^m\,35^s.38 + 60°\,38'\,19''.2$.

33698. Die Lalande'sche Declination ist wohl um 30″ fehlerhaft.

34246. Die Lalande'sche Declination ist fehlerhaft.

34913. Die Zeit bei Lalande scheint 5ˢ zu gross zu sein; eine Wiener M. B. von 1853 gibt 0ˢ.14 weniger als Argelander.

37777. Eine Wiener M. B. von 1853 gibt 2″9 weniger als Argelander, danach scheint Lalande um 30″ falsch zu sein.

41377. Die Declination bei Lalande ist wahrscheinlich um 30″ falsch.

42177. Eine Wiener M. B. gibt die Declination 0″2 südlicher als Argelander, so dass Lalande wohl um 30″ falsch ist.

42764.} 42774.} Die Zeit ist nur von Nr. 42774 genommen, da die erstere Numer beträchtlich abweicht.

43376. Die P. D. von Nr. 43377 weicht 15″4 ab von Nr. 43376 und ist wohl um 15″ falsch, da nur Nr. 43376 mit Argel. übereinstimmt.

44114.} 44115.} Die P. D. ist nur von Nr. 44114 genommen, indem die von Nr. 44115 wahrscheinlich um 30″ zu klein ist.

45784. Die Zeit bei Lalande ist fehlerhaft.

In Betreff der grösseren bei Lalande und Argelander aufgefundenen Fehler muss ich auf das Maiheft 1854 dieser Sitzungsberichte und auf die Annalen der Wiener Sternwarte verweisen; in dem ersteren dieser Verzeichnisse sind noch folgende Berichtigungen vorzunehmen.

1727. In der letzten Zeile dieser Bemerkung ist zu lesen: $49^m\,58^s.02$ statt $58^s.92$.

2972 muss heissen: 26° 50′ und nicht 40′

9696. Die Bemerkung ist irrthümlich. Die Präcession im Kataloge muss aber heissen: $4^s.672$ statt $4^s.747$.

14612 muss heissen: 40° 54′ und nicht 44′.

17743 muss heissen: 36° 7′ und nicht 35° 57′.

19139. Die Bemerkung ist irrthümlich. Die Rectascensionen stimmen bis auf $0^s.8$.

VERZEICHNISS

DER

EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(MAI.)

Annalen der k. Sternwarte bei München. Bd. VII.

Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit. 1855. Nr. 4, 5.

Bizio, Giov., Scoperta dell' Arsenico nell' acqua ferruginosa di Civillina, detta Acqua Catulliana. Venezia 1855; 8°.

Cosmos, 17 — 21.

D'Elvert, Christ., Die Culturfortschritte Mährens u. Oesterr.-Schlesiens, besonders im Landbaue und in der Industrie, während der letzten 100 Jahre. Brünn 1854; 8°.

Genootschap, Bataviaasch, van Kunsten en Wetenschappen, Verhandelingen. Deel 24, 25.

Heim, J. P., Beiträge zur Ballistick, in besonderer Beziehung auf die Umbrehung der Artillerie-Geschosse. Ulm 1848; 4°.

Heim, Beitrag zur Theorie der Bewegung der Räderfuhrwerke, insbesondere der Dampfwagen. Cannstadt 1855; 4°.

Heymann, S. L., Versuch einer pathol.-therap. Darstellung der Krankheiten in den Tropenländern. Würzburg 1854; 8°.

Jahrbuch des naturhist. Landesmuseums von Kärnten. Herausg. v. Canaval. Jahrg. 3.

Jahresbericht d. k. Sternwarte bei München. J. 1854.

Mittheilungen a. d. Gebiete der Statistik. Jahrg. III, Heft 7.

Namur, Anton. De lacrymatoriis sive de lagenulis lacrymarum propinquor. colligendis apud romanos aptatis. Luciliburg. 1855; 8°.

Organismus des germanischen Nationalmuseums zu Nürnberg, 1855; 8.

Parrat, H., Les tons chinois sont sémetiques. Porentruy 1854; 8°. (4 Exempl.)

Parrat. Les 36.000 ans de Manéthon, suivis d'un Tableau des concordances synchroniques. Porentruy, 1855. 8°. (4 Exempl.)

— Novum specimen quo probatur iterum linguarum indo-europæarum origo semetica. Mulhouse 1855; 8°. (4 Exempl.)

Quaranta, Rennardo, l'Orologio a sole di Beroso, scoperto in Pompei addì 23. Settembre 1854. Napoli 1854. Fol.

Reumont, Alfredo, Dei soci esteri della Accademia della Crusca, Firenze 1855; 8°.

— Del gruppo di Cristo con S. Tommaso, lavoro di Andrea del Verrochio. Roma 1855; 8°.

Romanin, S., Storia documentata di Venezia. T. III, p. 2.

Société impér. des Naturalistes de Moscou, Bulletin 1854. Nr. 4.

Society Royal of Edinburgh, Transactions, Vol. XVI, p. 1. — Proceedings, Vol. II, Nr. 44.

Tijdschrift voor indische Taal-, Land- en Volkenkunde. Jahrg. I. Aflev. 1—12.

Tinkhauser, G. Topograph. statist. Beschreibung der Diöcese Brixen 2c. I. Bd. Brixen 1855; 8°.

Wolf, Rudolf. Gedächtnissrede auf Jakob Bernoulli. Bern 1855; 8°.

Zambra, Bernardino, I principj e gli elementi della fisica. Fasc. 7, 8.

Herrschender Wind	Anmerkungen.
SO. NO.	Am 1. u. 8. stürm., am 1. Gewitter und Hagel im NW.
NW.	Am 24. +0·5°.
N.	
NW.	Am 10. stürmisch a. NW.
NW.	Am 14. Ab. Gewitter.
N.	Am 15. öfters Donner und Gewitterregen.
O. W.	Am 1. u. 10. stürmisch.
NW.	
NO.	
W.	Am 1. Sturm a. O., vom 8.—9. a. NW., am 22. a. W.
SO.	*Am 23. —0°4. Am 3. Nebenmond. Am 10. Ab. Blitze.
W.	[Am 28. Hochwasser.
NW.	Am 12., 18., 26., 27. Stürme a. N., NW. u. NO. am 26. sehr
O.	Am 13. 5h Ab. Nebensonne. [stark.
N.	
N.	Am 10. um 4h 49′ Ab. Sturm a. W. mit Gewitter u. Hagel.
—	
NW.	Am 8., 14., 20. Ab. Wetterleuchten.
SO.	
O. NW.	Am 1. von 3h M. bis 11h Ab. Sturm a. SO., dann O. 14—15.
NO. W.	Noch oft Schnee, besonders vom 22.—27.
—	
NO.	Am 11. Gewitter. *Vom 16.—19. mangeln die Berichte.
	Am 1. u. 2. Sturm a. SO. Am 10. von 1—2h Ab. Schnee-
N.	[sturm a. W.
—	
N.	Am 8. Sturm a. WSW., am 10. a. WNW. mit Hagel. Am
—	[3. Nebenmonde.
—	
—	
—	
—	
NO.	
W.	*Um 5½h M. —12°0. Am 8. Erdbeben. Am 9. sehr stürm.
NO.	
N.	*Den ganzen Tag. Am 5. und 26. Stürme.

aten.

NW.	*Das Min. zu Anfang des Monates war am 1. mit — 12°8.

es irrthümlich 6h Morg., 10h Ab.

um 4h 40′ ausbrach, am Kahlenberge nicht beobachtet worden. Am 30. von
ien Regen), Nachts stürmisch.

erhob sich der Sturm am 10. kurz vor 3h Ab. sehr plötzlich aus NW. zu W.,

uerten 2—3″; das Getöse war wie wenn ein schwerer Wagen auf der Strasse
Vinde, aus allen Richtungen wechselnd; am 28. Ab. starkes Schneegestöber.
Ab —4° mit Schneefall.
lle und Mittags eine Temperatur von +2 bis 2·8°; Morgens fiel die Temperatur

5.

·Anstalt.

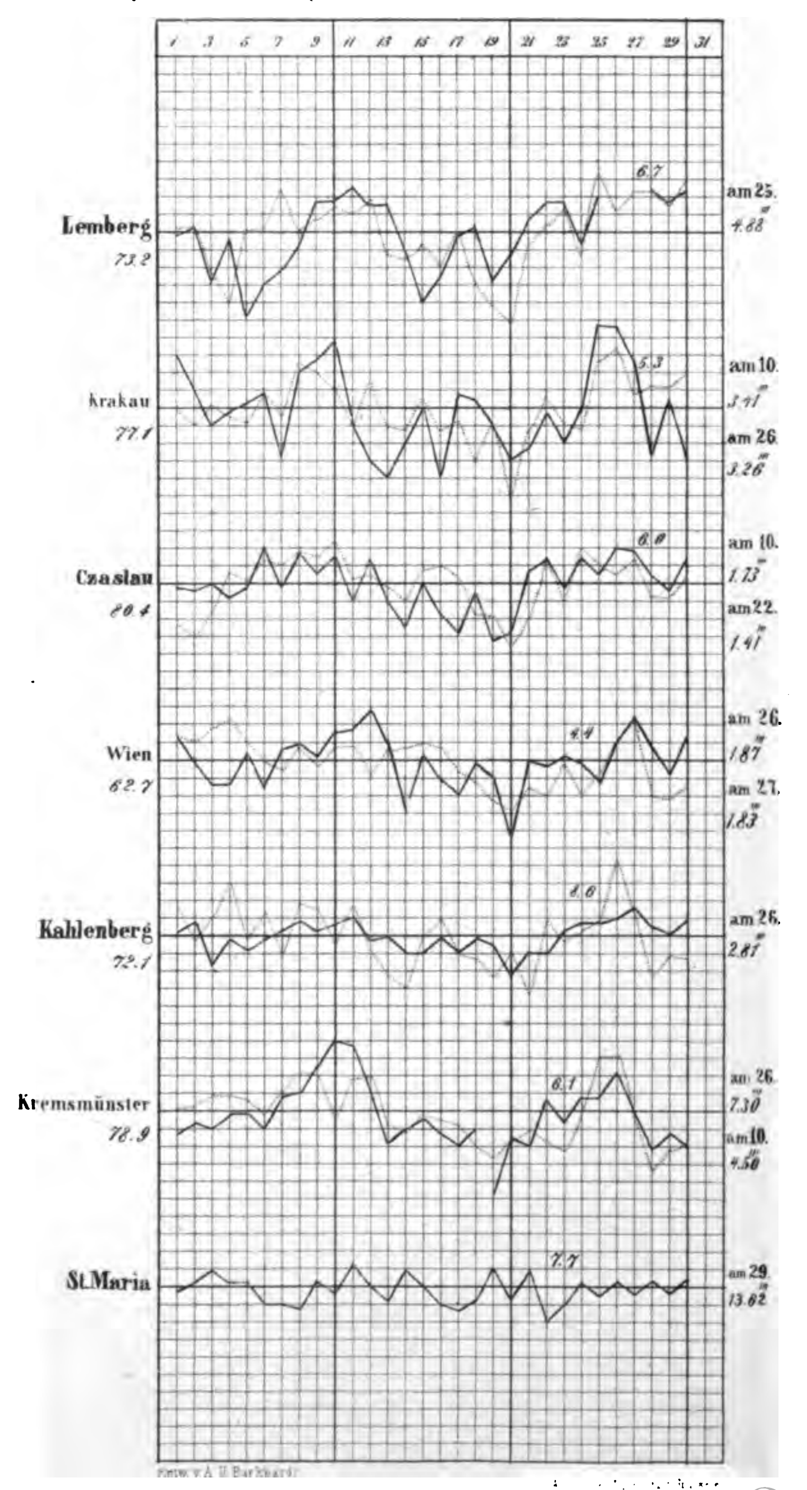
Beob[r-der nd]	Anmerkungen.
Curzol[y].	Am 10. u. 26. Morg. auch +8·0°, am 11. stürmisch a. N.
Ragus[a]).	Vom 19.—23. häufige Erdstösse.
Valona y.	
Udine ·r.	Am 11. um 12h Gewitter.
Zara ³)y.	
Parma ⁴	
Mailand).	
Venedi[g].	Am 8. v. 6h 45′ — 10h Ab. Gewitter, Sturm u. Hagel.
Meran ·y.	Am 28. Sturm, am 15. warmer Westw., am 8. Wetterleuchten.
Szeged	
Semlin	
Fünfki[rchen].	Am 15. Gewitter in SW., Ab. Wetterleuchten in SO.
Jolsva ·	
Gran ·y.	
Wallen[dorf].	*In der Nacht vom 23. auf 24. —2°7 und Eis.
Retz ·	
Pressbu[rg]	
Tirnau	Am 15. Gewitter a. NW., am 25. Sturm a. N.
Schöss[l].	Am 1. u. 10. stürm., am 22. Schneesturm, am 14. Ab. Gew.
Wien ⁷).	Am 10. um 4h 40′ kurzer Sturm a. W., am 5. u. 22. Donner, [am 15. Ab. Wetterleuchten.
†Agord.	
Laibach.	Am 11. um 3h Morg. Gewitter mit Schneefall.
Cilli ⁸)).	Am 23. starker Reif und Frost, am 15. Gewitter.
Olmütz.	
Innsbru[ck]	
Adelsbe[rg]	Am 1. stürmisch a. NO.
Linz ⁹).	
Debrec[zin]	
Czernov.	*Am 1. u. 24. 0°0.
Brünn ·.	
Korneu[burg].	Am 15. Gewitter in NW., am 22. Morg. —2°0, am 25. —2°5.
Bregen[z]	Am 10. u. 11. Sturm a. S., am 8. Hagel (Graupen?), am 15. u. 20. Gew., am [14. Wetterleuchten.
Kronsta[dt]	Am 18. 5h Ab. Gew. a. W., am 26. um 2h 30′ Ab. a. SW., am 16. Wetterl.
Lienz ¹¹.	Am 8. u. 15. Sturm, am 7. Blitze in NO.
Prag ·.	Am 10. stürmisch und Gewitter in S.
Zavalje	Am 18. Ab. Wetterleuchten, am 10. Sturm a. S.
Klagenf[urt].	Am 10. Sturm a. SW.
Kremsm[ünster]	Am 1. stürm. a. O., am 10. a. SW. Am 8. Ab. im W. u. NW. heft. Blitzen.

1) C
2) R 10h 2′ Morg. wellenförmig durch 8″, dann 8h Ab.; am 24. um 1h 55′ o jener am 20. um 2h 8 Morg. der stärkste war.
3) Z
4) P u. 28. Regen mit Hagel.
5) W
6) S Vegetation.
7) W nde horizontale Nebensonnen in dem gewöhnlichen Abstande von 22°
8) C
9) L nner und Hagel. Am 22. stürmisch mit Schnee und Hagel (Graupen?).
10) K el mit langem glänzenden Schweife im Sternbilde des kleinen Hundes
11) L r Schattenseite bis 2800′ weggeschmolzen. Vom 13.—20. milde Tage
12) K 10′ Gewitter a. W. Am 20. um 5h 30′ Gewitter im SW. Vom 22.—26.

†In Ago 12 P. Fuss, an den südlichen Ausläufern der Alpen am Cardevale.

Gang der Feuchtigkeit und des Ozongehaltes der Luft im April 1855.

Die punktirten Linien stellen die Feuchtigkeit, die ausgezogenen den Ozongehalt dar.
Die am Rande befindlichen Zahlen sind die Monatmittel der Feuchtigkeit, jene zwischen den Curven die Monatmittel des Ozongehaltes.
Den Monatmitteln entsprechen die stärkeren Horizontallinien.
Ein Netztheil beträgt für die Feuchtigkeit 5 Procente, für den Ozongehalt einen Theil der Farbenscala, welche vom völligen Weis bis zum tiefsten Blau zehn Abtheilungen enthält.



Die am Rande rechts stehenden Zahlen bezeichnen die grösste Menge des Niederschlages an einem Tage.



